

Об экспоненциальной скорости сходимости в локальной теореме восстановления

Г. А. Бакай

Математический институт им. В.А. Стеклова, Москва, Россия

Пусть последовательность случайных величин $\{X_n\}_{n \geq 0}$ образует неразложимую цепь Маркова с конечным множеством состояний. Пусть случайные величины $\xi_n, n \in \mathbb{N}$, независимы при условии цепи, и условное распределение ξ_n зависит только от значений X_{n-1} и X_n . Положим $S_0 := 0$, $S_n := \sum_{i=1}^n \xi_i$ и введем функцию восстановления

$$u_k := \sum_{n=0}^{+\infty} \mathbf{P}(S_n = k).$$

Теория восстановления для таких процессов активно развивалась в работах [1], [2], причем рассматривались значительно более общие цепи $\{X_n\}_{n \geq 0}$. Из результатов указанных работ вытекает, что последовательность $\{u_k\}_{k \geq 0}$ сходится, значение предела вычисляется явно. Результаты о степенной скорости сходимости при дополнительных предположениях получены в работе [3].

В настоящей работе доказано, что при некоторых дополнительных условиях, имеет место экспоненциальная скорость сходимости величин u_k , $k \geq 0$, а именно, найдутся такие величины $C, B_0 > 0$, $B_1 > 1$, что справедливо соотношение

$$|u_k - C| \leq B_0 B_1^{-k}, \quad k \in \mathbb{N}.$$

Аналогичный результат получен в работе [4], однако, метод настоящего исследования отличается в значительной степени и позволяет получить выражение для параметра B_1 .

Работа выполнена в МЦМУ МИАН при финансовой поддержке Минобрнауки России (соглашение № 075-15-2022-265).

Список литературы

- [1] Kesten H. *Renewal theory for functionals of a Markov Chain with general state space*. The Annals of Probability, 2(3), 1974, 355–386.
- [2] Athreya K. B., McDonald D., Ney P. *Limit theorems for semi-Markov processes and renewal theory for Markov chains*. The Annals of Probability, 6(5), 1978, 788–797.
- [3] Fuh C.-D., T.L. Lang T.L. *Asymptotic expansions in multidimensional Markov renewal theory and first passage times for Markov random walks*, Advances in Applied Probability, 33(3), 2001, 652–673.
- [4] Заславский А.Е. *Оценка скорости сходимости в теореме восстановления для случайных величин, заданных на цепи Маркова*. Теория вероятн. и ее примен., 17(3), 563–573.