Николай Григорьевич Чеботарев (1894-1947)

К 130-летию со дня рождения

Абызов Адель Наилевич
Adel.Abyzov@kpfu.ru
Казанский (Приволжский) федеральный университет

Детство

Николай Григорьевич Чеботарев

Николай Григорьевич Чеботарев родился 15 июня 1894 года в г. Каменец-Подольске. Его отец был судебным деятелем.

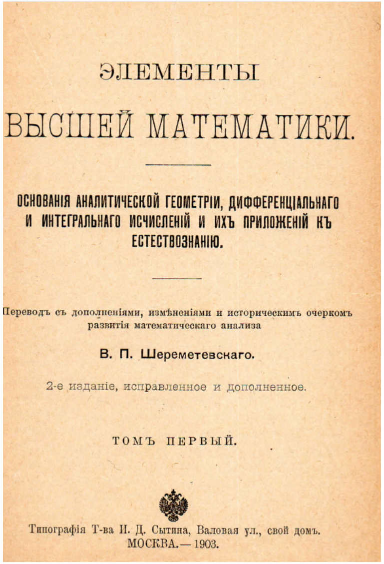
“Я определил свою будущую профессию – математику – довольно рано, еще находясь в младших классах гимназии. В четвертом классе я прошел почти весь учебник геометрии Киселева и решал большинство задач из смешанного отдела задачника Рыбкина.”

Летом 1909 года, окончив 5-й класс, Николай Григорьевич самостоятельно доказал малую теорему Ферма. В этот же период он самостоятельно изучает такие разделы гимназического курса алгебры, как логарифмы, бином Ньютона и неопределенные уравнения.

Детство

Первая книга, с которой Николай Григорьевич начал познакомиться с высшей математикой был учебник аналитической геометрии Пржевальского (для кадетских корпусов). Эту книгу Николай Григорьевич изучил летом 1910 года.

Летом 1911 г. Николай Григорьевич изучил высшую математику по курсу Лоренца и разобрал статью Н.И. Лобачевского “О началах геометрии”, изданной с примечаниями Желтухина. Благодаря этой статье Николай Григорьевич научился выводить формулы, связывающие стороны и углы в геометрии Лобачевского, а также решать некоторые более сложные задачи. В частности, он решил заинтересовавший его вопрос о представлении уравнений окружности и орицикла в единой форме. На основе полученных результатов Николай Григорьевич написал статью “Формула геометрии Лобачевского”, которая была опубликована в Журнале казанского студенческого математического кружка в 1929 году. Эту работу Николай Григорьевич считал первым своим математическим результатом.


ЭЛЕМЕНТЫ
ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ.

ОСНОВАНІЯ АНАЛИТИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРІИ, ДИФФЕРЕНЦІАЛЬНАГО И ИНТЕГРАЛЬНАГО ИСЧИСЛЕНІЙ И ИХЪ ПРИЛОЖЕНІЙ КЪ ЕСТЕСТВОЗНАНІЮ.

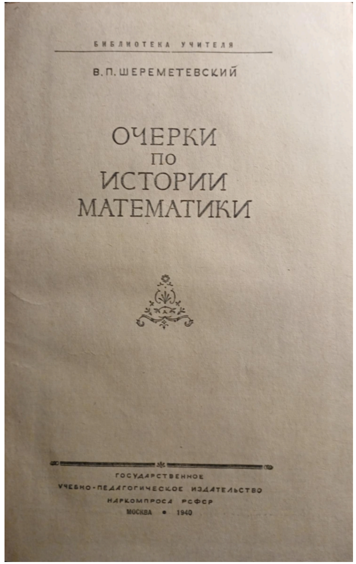
Переводъ съ дополненіями, измѣненіями и историческимъ очеркомъ развитія математическаго анализа

В. П. Шереметевскаго.

2-е изданіе, исправленное и дополненное.

ТОМЪ ПЕРВЫЙ.

Типографія Т-ва И. Д. Сытина, Валовая ул., свой домъ.
МОСКВА.—1903.


БИБЛИОТЕКА УЧИТЕЛЯ

В.П.ШЕРЕМЕТЕВСКИЙ

ОЧЕРКИ
ПО
ИСТОРИИ
МАТЕМАТИКИ

ГОСУДАРСТВЕННОЕ
УЧЕБНО-ПЕДАГОГИЧЕСКОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
НАРКОМПРОСА РСФСР
МОСКВА • 1940

Перевод книги Лоренца сделал Шереметевский Всеволод Петрович (1850-1919). Российский историк математики и педагог, профессор Московского городского народного университета им. А.Л. Шанявского. Был последовательным сторонником реформы математического образования в России.

“В свое время двухтомник Лоренца-Шереметевского имел очень большой успех и завербовал в ряды любителей математики многих и многих. Этим “Элементы высшей математики” несомненно обязаны были главным образом Шреметевскому, коренным образом переработавшим материал подлинника и дополнившему его собственным текстом, вдвое превышавшем по объему оригинал.”

(А.П. Юшкевич)

Учеба в университете

Отец Николая Григорьевича был переведен на службу в Киев и в 1912 г. к весне Николай Григорьевич выдержал выпускной экзамен и был принят в университет Святого Владимира. Летом, при переходе на второй курс, Николай Григорьевич перевел на русский язык большую часть сокращенного учебника алгебры Вебера, и благодаря этому, овладел немецким языком и изучил теорию Галуа.

Учебник Вебера

Volume 1	772 pages. Introduction (pages 1–25).
Book 1	*The foundations* (pages 25–270).
I	Rational functions.
II	Determinants.
III	Roots of algebraic equations.
IV	Symmetric functions.
V	Linear transformations. Invariants.
VI	The Tschirnhaus transformation.
Book 2	*The roots* (pages 271–490).
VII	Reality of roots.
VIII	Sturm's theory.
IX	Evaluation of roots.
X	Approximate evaluation of roots.
XI	Continued fractions.
XII	The theory of roots of unity.
Book 3	*Algebraic magnitudes* (pages 491–772).
XIII	Galois theory.
XIV	Application of groups of permutations to equations.
XV	Cyclical equations.
XVI	Cyclotomy.
XVII	Algebraic solution of equations.
XVIII	Roots of metacyclic equations.
Volume 2	876 pages. Book 1 *Groups* (pages 3–162).
I	General theory of groups.
II	Abelian groups.
III	Groups of cyclotomy fields.
IV	Cubic and biquadratic Abelian fields.
V	Constitution of the general groups.
Book 2	*Linear groups* (pages 163–350).
VI	Groups of Linear substitutions.
VII	Invariants of groups.
VIII	Groups of binary linear substitutions.
IX	Polyhedric groups.
X	Groups of congruences.

