

Отдел механики

С.В.Болотин

15 мая 2024 г.

Конференция МИАН – 90

- ▶ В 1934 году в МИАН были созданы два отдела механики – теории упругости под руководством академика Н.И.Мухелишвили и механики непрерывных сред под руководством академика Н.Е.Кочина. После отъезда Н.И. Мухелишвили в Грузию и образования в 1939 г. в Москве Института механики АН СССР, куда перешел работать Н.Е.Кочин с сотрудниками, эти отделы прекратили свое существование в МИАН.
- ▶ Вторично отдел механики был создан в 1944 г. под руководством академика М.В.Келдыша. В этот период в отделе работали А.А. Дородницын (с 1945 г.), Л.И.Седов (с 1945 г.), С.А.Христианович (с 1945 г.), Д.Е.Охоцимский (с 1949 г.), Т.М.Энеев (с 1950 г.), В.П.Коробейников (с 1955 г.), Н.Н.Кочина (с 1955 г.),....
- ▶ После перехода М.В.Келдыша в 1953 г. во вновь образованный Институт прикладной математики в течение длительного времени (до 1988 г.) отделом механики заведовал академик Л.И. Седов. Вместе с М.В. Келдышем в ИПМ перешли Д.Е. Охоцимский и Т.М. Энеев, занимавшиеся космической тематикой.

М.В. Келдыш работал в МИАНе с 1934 года в отделе теории функций комплексного переменного. Свои результаты по теории гармонических функций он использовал в задачах механики нестационарных движений крыльев в несжимаемой жидкости. Эффективное решение смешанной задачи теории гармонических функций, полученное совместно с Л.И. Седовым (формула Келдыша—Седова), было применено к задачам гидромеханики и теории упругости. Совместно с М.А. Лаврентьевым М.В. Келдыш исследовал плоскую задачу о подводном крыле под свободной поверхностью жидкости.



Л.И. Седов участвовал в работе МИАН еще в довоенное время, работая с М.В.Келдышем над проблемами двумерной гидродинамики, и стал сотрудником отдела механики в 1945 году. В это время им была развита теория автомодельных движений сплошной среды, и впервые было получено точное решение задачи о сильном точечном взрыве, подтвержденное ядерными испытаниями. Над этой задачей работали такие всемирно известные ученые, как Дж. фон Нейман (в рамках Манхэттэнского проекта).



Рис.: Л.И.Седов и Г.А.Алексеев в музее Карла Цейсса в Йене (ГДР)

В 1947 году Н.Н. Боголюбовым был создан отдел теоретической физики, который в 1963 г. был разделен на отделы математической физики, статистической механики и квантовой теории поля.

Отделом статистической механики с 1963 г. до своей кончины в 1968 г. руководил С.В. Тябликов, а затем Н.Н. Боголюбов до 1987г. С 1987 г., вплоть до слияния с отделом механики в 2002 г., отделом руководил Н.Н. Боголюбов (мл.).



С 1947 года и до конца жизни Сергей Владимирович Тябликов работал в Математическом институте АН СССР, с 1963 года возглавляя отдел статистической механики. Совместно с Н.Н. Боголюбовым им был создан новый язык для квантовой теории магнетизма и разработан новый математический аппарат, во многом опирающийся на глубокие аналогии между статистической механикой и квантовой теорией поля.



Заведующие отделом механики

- ▶ 1945–1953 – академик М.В.Келдыш
- ▶ 1953–1988 – академик Л.И.Седов
- ▶ 1988–2003 академик А.Г. Куликовский
- ▶ 2003–2012 – академик В.В. Козлов
- ▶ 2012– ? – С.В.Болотин

