

**Об одном функционале от числа непоявившихся цепочек в  
полиномиальной схеме специального вида и о двухэтапном  
критерии хи-квадрат**

**М. П. Савелов**

Кафедра теории случайных процессов и математической статистики,  
механико-математический факультет, Московский государственный университет  
имени М. В. Ломоносова, Москва, Россия

В докладе будут рассмотрены две задачи о предельном поведении статистик в полиномиальной схеме. Обе эти задачи связаны с исследованиями Б.А. Севастьянова.

Пусть  $\xi_{jl}$ ,  $1 \leq j \leq n, 1 \leq l \leq k$ , — независимые случайные величины, имеющие полиномиальное распределение:

$$\mathbf{P}(\xi_{jl} = i) = p_i > 0, \quad 1 \leq i \leq M, \quad 1 \leq j \leq n, \quad 1 \leq l \leq k.$$

Они образуют  $n$  независимых цепочек  $(\xi_{11}, \dots, \xi_{1k}), (\xi_{21}, \dots, \xi_{2k}), \dots, (\xi_{n1}, \dots, \xi_{nk})$ , принимающих значения во множестве  $\{1, 2, \dots, M\}^k$ . Число непоявившихся цепочек  $\mu_0$  вычисляется по формуле

$$\mu_0 = \sum_{(s_1, \dots, s_k) \in \{1, 2, \dots, M\}^k} I\{\eta^{(s_1, \dots, s_k)} = 0\},$$

где  $\eta^{(s_1, \dots, s_k)} = \sum_{j=1}^n I\{(\xi_{j1}, \dots, \xi_{jk}) = (s_1, \dots, s_k)\}$ . Очевидно,  $\mu_0 < M^k$ .

Пусть  $\vec{p} = (p_1, p_2, \dots, p_M)$ ,  $H = H(\vec{p}) = -\sum_{i=1}^M p_i \ln p_i$ ,

$$\hat{H} = \frac{\ln(M^k - \mu_0)}{k}.$$

В докладе будет обсуждаться подход А.М. Зубкова к оцениванию шенноновской энтропии, основанный на теореме Шеннона-Макмиллана-Бреймана и теории случайных размещений. Будет показано, что величина  $\hat{H}$  естественным образом связана с энтропией  $H$  распределения  $\xi_{11}$ .

Заметим, что  $\hat{H}$  является функционалом от  $\mu_0$  в полиномиальной схеме специального вида, которая не рассматривалась в [1]. Мы представим результаты о предельном поведении  $\hat{H}$ , изложенные в [2].

Кроме того, мы рассмотрим последовательный  $r$ -кратный критерий  $\chi^2$  (см. [3]) и в случае  $r = 2$  исследуем асимптотические свойства вероятности ошибки как функции от размеров границ прямоугольной критической области. Установленные результаты позволяют найти асимптотику хвостов двумерных распределений процесса Бесселя. В докладе будут представлены результаты работы [4].

## Список литературы

- [1] Колчин В.Ф., Севастьянов Б.А., Чистяков В.П. *Случайные размещения*. Наука, М. 1976

- [2] Савелов М. П. *Об одном функционале от числа появившихся неперекрывающихся цепочек исходов полиномиальной схемы и его связи с энтропией*. Матем. заметки, 114(3), 2023 (в печати).
- [3] Захаров В. К., Сарманов О. В., Севастьянов Б. А. *Последовательный критерий  $\chi^2$*  Матем. сб. 79(121): 3(7), 1969, 444–460.
- [4] Савелов М. П. *Двухэтапный критерий  $\chi^2$  и двумерные распределения процесса Бесселя*. Теория вероятн. и ее примен., 65(4), 2020, 841–850.