Book 3	*Applications of group theory* (pages 351–552).
XI	General theory of metacyclic equations.
XII	Inflection points in third-order curves.
XIII	Double tangents in fourth-order curves.
XIV	The general theory of fifth-degree equations.
XV	Groups of linear ternary substitutions.
XVI	The problem of forms of the group G_{168} and the theory of seventh-degree equations.
Book 4	*Algebraic numbers* (pages 553–876).
XVII	Numbers and functionals of an algebraic curve.
XVIII	Theory of algebraic fields.
XIX	Relations between a field and its divisors.
XX	Lattice of points.
XXI	Number classes.
XXII	Cyclotomic fields.
XXIII	Abelian fields and cyclotomic fields.
XXIV	Number class of cyclotomic fields.
XXV	Transcendental numbers.
Volume 3	764 pages. Book 1. *Analytical part* (pages 1–320).
I	The elliptic integrals.
II	Theta functions.
III	Transformations of theta functions.
IV	The elliptic functions.
V	The modular functions.
VI	Multiplication and division of elliptic functions.
VII	Theory of transformation equations.
VIII	The group of transformation equations and the fifth-degree equation.
Book 2	*Quadratic fields* (pages 321–412).
IX	Discriminants.
X	Algebraic numbers and forms.
XI	Ideals in quadratic fields.
XII	Rings ('*Ordnungen*') in quadratic fields.
XIII	Equivalence according to groups of numbers.
XIV	Composition of forms and ideals.

XV	Signature ('*Geschlecht*') of quadratic forms.
XVI	Number class in quadratic fields.
Book 3	*Complex multiplication* (pages 413–562).
XVII	Elliptic functions and quadratic forms.
XVIII	Galois group of class equations.
XIX	Calculation of class invariants.
XX	The multiplication equation in the complex multiplication.
XXI	The norm of class invariants $f(\omega)$.
XXII	Cayley's derivation of the modular functions.
Book 4	*Class fields* (pages 563–622).
XXIII	The cyclotomic field.
Book 5	*Algebraic functions* (pages 623–764).
XXIV	Algebraic functions of one variable.
XXV	Functionals.
XXVI	Numerical values of algebraic functions.
XXVII	Algebraic and Abelian differentials.

First edition. 2 vols., Braunschweig: Vieweg, 1895-1896. 772 + 876 pages. Vol. 3 published separately as Elliptische Funktionen und algebraische Zahlen, 1891. 764 pages. Second edition. Vols. 1–3: Braunschweig: Vieweg, 1898-1908.

Алгебру Вебер понимал в широком смысле, она охватывала теорию чисел и смежные с ней разделы. Фундаментальные понятия, такие как поле и группа, рассматриваются в этом труде только как инструменты . Незадолго до смерти Вебер написал краткую “ Алгебру”, чтобы сделать доступной для начинающих изучение современной ему алгебры.

Учеба в университете

На втором курсе Николай Григорьевич стал участником в семинара Дмитрия Александровича Граве по алгебре, темой которой были конечные группы ортогональных подстановок и теория алгебраических функций.

На втором своем докладе Николай Григорьевич предложил простое доказательство теоремы Бертрана о границе индексов симметрической группы. Это доказательство впоследствии было включено в монографию Н.Г. Чеботарева “Основы теории Галуа”.

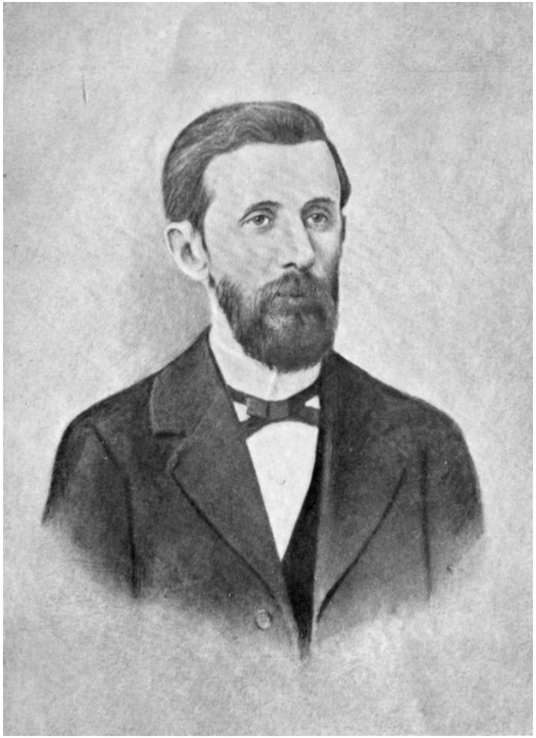
Теорема (Бертран, 1845). Симметрическая группа S_n при $n \geq 5$ не имеет подгрупп, индекс которых лежал бы между 2 и n.

Начиная со второго курса Николай Григорьевич Чеботарев изучает теорию аналитических функций, а также теорию алгебраических функций, главным образом с арифметической точки зрения по книгам Гензель-Ландсберга и Фильдса. Также Николай Григорьевич изучал алгебраические числа по Гензелю, т. е. с использованием p-адических разложений.

Проводя аналоги между теорией алгебраических функций и теорией алгебраических чисел Николай Григорьевич формулирует и доказывает арифметическую теорему монодромии.

Теорема. Группа Галуа конечного нормального расширение поля рациональных чисел совпадает с наименьшей подгруппой, которая содержит все группы инерции этого расширения.

Школа Граве



Дмитрий Александрович Граве

Дмитрий Александрович Граве родился 6 сентября 1863 г. в городе Кириллове Вологодской области в дворянской семье.

В 1881 г. Д.А. Граве поступил на математическое отделение Петербургского университета. Учителями его в университете стали крупнейшие математики П.Л. Чебышев, А.Н. Коркин, А.А. Марков и др. Наибольшее влияние на Д.А. Граве оказал Александр Николаевич Коркин.

В 1889 г. он защитил на степень магистра чистой математики диссертацию “О частных дифференциальных уравнениях первого порядка”.

В 1896 г. Д.А. Граве защитил диссертацию на степень доктора математики: его докторская диссертация “Об основных задачах математической теории построения географических карт”.

”Я должен признаться, что обе мои диссертации вытекали из бесед с Коркиным, хотя в докторской диссертации большую роль играли также Чебышев и Марков”.

Школа Граве

Профессор университета св. Владимира Д.А. Граве

С января 1902 г. Дмитрий Александрович начал работать профессором на кафедре чистой математики в Императорском университете Святого Владимира в Киеве.