Сотрудники отдела в настоящее время

- ▶ академик А.Г. Куликовский – с 1959 года
- ▶ доктор физ.-мат. наук В.В. Марков – с 1973 года
- ▶ доктор физ.-мат. наук Г.А. Алексеев – с 1975 года
- ▶ доктор физ.-мат. наук А.Т. Ильичев – с 1984 года
- ▶ член-корреспондент Н.Н. Боголюбов (мл.) – с 2002 года (в отделе статистической механики с 1966 года)
- ▶ кандидат физ.-мат. наук А.В. Солдатов – с 2002 года (в отделе статистической механики с 1987 года)
- ▶ академик В.В. Козлов – с 2002 года
- ▶ доктор физ.-мат. наук А.П. Чугайнова – с 2004 года
- ▶ член-корреспондент С.В. Болотин – с 2005 года
- ▶ академик Д.В.Трещев – с 2007 года
- ▶ кандидат физ.-мат. наук И.Ю. Полехин – с 2016 года
- ▶ кандидат физ.-мат. наук А.В. Дымов – с 2016 года

Основные направления исследований

- ▶ Нелинейные волны в сплошных средах
 - ▶ академик А.Г. Куликовский
 - ▶ доктор физ.-мат. наук В.В. Марков
 - ▶ доктор физ.-мат. наук А.Т. Ильичев
 - ▶ доктор физ.-мат. наук А.П. Чугайнова
- ▶ Динамические системы классической механики
 - ▶ академик В.В. Козлов
 - ▶ академик Д.В. Трещев
 - ▶ член-корреспондент С.В. Болотин
 - ▶ кандидат физ.-мат. наук И.Ю. Полехин
 - ▶ кандидат физ.-мат. наук А.В. Дымов
- ▶ Математические методы в теории гравитации:
доктор физ.-мат. наук Г.А. Алексеев
- ▶ Математические методы квантовой и статистической механики
 - ▶ член-корреспондент Н.Н. Боголюбов (мл.)
 - ▶ кандидат физ.-мат. наук А.В. Солдатов

Некоторые премии сотрудников отдела

- ▶ Государственные премии СССР и РФ:
 - Н.Н. Боголюбов (1984)
 - В.В.Козлов (1994)
 - Д.В. Трещев (1994)
 - В.В. Марков (2022)
 - А.Г. Куликовский, А.П. Чугайнова (2023)
- ▶ Приглашенные доклады на ICM:
 - В.В. Козлов (1986), С.В.Болотин (1994), Д.В. Трещев (2002)
- ▶ В.В. Козлов:
 - Ордена «За заслуги перед Отечеством» I,II,III степени

Основные направления исследований А.Г. Куликовского:

Магнитная гидродинамика, ударные волны в сплошных средах, асимптотические методы исследования устойчивости течений сплошных сред в протяженных областях.

- ▶ исследованы нелинейные волны Римана и возникновение ударных волн в процессе их опрокидывания в МГД; исследована проблема обтекания тел, имеющих собственное магнитное поле, потоком идеально проводящей жидкости и построены примеры таких течений с образованием каверны
- ▶ исследованы фронты ионизации и рекомбинации: разрывов в МГД, которые требуют выполнения дополнительных граничных условий, получаемых из требования существования структуры разрывов. Число этих условий зависит от скорости разрыва. Показано, что не только для упомянутых разрывов, но и для произвольного разрыва число дополнительных соотношений на разрыве, получаемых из требования существования структуры, обеспечивает его эволюционность

- ▶ развита теория гиперболических волн для других областей механики сплошных сред, в частности, в теории упругости. Получен ряд значительных результатов в области нелинейных волн в слабо анизотропных упругих средах, описываемых гиперболическими системами дифференциальных уравнений в частных производных.
- ▶ получены фундаментальные результаты в теории устойчивости возмущений в протяженных областях. Показано, что удаленные границы области могут вызывать неустойчивость, либо усиливая возмущения (граничные возмущения), либо способствуя формированию растущей со временем самоподдерживающейся замкнутой цепочки волн (глобальная неустойчивость).
- ▶ получен ряд фундаментальных результатов о развитии возмущений поверхности однородного неустойчивого тангенциального разрыва в идеальной жидкости, о нелинейных волнах в магнетиках, о развитии возмущений на слабо неоднородном фоне.

