Об отсутствии непрерывной зависимости решений эллиптических функционально-дифференциальных уравнений от параметров преобразований

Л.Е. Россовский

Российский университет дружбы народов им. Патриса Лумумбы, Москва

Рассматриваются эллиптические функционально-дифференциальные уравнения с преобразованиями растяжения (сжатия) аргументов старших производных неизвестной функции. В ряде случаев свойства таких уравнений демонстрируют неустойчивость по отношению к величине коэффициентов сжатия. Это происходит, в частности, в следующих ситуациях.

1) Уравнения, в которых все параметры сжатия (растяжения) мультипликативно соизмеримы (являются целыми степенями, как положительными, так и отрицательными, одного и того же параметра $q > 1$). «Предельное» дифференциальное уравнение, в котором положено $q = 1$, может быть сильно эллиптическим, но исходное функционально-дифференциальное уравнение не будет сильно эллиптическим ни при каком значении q, сколь угодно близком к 1.

2) Уравнения, в которых в старшей части присутствуют слагаемые с различными параметрами сжатия $p > 1$ и $q > 1$. Сильная эллиптичность устойчива по отношению к малым возмущениям этих параметров в окрестности их мультипликативно несоизмеримых значений, и неустойчива в противном случае. Возмущение одного из этих параметров может привести к существенному изменению свойств краевой задачи (появлению бесконечномерного ядра и негладких решений) независимо от того, насколько мал коэффициент при соответствующем слагаемом в уравнении.

3) Уравнения, в которых присутствуют комбинации сжатия и сдвигов аргументов старших производных. Условия, обеспечивающие однозначную разрешимость и гладкость решений краевой задачи, формулируются при помощи спектрального радиуса соответствующего функционального оператора (условия носят характер достаточных, однако их нарушение также может привести к возникновению бесконечномерного ядра и негладких решений). Оказывается, значение этого спектрального радиуса зависит от того, является ли коэффициент сжатия числом трансцендентным или алгебраическим, а в случае алгебраического числа – от того, каковы коэффициенты его минимального многочлена.