В том же году Д.А. Граве получает разрешение на поездку в Христианию (Осло) для участия в праздновании 100-летнего юбилея математика Н.Х. Абеля. И в последующие годы своей жизни Д.А. Граве на летнее каникулярное время часто посещал университеты Европы, где изучал постановку математического образования. Д.А. Граве познакомился с такими учеными, как К. Г.-А. Шварц и Ф. Г. Фробениус (Берлин), К. Гензель (Марбург), Е. Ландау (Геттинген). Обмен мнениями с учеными оказал влияние на направление научных интересов Дмитрия Александровича, которые с 1907 г. сосредоточиваются главным образом на новых разделах алгебры и теории чисел.

Школа Граве

Александр Петрович Котельников

С 1899 по 1904 года Александр Петрович Котельников занимал должность профессора кафедры теоретической механики во вновь образованном Киевском политехническом институте. Д.А. Граве поддерживал дружеские отношения с А.П. Котельниковым. Письмо к В. А. Стеклову от 3 января 1903 г. как нельзя лучше характеризует атмосферу их творческой работы: "...Я теперь очень сошелся с Котельниковым. Это прекрасная личность и серьезный ученый. Мы с ним штудируем теперь теорию эллиптических функций.... Утро 3-го января. Ожидаю сейчас Котельникова для занятий".

"Дух Абеля витал над Д.А. Граве и он заразил им А.П. Котельникова".

(Урбанский В.М., Дмитрий Граве и время).

Школа Граве

“Теория конечных групп”, 1908 г.;

“Элементы теории эллиптических функций”, выпуск 1, 1910 г.;

“Арифметическая теория алгебраических величин", т. I, "Квадратичная область”, 1910 г.; т. II, “Теория идеалов", 1912 г.;

“Элементарный курс теории чисел”, 1913;

“Элементы высшей алгебры”, 1914.

Курсы лекций Д.А. Граве, отработанные и изданные в виде монографий, создавали научную основу к следующему шагу – созданию коллектива единомышленников, члены которой составят научную школу Д.А. Граве.

“Можно без особого преувеличения сказать, что книги Д.А. воспитали и привили вкус к математике большинству современных математиков Союза.” (Н.Г. Чеботарев)

Школа Граве

“Единственное правильное понимание университета это есть то, что университет должен быть лабораторией науки, и которой профессор должен быть исследователем, а студент – начинающим ученым, и я решил в 1912–1914 осуществить мою идею под видом семинара по алгебре и теории чисел”.

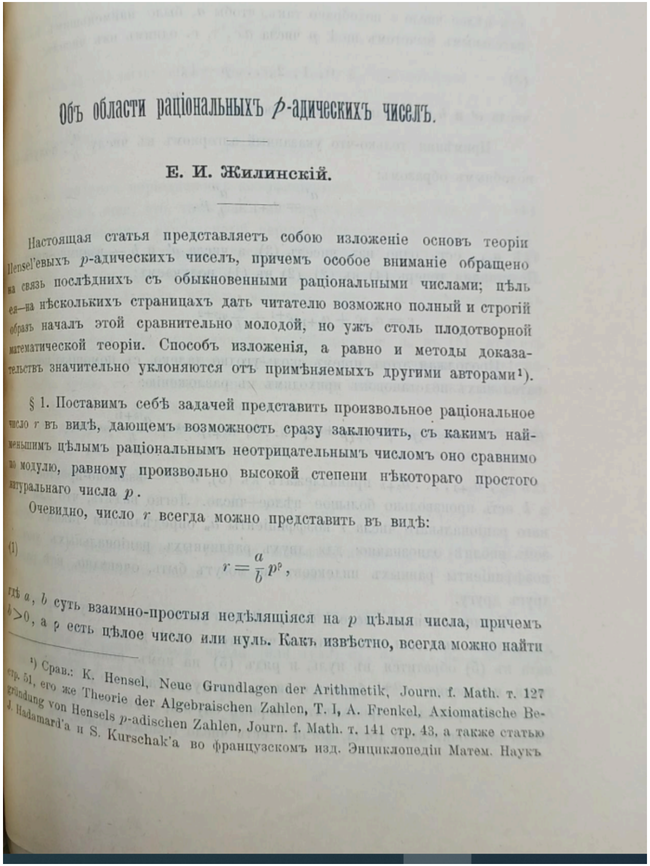
Моя жизнь и научная деятельность, Д.А. Граве.

Школа Граве. Старшее поколение

Жилинский Евстафий Иванович

Жилинский Евстафий Иванович поступил в в Университете Святого Владимира в 1907 году, где становится учеником Д.А. Граве. В 1912 году Жилинский получил 4-летнюю стипендию для финансирования своего обучения за границей. 1912-13 годы он провел в Геттингенском университете, обучаясь у Эдмунда Ландау. В этот период он опубликовал важную работу “Zur Theorie der ausserwesentlicher Discriminantenteiler algebraischer Körper. Mathematische Annalen, pages 273-274, 73”. Затем он поступил в Марбургский университет, где учился у Гензеля, и, наконец, провел время в Кембриджском университете в Англии, где учился у Г.Х. Харди. В 1914 году он получил степень магистра в Университете Святого Владимира после сдачи экзаменов по алгебре и теории чисел и защиты диссертации “Об области p-адических чисел”. В 1915-1916 годах Евстафий Иванович был ассистентом в Университете Святого Владимира, впоследствии он преподавал а различных высших учебных заведениях Польши.

Школа Граве. Старшее поколение



Объ области раціональныхъ p-адическихъ чиселъ.

Е. И. Жилинскій.

Настоящая статья представляетъ собою изложеніе основъ теоріи Hensel'евыхъ p-адическихъ чиселъ, причемъ особое вниманіе обращено на связь послѣднихъ съ обыкновенными раціональными числами; цѣль ея—на нѣсколькихъ страницахъ дать читателю возможно полный и строгій образъ началъ этой сравнительно молодой, но ужъ столь плодотворной математической теоріи. Способъ изложенія, а равно и методы доказательствъ значительно уклоняются отъ примѣняемыхъ другими авторами[1]).

§ 1. Поставимъ себѣ задачей представить произвольное раціональное число r въ видѣ, дающемъ возможность сразу заключить, съ какимъ наименьшимъ цѣлымъ раціональнымъ неотрицательнымъ числомъ оно сравнимо по модулю, равному произвольно высокой степени нѣкотораго простого натуральнаго числа p.

Очевидно, число r всегда можно представить въ видѣ:

$$r = \frac{a}{b} p^{\rho}, \tag{1}$$

гдѣ a, b суть взаимно-простыя недѣлящіяся на p цѣлыя числа, причемъ $b>0$, а ρ есть цѣлое число или нуль. Какъ извѣстно, всегда можно найти

[1]) Срав.: K. Hensel, Neue Grundlagen der Arithmetik, Journ. f. Math. т. 127 стр. 51, его же Theorie der Algebraischen Zahlen, T. I, A. Frenkel, Axiomatische Begründung von Hensels p-adischen Zahlen, Journ. f. Math. т. 141 стр. 43, а также статью J. Hadamard'a и S. Kurschak'a во французскомъ изд. Энциклопедіи Матем. Наукъ

Пусть $K/\mathbb{Q}$ - конечное расширение поля рациональных чисел. Индексом $i(K)$ поля K называется натуральное число

$$\text{НОД}((A(K) : \mathbb{Z}[\theta]) \mid \theta \in A(K), K = \mathbb{Q}[\theta]).$$

Теорема. $i(K) \leq (K : \mathbb{Q})$.