- ▶ В совместных работах А.Г. Куликовского и А.П. Чугайновой изучены разрывы и неединственность решений задачи о распаде произвольного разрыва в нелинейно-упругих средах. При исследовании разрывных решений гиперболических уравнений важную роль играют мелкомасштабные процессы (такие как диссипация, дисперсия), учет которых регуляризует разрывное решение. При этом говорят, что разрыв обладает структурой.
- ▶ Для ряда моделей механики сплошной среды было проведено исследование устойчивости структуры разрывов и введено понятие допустимого разрывов. Так называются разрывы, обладающие устойчивой структурой. Показано, что решение задачи Римана для обобщенного уравнения Хопфа и системы нелинейных гиперболических уравнений, описывающих волны в упругих средах, единственно, если решение содержит допустимые разрывы
- ▶ В работах А.П. Чугайновой изучались неклассические разрывы (так называемые недосжатые разрывы) и их роль в решениях задачи Римана для систем уравнений, описывающих волны в нелинейно-упругих средах

Структура разрыва (А.Г. Куликовский и А.П. Чугайнова)

Упрощенная нелинейная гиперболическая система уравнений теории упругости:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial H(\mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}} = 0,$$

где H – энергия упругих деформаций. Решения имеют разрывы.

Законы сохранения на разрывах:

$$\left[\frac{\partial H(\mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}} \right] = W[\mathbf{u}], \quad [\mathbf{u}] = \mathbf{u}^+ - \mathbf{u}^-,$$

W – скорость разрыва. На разрыве должны выполняться еще условия типа Лакса и условия неубывания энтропии. Когда их недостаточно для единственности решения, следует учитывать мелкомасштабные процессы внутри разрыва. Математически это означает добавлением в систему членов с высшими производными, например вязкости $\nu \partial^2 \mathbf{u} / \partial x^2$. При этом говорят, что разрыв обладает структурой. Для ряда моделей механики сплошной среды было проведено исследование устойчивости структуры разрывов и введено понятие допустимого разрыва — обладающего устойчивой структурой. Показано, что решение задачи Римана для обобщенного уравнения Хопфа и системы нелинейных гиперболических уравнений, описывающих волны в упругих средах, единственно, если решение содержит допустимые разрывы.

Основные направления исследований А.Т. Ильичева:
Распространение волн в диспергирующих средах, устойчивость локализованных волновых структур, поверхности раздела в задачах гидромеханики, теории упругости и теории фильтрации

- ▶ установлена орбитальная устойчивость локализованных волн в стержнях и упругих композитных средах
- ▶ исследована нелинейная динамика волн на поверхности жидкости с дополнительным поверхностным давлением. Получены и описаны плоские и существенно двумерные нелинейные волновые структуры для жидкости с поверхностным натяжением (капиллярные волны) и под ледяным покровом, моделируемым геометрически нелинейной упругой пластиной (изгибные волны)

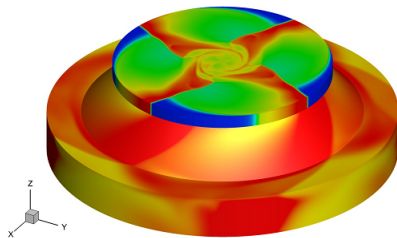
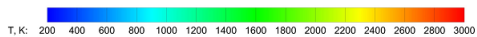
- ▶ исследована устойчивость поверхности фазового перехода в пористых средах. Исследована устойчивости вертикальных течений в геотермальных резервуарах, когда область воды (тяжелая жидкость) находится над областью пара (легкая жидкость). Проанализированы режимы в окрестности (в том числе и нелинейные) вблизи порога неустойчивости поверхности фазового перехода
- ▶ изучены вопросы устойчивости локализованных выпуклых образований на стенке упругой мембранной трубки (с существенно нелинейным упругим потенциалом) — аневризм — в контексте возможных биологических приложений (формировании биологической аневризмы на стенках сосудов)

**Основные направления исследований В.В. Маркова:
построение математических моделей, разработка
аналитических и численных методов механики
многокомпонентных газовых и многофазных пылегазовых
смесей.**

- ▶ установлен механизм инициирования детонации при взрыве для модельной и реальной кинетики химических реакций, определены критические энергии инициирования различными источниками энергии и показана возможность формирования детонации за счет кумуляции или поршневого эффекта
- ▶ изучен процесс формирования ячеистой структуры детонации, разработана двумерная модель спина и обнаружен неизвестный ранее галопирующий режим распространения слоистой газовой и пылегазовой детонации

