

**Об одном функционале от числа неоявившихся цепочек в
полиномиальной схеме специального вида и о двухэтапном
критерии хи-квадрат**

М. П. Савелов

Кафедра теории случайных процессов и математической статистики,
механико-математический факультет, Московский государственный университет
имени М. В. Ломоносова, Москва, Россия

В докладе будут рассмотрены две задачи о предельном поведении статистик в полиномиальной схеме. Обе эти задачи связаны с исследованиями Б.А. Севастьянова.

Пусть ξ_{jl} , $1 \leq j \leq n, 1 \leq l \leq k$, — независимые случайные величины, имеющие полиномиальное распределение:

$$\mathbf{P}(\xi_{jl} = i) = p_i > 0, \quad 1 \leq i \leq M, \quad 1 \leq j \leq n, \quad 1 \leq l \leq k.$$

Они образуют n независимых цепочек $(\xi_{11}, \dots, \xi_{1k}), (\xi_{21}, \dots, \xi_{2k}), \dots, (\xi_{n1}, \dots, \xi_{nk})$, принимающих значения во множестве $\{1, 2, \dots, M\}^k$. Число неоявившихся цепочек μ_0 вычисляется по формуле

$$\mu_0 = \sum_{(s_1, \dots, s_k) \in \{1, 2, \dots, M\}^k} I\{\eta^{(s_1, \dots, s_k)} = 0\},$$

где $\eta^{(s_1, \dots, s_k)} = \sum_{j=1}^n I\{(\xi_{j1}, \dots, \xi_{jk}) = (s_1, \dots, s_k)\}$. Очевидно, $\mu_0 < M^k$.

Пусть $\vec{p} = (p_1, p_2, \dots, p_M)$, $H = H(\vec{p}) = -\sum_{i=1}^M p_i \ln p_i$,

$$\hat{H} = \frac{\ln(M^k - \mu_0)}{k}.$$

В докладе будет обсуждаться подход А.М. Зубкова к оцениванию шенноновской энтропии, основанный на теореме Шеннона-Макмиллана-Бреймана и теории случайных размещений. Будет показано, что величина \hat{H} естественным образом связана с энтропией H распределения ξ_{11} .

Заметим, что \hat{H} является функционалом от μ_0 в полиномиальной схеме специального вида, которая не рассматривалась в [1]. Мы представим результаты о предельном поведении \hat{H} , изложенные в [2].

Кроме того, мы рассмотрим последовательный r -кратный критерий χ^2 (см. [3]) и в случае $r = 2$ исследуем асимптотические свойства вероятности ошибки как функции от размеров границ прямоугольной критической области. Установленные результаты позволяют найти асимптотику хвостов двумерных распределений процесса Бесселя. В докладе будут представлены результаты работы [4].

Список литературы

- [1] Колчин В.Ф., Севастьянов Б.А., Чистяков В.П. *Случайные размещения*. Наука, М. 1976

- [2] Савелов М.П. *Об одном функционале от числа появившихся неперекрывающихся цепочек исходов полиномиальной схемы и его связи с энтропией.* Матем. заметки, 114(3), 2023 (в печати).
- [3] Захаров В.К., Сарманов О.В., Севастьянов Б.А. *Последовательный критерий χ^2* Матем.сб. 79(121): 3(7), 1969, 444–460.
- [4] Савелов М.П. *Двухэтапный критерий χ^2 и двумерные распределения процесса Бесселя.* Теория вероятн. и ее примен., 65(4), 2020, 841–850.