Школа Граве. Старшее поколение

Владимир Петрович Вельмин

Владимир Петрович Вельмин родился 20 июля 1885 г. в г. Киеве в семье священника. Еще в гимназические годы у него пробудился глубокий интерес к математике, и он самостоятельно изучил университетские курсы математического анализа, высшей алгебры, эллиптических функций. Особенно привлекала его алгебра, и он проштудировал первый том трактата по алгебре Вебера во французском переводе.

В 1903 г. В.П. Вельмин окончил с золотой медалью гимназию и поступил на математическое отделение физико-математического факультета университета Святого Владимира. Уже на первом курсе своими математическими способностями, хорошей подготовкой и умением вести самостоятельно математические исследования он привлек к себе внимание Д.А. Граве и стал одним из его ближайших учеников.

Школа Граве. Старшее поколение

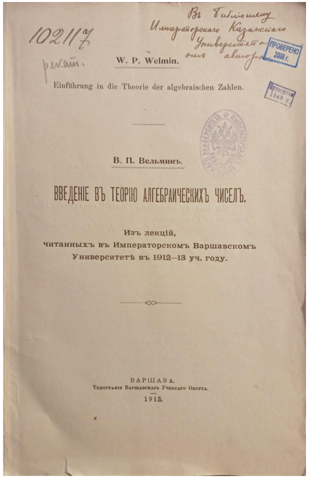
Первая печатная работа В.П. Вельмина появилась в 1904 г. в Математическом сборнике. В ней дано полное решение предложенной В.П. Ермаковым задачи о решении неопределенного уравнения $u^m + v^n = w^k$, где u, v и w – полиномы одного независимого переменного. Весной 1904 г. Д.А. Граве предложил тему конкурсного сочинения О “кривых линиях 3-го порядка”. В.П. Вельмин вышел победителем на этом конкурсе и за свое сочинение получил золотую медаль университета, а сама работа была напечатана в 1906 г. в Киевских университетских известиях. По существу это была монография объемом около 180 страниц.

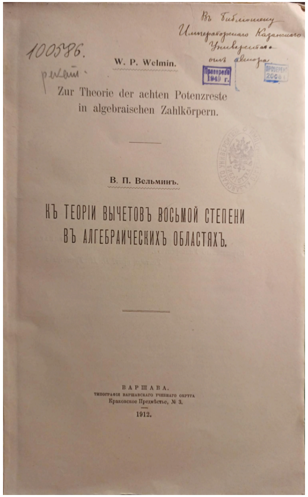
По окончании в 1907 г. с дипломом 1-й степени университета он был оставлен при нем на два года для приготовления к профессорскому званию по кафедре чистой математики.

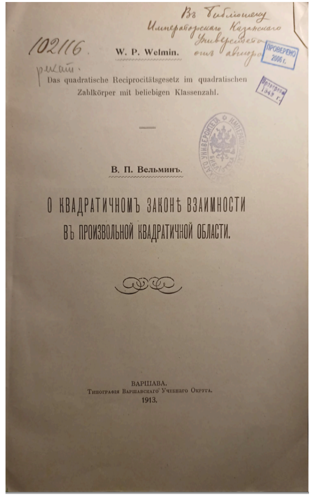
В апреле 1908 г. он успешно выдерживает магистерский экзамен и назначается на должность доцента в Варшавский университет.

Летом 1910 и 1912 гг. В.П. Вельмин выезжал в заграничную командировку в Германию, где встречался с К. Гензелем и принимал участие в знаменитом семинаре Д. Гильберта в Геттингене. Там окончательно складывается проблематика его исследований – теория алгебраических чисел и, в особенности, законы взаимности.

Школа Граве. Старшее поколение







В 1912 г. публикуется отдельным изданием большая работа (около 250 стр.) В.П. Вельмина "К теории вычетов восьмой степени в алгебраических областях", где, в частности, дается обширный критический обзор законов взаимности. Влияние Гильберта сказалось на выборе темы магистерской диссертации. 20 октября 1913 г. В.П. Вельмин защитил на физико-математическом факультете университета Святого Владимира магистерскую диссертацию на тему "О квадратичном законе взаимности в произвольной квадратичной области". Квадратичный закон взаимности в гильбертовой форме В.П. Вельмин доказал для произвольного основного квадратичного поля, в то время как Гильберт дал доказательство для случая, когда основное поле – мнимое квадратичное с нечетным числом классов. Работа получила высокую оценку специалистов и в 1920 г. была также опубликована в журнале Крелля (Das guadratische Reziprozitatsgesetz im beliebigen guadratischen Zahlkorper, J. Reine und Angew. Math. 149 : 314, 147-173, 1920.).

Школа Граве. Среднее поколение

Отто Юльевич Шмидт

В 1909-1910 гг. Д.А. Граве организовал семинар по теории групп. В этом семинаре весной 1911 г. начал свои первые научные исследования студент Отто Юльевич Шмидт. Изучив вышедшую в то время и сразу ставшую известной монографию Бернсайда по теории конечных групп, а также огромную работу Жордана “Traite des substitutions”, Отто Юльевич неоднократно выступал на семинаре с докладами, последовательно излагая основные результаты теории групп. В 1911 г. на втором курсе Отто Юльевич поставил перед собой труднейшую задачу – на основе работы Бернсайда и других изданий создать русскую книгу по теории групп.

Школа Граве. Среднее поколение

Первая работа Отто Юльевича была посвящена исследованию примитивных разрешимых подгрупп группы S_{p^n}, где p – простое число. В этой работе он продолжил исследования Жордана и при этом существенно упростил доказательство теоремы Жордана, описывающая примитивные разрешимые подгруппы группы S_{p^2} за счет использования перестановочных многочленов.

О.Ю. Шмидт, Об уравнениях, решаемых в радикалах, степень которых есть степень простого числа, Универс. изв. Киев, 1913.

Две следующие работы Отто Юльевича посвящены более простому и существенно короткому доказательству теоремы Ремака.

Теорема. Если конечная группа разложена двумя способами на прямые неразложимые множители, то множители обоих разложений попарно центрально изоморфны.