- ▶ предложен новый метод инициирования детонации при трансформации слабой ударной волны в канале со стенками специального профиля за счет эффектов кумуляции
- ▶ изучен процесс спонтанного формирования спиновой детонации в канале кругового сечения и ее устойчивость при переходе через скачок сечения, определены критические условия формирования и сохранения спина
- ▶ исследована трехмерная ячеистая структура в задаче о детонации в канале. Установлено, что наблюдаемая в экспериментах регулярная двумерная структура реализуется из-за затухания поперечных возмущений в зазоре между стенками канала

- ▶ исследованы течения при формировании многоочаговой детонации за счет поршневого эффекта от подвижных непроницаемых поверхностей: в круговом цилиндре; в цилиндре квадратного сечения с изменяющимся по синусоидальному закону периметром. Проведена классификация режимов инициирования в зависимости от частоты и амплитуды колебаний размера стороны квадрата
- ▶ исследовано инициирование трехмерной детонации в сверхзвуковом потоке в каналах винтовой формы и каналах переменного сечения, показавшее возможность и границы применения решений плоских задач при исследовании пространственных течений



Основные направления исследований В.В. Козлова

- ▶ Интегрируемость и неинтегрируемость гамильтоновых систем
- ▶ Вариационные методы построения периодических траекторий
- ▶ Теория устойчивости
- ▶ Динамика неголономных систем
- ▶ Системы с упругими отражениями (бильярды)
- ▶ Гидродинамика гамильтоновых систем
- ▶ Поля симметрий и интегральные инварианты
- ▶ Обоснование статистической механики
- ▶ Диффузия в гамильтоновых системах

В.В. Козлов (2023): новый механизм диффузии в гамильтоновых системах

- ▶ Представлен пример аналитической системы дифференциальных уравнений в $\mathbb{R}^6$ с неустойчивым равновесием, формально устойчивым и устойчивым для большинства начальных условий. С помощью расходящегося нормализующего формального преобразования система сводится к гамильтоновой системе с тремя степенями свободы. Почти все его фазовое пространство расслоено трехмерными инвариантными торами, несущими квазипериодические траектории. Эти торы не заполняют все фазовое пространство. Хотя "зазор" между торами имеет нулевую меру, это множество всюду плотно в $\mathbb{R}^6$ и неограниченные фазовые траектории плотны в этом зазоре. В частности, формально устойчивое равновесие неустойчиво по Ляпунову.

Некоторые результаты Д.В. Трещева

- ▶ Найдены все интегрируемые гамильтоновы системы на торе с потенциалом в виде тригонометрического полинома, получены обобщения на случай обобщенных цепочек Тоды (совместно с В.В.Козловым)
- ▶ установлено, что при разрушении резонансных торов интегрируемых гамильтоновых систем некоторые нерезонансные подторы меньшей размерности сохраняются и становятся частично гиперболическими
- ▶ разработан метод вычисления асимптотик экспоненциально малого расщепления сепаратрис
- ▶ получены двусторонние оценки для ширины стохастического слоя в системах с двумя степенями свободы
- ▶ доказана типичность диффузии Арнольда в априори неустойчивых системах

- ▶ в рамках теории ансамблей Гиббса развита неравновесная статистическая механика (совместно с В.В.Козловым)
- ▶ показано, что при взаимодействии конечномерной гамильтоновой системы с бесконечномерной, как правило, возникает эффективная диссипация, ведущая к простой финальной динамике
- ▶ получены обобщения формулы Хилла, связывающей геометрические и динамические свойства периодической орбиты, а также построена теория антиинтегрируемого предела (совместно с С.В.Болотиным)