О.Ю. Шмидт. Über die Zerlegung endlicher Gruppen in direkte unzerlegbare Faktoren, Отчеты и протоколы физ.-матем. об-ва при Киевском ун-те за 1912 г.

О.Ю. Шмидт, Sur les produits directs, Bulletin de la societe, Mathematique de France, t. 41, 1913.

Из докладов О.Ю. Шмидта на семинарах Д.А. Граве выросла знаменитая монография “Абстрактная теория групп”, которая была написана О.Ю. Шмидтом к окончанию университета и была представлена Граве к изданию в 1912 году.

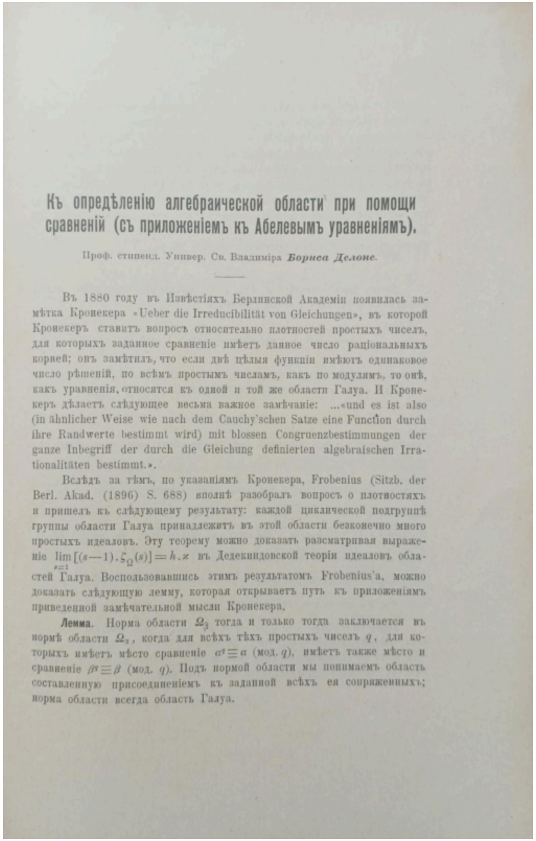
Школа Граве. Среднее поколение

Борис Николаевич Делоне

Борис Николаевич Делоне родился 15 марта 1890 года в Санкт-Петербурге в семье известного профессора математики и механики, автора очень хороших университетских учебников Николая Борисовича Делоне. В 1908 году Борис Николаевич поступил на физико-математический факультет университета Святого Владимира.

Студенческая работа Б.Н. Делоне "Связь между теорией идеалов и теорией Галуа" была удостоена большой золотой медали университета.

Школа Граве. Среднее поколение



Къ опредѣленію алгебраической области при помощи сравненій (съ приложеніемъ къ Абелевымъ уравненіямъ).

Проф. стипенд. Унивеp. Св. Владиміра *Бориса Делоне.*

Въ 1880 году въ Извѣстіяхъ Берлинской Академіи появилась замѣтка Кронекера «Ueber die Irreducibilität von Gleichungen», въ которой Кронекеръ ставитъ вопросъ относительно плотностей простыхъ чиселъ, для которыхъ заданное сравненіе имѣетъ данное число раціональныхъ корней; онъ замѣтилъ, что если двѣ цѣлыя функціи имѣютъ одинаковое число рѣшеній, по всѣмъ простымъ числамъ, какъ по модулямъ, то онѣ, какъ уравненія, относятся къ одной и той же области Галуа. И Кронекеръ дѣлаетъ слѣдующее весьма важное замѣчаніе: ...«und es ist also (in ähnlicher Weise wie nach dem Cauchy'schen Satze eine Function durch ihre Randwerte bestimmt wird) mit blossen Congruenzbestimmungen der ganze Inbegriff der durch die Gleichung definierten algebraischen Irrationalitäten bestimmt.».

Вслѣдъ за тѣмъ, по указаніямъ Кронекера, Frobenius (Sitzb. der Berl. Akad. (1896) S. 688) вполнѣ разобралъ вопросъ о плотностяхъ и пришелъ къ слѣдующему результату: каждой циклической подгруппѣ группы области Галуа принадлежитъ въ этой области безконечно много простыхъ идеаловъ. Эту теорему можно доказать разсматривая выраженіе $\lim_{s=1}[(s-1).\zeta_{\Omega}(s)]=h.\varkappa$ въ Дедекиндовской теоріи идеаловъ областей Галуа. Воспользовавшись этимъ результатомъ Frobenius'a, можно доказать слѣдующую лемму, которая открываетъ путь къ приложеніямъ приведенной замѣчательной мысли Кронекера.

Лемма. Норма области Ω_3 тогда и только тогда заключается въ нормѣ области Ω_2, когда для всѣхъ тѣхъ простыхъ чиселъ q, для которыхъ имѣетъ мѣсто сравненіе $\alpha^q\equiv\alpha$ (мод. q), имѣетъ также мѣсто и сравненіе $\beta^q\equiv\beta$ (мод. q). Подъ нормой области мы понимаемъ область составленную присоединеніемъ къ заданной всѣхъ ея сопряженныхъ; норма области всегда область Галуа.

Первая опубликованная работа Б.Н. Делоне “Об определении алгебраической области посредством конгруэнтности” была посвящена новому доказательству знаменитой теоремы Кронекера-Вебера в важном специальном случае. А именно, в этой работе на основе закона взаимности Эйзенштейна был дан краткий вывод того факта, что всякий корень абелева уравнения простой степени рационально выражается через некоторый корень из единицы.

Б.Н. Делоне. К определению алгебраической области при помощи сравнений (с приложением к абелевым уравнениям).- Сообщ. Харьковск. матем. об-ва, сер. 2, т. 14, № 6, 1915.

Школа Граве. Среднее поколение

С осени 1914 г. Б.Н. Делоне поставил себе целью найти полное решение бинарных неопределенных уравнений 3-го порядка. К весне 1915 г. Б.Н. Делоне построил исчерпывающую теорию диофантовых уравнений вида $x^3\rho + y^3 = 1$, где ρ – целое число, которое не является кубом целого числа.

Теорема. Диофантово уравнение $x^3\rho + y^3 = 1$ помимо тривиального решения (0; 1), имеет еще не более одного нетривиального решения. Для того чтобы получить это решение, нужно найти основную единицу кольца $\mathbb{Z}[\sqrt[3]{\rho}]$. Если эта единица двучленна: $y + \sqrt[3]{\rho}x$, то (x, y), есть единственное нетривиальное решение уравнения $x^3\rho + y^3 = 1$. Если это не так, то нетривиальных решений не существует.

“Решение этого уравнения далось мне далеко не сразу, так как теория его оказалась зависящей от довольно своеобразных комбинаций. Зато изящный результат вполне вознаградил меня за мой настойчивый труд, не малой наградой за который было для меня также лестное признание, которое встретило мое исследование как со стороны моего глубокоуважаемого учителя проф. Д.А. Граве, так и со стороны академика А. А. Маркова”.

Результаты этой работы были опубликованы в четырех заметках под названием “*К решению неопределенного уравнения* $x^3\rho + y^3 = 1$”.

Школа Граве. Среднее поколение

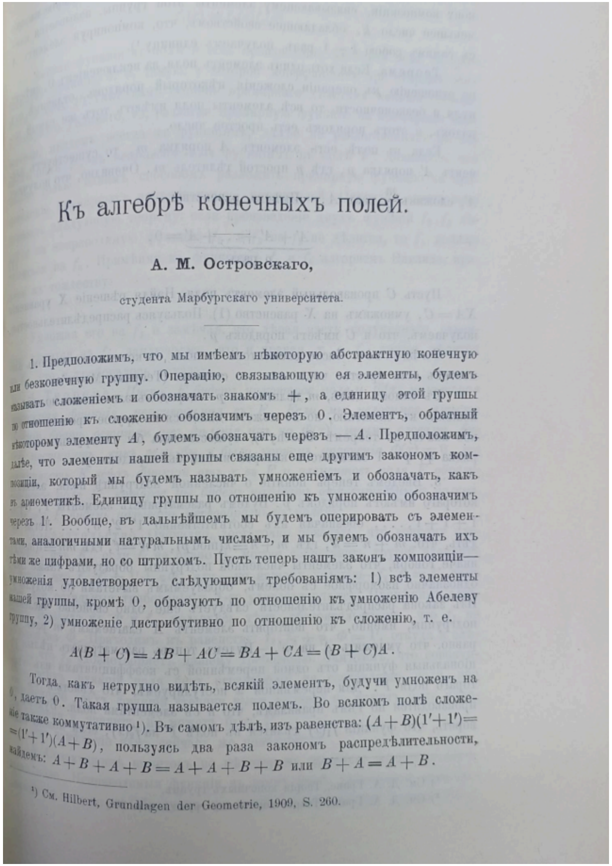
Александр Маркович Островский

Александр Маркович Островский родился 25 сентября 1893 г. в Киеве и был сыном торговца Марка Островского и его жены Веры Рашевской. В 1911 г. окончил коммерческое училище.

Свои первые математические исследования Александр Маркович начал еще будучи школьником в семинаре Д.А. Граве. Под руководством Д.А. Граве Александр Маркович написал свою первую научную работу, посвященную конечным полям.

При поступлении в университет возникли формальные трудности в связи с окончанием коммерческого училища, а не гимназии. Это побудило Д.А. Граве написать Э. Ландау и К. Гензелю и попросить их о помощи. Оба отреагировали положительно, пригласив А.М. Островского приехать в Германию. А.М. Островский принял предложение Гензеля учиться под его руководством в Марбургском университете.

Школа Граве. Среднее поколение



Къ алгебрѣ конечныхъ полей.

А. М. Островскаго,

студента Марбургскаго университета.

1. Предположимъ, что мы имѣемъ нѣкоторую абстрактную конечную или безконечную группу. Операцію, связывающую ея элементы, будемъ называть сложеніемъ и обозначать знакомъ $+$, а единицу этой группы по отношенію къ сложенію обозначимъ черезъ 0. Элементъ, обратный нѣкоторому элементу A, будемъ обозначать черезъ $-A$. Предположимъ, далѣе, что элементы нашей группы связаны еще другимъ закономъ композиціи, который мы будемъ называть умноженіемъ и обозначать, какъ въ ариѳметикѣ. Единицу группы по отношенію къ умноженію обозначимъ черезъ $1'$. Вообще, въ дальнѣйшемъ мы будемъ оперировать съ элементами, аналогичными натуральнымъ числамъ, и мы будемъ обозначать ихъ тѣми же цифрами, но со штрихомъ. Пусть теперь нашъ законъ композиціи — умноженія удовлетворяетъ слѣдующимъ требованіямъ: 1) всѣ элементы нашей группы, кромѣ 0, образуютъ по отношенію къ умноженію Абелеву группу, 2) умноженіе дистрибутивно по отношенію къ сложенію, т. е.

$$A(B+C)=AB+AC=BA+CA=(B+C)A.$$

Тогда, какъ нетрудно видѣть, всякій элементъ, будучи умноженъ на 0, даетъ 0. Такая группа называется полемъ. Во всякомъ полѣ сложеніе также коммутативно [1]). Въ самомъ дѣлѣ, изъ равенства: $(A+B)(1'+1')=(1'+1')(A+B)$, пользуясь два раза закономъ распредѣлительности, найдемъ: $A+B+A+B=A+A+B+B$ или $B+A=A+B$.

[1]) См. Hilbert, Grundlagen der Geometrie, 1909, S. 260.

В 1912 г. А.М. Островский переехал учиться в Марбург. Обучение в Марбурге было вскоре прервано начавшейся войной. Осенью 1914 г. А.М. Островский был интернирован как враждебный иностранец. Благодаря вмешательству его наставника К. Гензеля позднее А.М. Островский получил известную свободу передвижения. Ему разрешили пользоваться библиотекой Марбургского университета. Изоляция позволила А.М. Островскому полностью сосредоточиться на своих научных исследованиях.

Островский А.М. К алгебре конечных полей. Киев, 1913. 37 с.

Школа Граве. Среднее поколение

Теорема. Алгебраическое замыкание полного поля P является полным в точности тогда когда либо P – вещественно замкнутое поле, либо P – алгебраически замкнутое поле.

Теорема. Любое нетривиальное нормирование поля $\mathbb{Q}$ рациональных чисел эквивалентно обычному нормированию с помощью модуля или некоторому p-адическому нормированию.

Теорема. Всякое поле полное относительно архимедова нормирования изоморфно либо $\mathbb{R}$, либо $\mathbb{C}$.

A. Ostrowski, Über einige fragen der allgemeinen Korpertheorie// J.f.d. reine u angew. Math. Bd 143. S.255-284.

A. Ostrowski, Über einige Lösungen der Funktionalgleichung $\varphi(x) \cdot \varphi(y) = \varphi(xy)$// Acta Math. 41 (1918) 271-284.

Школа Граве. Среднее поколение

Михаил Филиппович Кравчук

Михаил Филиппович Кравчук родился 30 сентября 1892 г. в селе Човницы на Волыни в семье землемера. В 1910 г. он окончил с золотой медалью Луцкую гимназию и поступил на математическое отделение университета Святого Владимира, где в это время была в расцвете деятельность семинара Д.А. Граве по алгебре и теории чисел. В это время в работе семинара принимали участие О.Ю. Шмидт, Б.Н. Делоне, А.М. Островский и другие, впоследствии видные математики.