Метод непрерывного усреднения Д.В. Трещева

Рассмотрим классическую задачу о приведении системы $\dot{x} = \hat{v}(x)$ к более простому виду с помощью замены переменной. Таковую замену обычно строят методом последовательных приближений

$$x = x_0 \mapsto x_1 \mapsto x_2 \mapsto \cdots \mapsto x_n \rightarrow y.$$

ДТ предложил заменить дискретную последовательность замен переменных на непрерывную, зависящую от параметра $\delta \in [0, +\infty)$, так что $x = x_\delta|_{\delta=0}$, $y = x_\delta|_{\delta=+\infty}$. Семейство замен переменных строится как сдвиг вдоль решений вспомогательной системы

$$\frac{dx}{d\delta} = f(x, \delta)$$

В новых переменных исходная система приобретает вид

$$\dot{x} = v(x, \delta), \quad v(x, 0) = \hat{v}(x)$$

Идея непрерывной замены переменных восходит к Ли. Новизна подхода ДТ состоит в том, что f выбирается в виде $f = \xi v$, где ξ – некоторый линейный оператор. В конкретных задачах "хороший" оператор удается угадать. Тогда эволюция векторного поля v удовлетворяет уравнению

$$\partial_\delta v = [v, \xi v], \quad v|_{\delta=0} = \hat{v}$$

Например, для периодической гамильтоновой системы

$$\dot{x} = J \partial_x H(x, t), \quad H = \sum h_k(x) e^{ikt}$$

"хороший" оператор имеет вид

$$\xi H = \sum_{k \neq 0} i(\text{sign } k) h_k(x)$$

Анализ построенной задачи Коши привел к решению ряда трудных задач, включая следующие:

- ▶ задача о включении диффеоморфизма в поток
- ▶ оценка неустранимой экспоненциально малой зависимости векторного поля от быстрой фазы в быстро-медленных системах
- ▶ вычисление асимптотики экспоненциально малого расщепления сепаратрис в стандартном отображении Чирикова, маятнике с быстро колеблющейся точкой подвеса, и других системах
- ▶ новые результаты в теории нормальных форм около положения равновесия

Результаты И.Ю. Полехина

- ▶ Доказано существование движений без падения в задаче Уитни о перевернутом маятнике в поле горизонтальной силы. Аналогичные результаты получены и для более общих динамических систем, на многообразиях с краем
- ▶ Предложен топологический подход для доказательства невозможности глобальной стабилизации в управляемых системах с обратной связью
- ▶ Предложен новый тополого-аналитический метод доказательства теорем о существовании вынужденных колебаний
- ▶ Найдены достаточные условия интегрируемости маятника Циглера

Результаты А.В. Дымова

- ▶ обоснование теории волновой турбулентности для стохастической модели, предложенной Захаровым и Львовым. Задача состоит в исследовании статистик решений малой амплитуды случайно возмущенного нелинейного уравнения Шредингера с периодическими граничными условиями большого периода. Основным интерес представляет строгий вывод волнового кинетического уравнения. Это было сделано для одной из основных статистик приближенного решения уравнения Шредингера (совместно с С. Влэдуцем, С. Куксиным, А. Майокки)
- ▶ исследование статистик динамики стохастически возмущенных цепочек или решеток частиц, в которых соседние частицы слабо нелинейно взаимодействуют. В случае, когда невзаимодействующие частицы являются гармоническими осцилляторами, доказано, что поток энергии через систему удовлетворяет соотношениям, похожим на локальные версии закона Фурье теплопроводности и формулы Грин-Кубо
- ▶ Исследование динамических свойства случайных точечных детерминантных процессов (совместно с А. Буфетовым).

Математическое обоснование теории волновой турбулентности (А.В. Дымов и С.Б. Куксин) Рассмотрено стохастическое возмущение нелинейного уравнения Шредингера

$$\partial_t u + i\Delta u - i\lambda|u|^2 u = (\text{вязкость} + \text{случайное возм-е}) \text{ размера } \ll \lambda$$

где $u = u(t, x) \in \mathbb{C}$, $x \in \mathbb{R}^d / (L\mathbb{Z}^d)$ - тор периода $L \gg 1$, λ - малый параметр. Основной интерес представляет поведение решения $u(x, t)$ в пределе $L \rightarrow \infty$, $\lambda \rightarrow 0$, а также его *энергетического спектра*

$$n_s(\tau) = \mathbb{E}|\hat{u}_s(\tau)|^2, \quad s \in L^{-1}\mathbb{Z}^d$$

где $\hat{u}_s(t)$ – коэффициенты ряда Фурье решения $u(t, x)$.
Энергетический спектр описывает распределение энергии системы по частотам Фурье.