Д.А. Граве направил научные интересы студента М.Ф. Кравчука на изучение и развитие классических разделов алгебры и теории матриц. Были изучены работы К. Якоби, Л. Кронекера, К. Вейерштрасса, А. Маркова, Т. Стильтьесса, Ш. Эрмита, Г. Фробениуса, И. Шура, с анализом которых Кравчук выступал на заседаниях семинара.

Школа Граве. Среднее поколение

Дипломная работа была написана на тему “О параметрическом представлении перестановочных матриц”. Полученные автором в этой работе и последующие результаты были изложены в статье “О группах перестановочных матриц”. Автор привел здесь более простое доказательство и обобщение известной теоремы Шура о верхней границе числа линейно независимых матриц перестановочной группы n-го порядка.

Теорема (И. Шур, 1905). Размерность коммутативной подалгебры алгебры матриц $M_n(P)$ над произвольным полем P не превышает числа $[\frac{n^2}{4}]+1$.

Студ. Кравчук, “О группахъ перестановочныхъ матрицъ”, Сообщ. Харьков. матем. общ. Вторая сер., 14:4 (1914), 163-176.

Школа Граве. Среднее поколение

“Одно из почетных мест среди киевских математиков занял профессор Д.А. Граве, воспитанник знаменитой петербургской школы, ученик А.Н. Коркина, П.Л. Чебышева и А.А. Маркова. Длительная и плодотворная его деятельность в Киеве (с 1902 г.) послужила немало к тому объединению в Киеве влияний немецкой науки с характерными чертами петербургской школы (...) Он развил большую научно-педагогическую деятельность - сначала в разделах алгебры и теории чисел. Его ученики расширили и распространили по всему Советскому Союзу эти области науки, соединив традиции петербургской школы с достижениями в этих разделах классиков западноевропейской математической науки XIX и XX вв. (Гаусса, Абеля, Галуа, Дирихле, Куммера, Кронекера, Эрмита, Жордана, Дедекинда, Вебера, Гильберта, Минковского, Фробениуса, Адамара, Ландау). По его инициативе в Киеве начали с таким успехом изучение и дальнейшее развитие гениальных работ Вороного, повысился интерес к вопросам аналитической теории чисел, в частности к проблематике распределения простых чисел, к неразработанным вопросам алгебраического решения уравнений. Немало из поставленных проблем решено силами Д.А. Граве и его учеников” (М.Ф. Кравчук).

Саратовский период (1915–1916)

Осенью 1915 г. Киевский университет был, в связи с войной, эвакуирован в Саратов. Б.Н. Делоне в то время был аспирантом и жил в предместьи Саратова. Делоне оказал существенное влияние на дальнейшую научную работу Чеботарева.

"... он рассказал мне о своих результатах и проблемах и ввел меня в курс современных проблем теории алгебраических чисел, так что должен считаться моим первым учителем. В частности, он обратил мое внимание на теорему Дедекинда:

Группа Галуа уравнения $f(x) = 0$ *содержит подстановку, состоящую из циклов порядков* $n_1, n_2, \ldots, n_k$, *если сравнение* $f(x) \equiv 0 \pmod{p}$ *разлагается на неприводимые множители степеней* $n_1, n_2, \ldots, n_k$, и предложил мне дать для нее доказательство, не зависимое от теории идеалов."

Это доказательство Чеботарев изложил осенью 1916 г. на заседании семинара. Также оно приведено в статье. "К задаче нахождения алгебраических уравнений с наперед заданной группой (Изв. Каз. ФМО (3) 1, 1926, стр. 26-32)."

Саратовский период (1915–1916)

“Б.Н. также рассказал мне об обращении теоремы Дедекинда, известном под названием теоремы Фробениуса, о существовании бесчисленного множества простых чисел, по модулю которых левая часть уравнения разлагается на неприводимые множители степеней $n_1, n_2, \ldots, n_k$, если группа Галуа этого уравнения содержит подстановку с циклами порядков $n_1, n_2, \ldots, n_k$. Он рассказал мне еще о более точной формулировке этой теоремы, которую Фробениус не мог доказать в полном объеме”.

Существенную часть дипломной работы Николая Григорьевича составляли арифметическая теорема монодромии и новое доказательство теоремы Дедекинда. Университет Святого Владимира Н. Г. Чеботарев окончил в 1916 г.

Чеботарев Н. Г. Несколько приложений теории идеалов к алгебре, Историко-математические исследования, Вып.14, 1961, стр. 539-550.

Проблема Фробениуса

Пусть $P/\mathbb{Q}$ – конечное нормальное расширение поля рациональных чисел, $A(P)$ – кольцо целых чисел P и $\mathfrak{a}$ простой идеал $A(P)$. Тогда кольцо классов вычетов $A(K)/\mathfrak{a}$ является полем, состоящим из p^f элементов. Группа автоморфизмов этого поля является циклической и порождается автоморфизмом σ, действующим по правилу $\sigma(a) = a^p$.

Через $G(\mathfrak{a})$ обозначим подгруппу группы Галуа расширения $P/\mathbb{Q}$, состоящей из всех автоморфизмов, переводящих идеал $\mathfrak{a}$ в себя. Эта группа называется группой разложения идеала $\mathfrak{a}$. Всякий автоморфизм $\alpha \in G(\mathfrak{a})$ естественным образом индуцирует автоморфизм $\overline{\alpha}$ поля $A(K)/\mathfrak{a}$. Таким образом, имеет место гомоморфизм $\varphi : G(\mathfrak{a}) \to Aut(A(K)/\mathfrak{a})$. Ядро этого гомоморфизма называется группой инерции идеала $\mathfrak{a}$ и обозначается $T(\mathfrak{a})$.

Теорема.
1) Гомоморфизм $\varphi : G(\mathfrak{a}) \to Aut(A(K)/\mathfrak{a})$ является сюрьективным.
2) Порядок группы $T(\mathfrak{a})$ равен степени ветвления идеала $\mathfrak{a}$. В частности, если $\mathfrak{a}$ – некритический идеал, то φ является изоморфизмом.

Проблема Фробениуса

Предположим, что $\mathfrak{a}$ некритический идеал. Тогда существует однозначно определенный автоморфизм, индуцирующий σ, который называется автоморфизмом Фробениуса идеала $\mathfrak{a}$. Таким образом, автоморфизм $\alpha \in G(P/\mathbb{Q})$ является автоморфизмом Фробениуса идеала $\mathfrak{a}$ в точности тогда, когда

$$\alpha(a) \equiv a^p \; mod(\mathfrak{a})$$

для любого $a \in A(P)$.