Основной постулат теории состоит в утверждении, что при $L \rightarrow \infty$, $\lambda \rightarrow 0$ на длительных интервалах энергетический спектр приближенно удовлетворяет *волновому кинетическому уравнению*

$$\frac{dn_s}{d\tau} = \varepsilon K_s(n) + \text{вклад от вязкости и случайного возмущения}$$

где $0 < \varepsilon \ll 1$ описывает эффективный размер нелинейности, а

$$K_s(n) = \int_{\Sigma} (n_{s_1} n_{s_2} n_{s_3} + n_{s_1} n_{s_2} n_s - n_{s_1} n_{s_3} n_s - n_{s_2} n_{s_3} n_s) ds_1 ds_2$$

где $s_3 := s_1 + s_2 - s$ и $\Sigma \subset \mathbb{R}^{2d}$ – резонансная гиперповерхность.

Показано, что энергетический спектр решения нелинейного уравнения Шредингера с подходящей невязкой удовлетворяет этому постулату в различных последовательностях пределов $L \rightarrow \infty$, $\lambda \rightarrow 0$.

Направления исследований Г.А. Алексеева: Математические методы в современной теории гравитации и их приложение к изучению нелинейных свойств сильных гравитационных полей

Для полей, обладающих двумерной симметрией, установлена полная интегрируемость уравнений Эйнштейна и построены ассоциированные спектральные задачи для:

- ▶ уравнений Эйнштейна-Максвелла вне источников
- ▶ уравнений Эйнштейна-Вейля с безмассовым спинорным полем
- ▶ уравнений минимальной супергравитации (бозонный сектор)
- ▶ уравнений струнной гравитации (гетеротическая струна, бозонный сектор)
- ▶ Найдены их N -солитонные решения

Для различных интегрируемых редукций уравнений Эйнштейна предложен “метод преобразования монодромии”, в рамках которого

- ▶ дано описание пространства локальных решений в терминах данных монодромии ассоциированной спектральной задачи
- ▶ найдено линейное сингулярное интегральное уравнение, решающее обратную задачу преобразования монодромии, т.е. построения решений по произвольно выбираемым данным монодромии как функций спектрального параметра
- ▶ для произвольно выбираемых аналитически согласованных рациональных данных монодромии описано построение семейств точных решений с любым числом свободных параметров и их нелинейных суперпозиций
- ▶ С помощью метод преобразования монодромии найдено большое число точных решений уравнений Эйнштейна.

Для уравнений Эйнштейна-Максвелла с двумерной симметрией:¹⁾

$$\underline{\Psi(\xi, \eta, w), U(\xi, \eta), V(\xi, \eta), W(\xi, \eta, w) - ?} \quad (w \in \mathbb{C})$$

(а) Ассоциированная линейная система (3 x 3):

$$\left\{ \begin{array}{l} 2i(w - \xi)\partial_\xi \Psi = U(\xi, \eta) \Psi \\ 2i(w - \eta)\partial_\eta \Psi = V(\xi, \eta) \Psi \end{array} \right\} \parallel \quad \begin{array}{l} U \cdot U = -U \quad \text{tr } U = i \\ V \cdot V = -V \quad \text{tr } V = i \end{array}$$

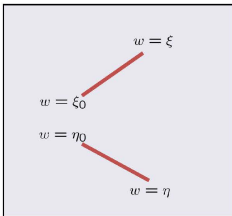
(б) Требование существования эрмитова матричного интеграла $K(w)$:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Psi^\dagger W \Psi = K(w) \\ K^\dagger(w) = K(w) \end{array} \right\} \parallel \quad \frac{\partial W}{\partial w} = \Omega, \quad \Omega = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

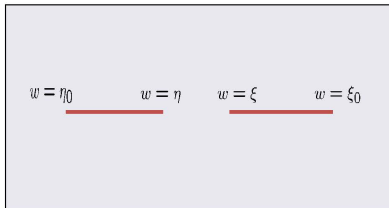
Эта задача, благодаря ее структуре, сводится к решению линейного сингулярного интегрального уравнения, ядро которого выражается через произвольно задаваемые данные монодромии на составном разрезе на спектральной плоскости w

¹⁾ GA, JETP Lett 1980 ; GA, Physica D, 2009

Аналитическая структура $\Psi(\xi, \eta, w)$ на спектральной плоскости w ¹⁾



Elliptic case: $\xi = \bar{\eta}$



Hyperbolic case: $\xi = \bar{\xi}, \eta = \bar{\eta}$

Линейное сингулярное интегральное уравнение на составном разрезе

$$\frac{1}{i\pi} \int_L \frac{\mathcal{H}(\tau, \zeta)}{\zeta - \tau} \varphi(\rho, z, \zeta) d\zeta = \begin{pmatrix} \mathbf{u}(\tau) \\ \mathbf{v}(\tau) \end{pmatrix} \rightarrow \varphi \rightarrow \{g_{ik}, F_{ik}\}$$

¹⁾ Sov. Phys (1985), Phys.Rev. D, 2009) ;

Преобразование монодромии

Пространство локальных
решений

$$g_{ik}, F_{ik} \dots \| x^1, x^2$$



Свободное пространство
функциональных параметров

$$\{u_{\pm}(w), v_{\pm}(w) \dots\}, w \in \overline{\mathbb{C}}$$

(Связи: полевые уравнения)

(Нет связей)

“Прямая” задача: $\{g_{ik}(x), F_{ik}(x) \dots\} \rightarrow \{u_{\pm}(w), v_{\pm}(w) \dots\}$
(линейные обыкновенные дифференциальные уравнения)

“Обратная” задача: $\{u_{\pm}(w), v_{\pm}(w) \dots\} \rightarrow \{g_{ik}(x), F_{ik}(x) \dots\}$
(линейные интегральные уравнения)

Интерпретация: $\{u_{\pm}(w), v_{\pm}(w) \dots\} \leftrightarrow$ Данные монодромии для $\Psi(\xi, \eta, w)$

Недавние результаты Н.Н. Боголюбова и А.В. Солдатова

- ▶ исследована эволюция открытых квантовых многоуровневых систем с конечным числом квантовых состояний, взаимодействующих с внешними полями и диссипативным окружением. Предложен метод, позволяющий получать приближенные эволюционные уравнения для статистического оператора системы и многовременных корреляционных функций динамических переменных в рамках теории возмущений. Эти уравнения существенно упрощаются, если динамика системы описывается в терминах алгебры $SU(N)$, что позволяет реализовать эффективные численные алгоритмы решения полученных уравнений
- ▶ исследованы процессы резонансной флуоресценции, эффекты когерентности, явления абсорбции и дисперсии в двухуровневых квантовых системах, взаимодействующих с полихроматическими внешними лазерными полями и диссипативным окружением (совместно с Z. Ficek, J. Seke and G. Adam)

- ▶ исследованы процессы флуоресценции в двухуровневых квантовых системах с нарушенной инверсионной симметрией, взаимодействующих с полихроматическими внешними лазерными полями и диссипативным окружением. Показано, что такие квантовые системы могут как излучать, так и усиливать или поглощать электромагнитное излучение, частота которого много меньше частоты управляющего лазерного монохроматического поля
- ▶ Показано, что сжатие вакуумного поля приводит к уширению низкочастотного излучательного пика в спектре резонансной флуоресценции системы. Показано, что изменение опорной фазы, ширины полосы и степени сжатия вакуумного поля позволяют управлять как формой излучательного пика, так и способностью системы поглощать или усиливать слабое низкочастотное излучение

- ▶ метод промежуточных гамильтонианов развит применительно к построению верхних и нижних оценок энергии основного состояния в моделях теории поляронов, а также для получения двусторонних оценок энергетического спектра квантовых систем пониженной размерности. Получены соответствующие оценки для моделей акустических и оптических поляронов а также для квантовых точек в гауссовом удерживающем потенциале и в параболическом потенциале в присутствии внешнего магнитного поля
- ▶ метод квазисредних в статистической механике обобщён для исследования свойств конденсированных сред. Для вырожденных состояний равновесия моделей магнитных систем с нарушенной магнитной и фазовой симметриями сформулированы уравнения классификации для параметра порядка, позволяющие исследовать возможные состояния равновесия (совместно с М.Ю Ковалевским)

Спасибо за внимание!