Сопряженным идеалам соответствуют сопряженные автоморфизмы Фробениуса. Множество автоморфизмов Фробениуса, соответствующих всем простым делителям простого числа p образует целый класс сопряженных элементов группы Галуа. В этом случае говорят, что простое число p принадлежит к этому классу сопряженности.

Проблема Фробениуса

Теорема (Дирихле, 1837). Пусть m – натуральное число. Тогда для каждого натурального n, взаимно простого с m, плотность множества простых чисел p, принадлежащих к классу вычетов $n + m\mathbb{Z}$, равна $\frac{1}{\varphi(m)}$.

Пусть ε_m – примитивный корень степени m из единицы. Имеет место изоморфизм $G(\mathbb{Q}(\varepsilon_m)/\mathbb{Q}) \cong U(\mathbb{Z}_m)$, при котором автоморфизму σ соответствует такой класс вычетов $\overline{a}$, что $\sigma(\varepsilon_m) = \varepsilon_m^a$.

Теорема. Пусть m – натуральное число. Тогда для каждого $\sigma \in G(\mathbb{Q}(\varepsilon_m)/\mathbb{Q})$ плотность множества простых чисел p, принадлежащих классу сопряженности, состоящему из одного элемента σ равна $\frac{1}{\varphi(m)}$.

Гипотеза. Плотность множества простых чисел, принадлежащих к классу группы Галуа нормального расширения, равна отношению числа элементов класса к степени расширения.

Отделом группы называется совокупность элементов группы, сопряженных с фиксированным элементом g или какой-нибудь его степенью g^n, взаимно простой с порядком g. Ясно, что отдел состоит из нескольких классов.

Теорема плотности Фробениуса. Плотность множества простых чисел, принадлежащих к отделу группы Галуа нормального расширения, равна отношению числа элементов отдела к степени расширения

Киевский период

Осенью 1916 г. Д.А. Граве оставил Николая Григорьевича при университете для приготовления к профессорскому званию. Во время аспирантуры Николай Григорьевич преподавал в средних школах и готовился к магистерскому экзамену.

В этот период Николай Григорьевич исследовал следующие задачи.
1) Выделение алгебраической части в абелевых интегралах.
2) Обобщенные характеристики ϑ-функций.
3) Задача, обратная обращению абелевых интегралов.
4) Поверхности переноса.
5) Результант от трансцендентных функций.
6) Критерий вещественности корней трансцендентных уравнений.
7) Задача, обратная задаче Чирнгаузена.
8) Ширина контуров и тел.

Одесский период

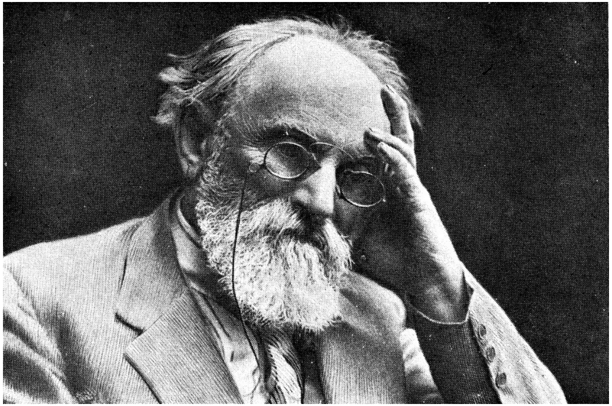
В 1921 году Николай Григорьевич переехал в Одессу, чтобы помочь своим родителям, которые жили там в ужасных условиях.

“Мои родители жили в Одессе и там голодали. Переезд из города в город представлял в 1921 г. большие трудности, и перевезти моих родителей в Киев, с их небольшим имуществом, представлялось мне неосуществимым. Поэтому я решил сам переехать в Одессу. Вместе с тем меня затруднял вопрос о заработке в Одессе. В Киеве я довольно прилично зарабатывал, главным образом частными уроками. По этому вопросу я имел беседу с одесским профессором В. Ф. Каганом, случайно приехавшим в Киев. Он обещал мне всяческое содействие, но не мог гарантировать мне заработка”.

“Большой поддержкой мне был академический паек, который мне выхлопотали покровительствующие мне математики: С. О. Шатуновский, В. Ф. Каган и Ю. Г. Рабинович. Летом 1922 г. в городе свирепствовала холера, унесшая в могилу моего отца”.

После смерти отца Николая его мать добывала средства к существованию продажей на рынке капусты.

С.О. Шатуновский



Самуил Осипович Шатуновский

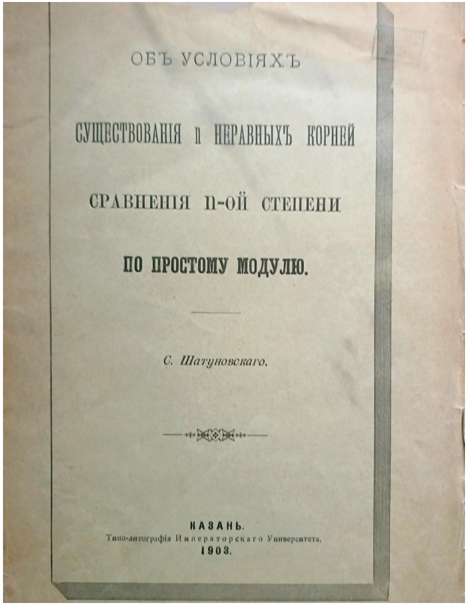
Самуил Осипович Шатуновский родился в 1859 г. в бедной семье ремесленника и был девятым ребенком у своей матери. Окончив Херсонское реальное училище и дополнительный класс в Ростове, он был лишен возможности, согласно тогдашним правилам, поступить в университет, как не получивший классического образования, В конце концов, он бросил технический институт и поступил в Петербургский университет вольнослушателем. То время было эпохой расцвета петербургской математической школы. Тогда в университете читали знаменитый П.Л. Чебышев и его ученики: А.Н. Коркин, Е.И. Золотарев, Ю.В. Сохоцкий и др. Молодой Самуил Осипович с увлечением слушал их лекции.

С. О. Шатуновский

Одну из первых своих работ Самуил Осипович Шатуновский послал в Одессу, и она обратила на себя внимание одесских математиков, которые пригласили его в Одессу и создали ему лучшие материальные условия. После того как Самуил Осипович получил в Одессе несколько интересных результатов, профессора и преподаватели Одесского университета обратились к министру народного просвещения с ходатайством о разрешении ему держать магистерские экзамены. Выдержав экзамен, Самуил Осипович получил звание приват-доцента и стал читать лекции в Одесском университете, одновременно преподавая в средних учебных заведениях.

Основные работы Самуила Осиповича относятся к логическому обоснованию основных математических понятий. Первой работой в этом направлении является его небольшая статья "О постулатах, лежащих в основании понятия о величине". Другая проблема, которой занимался также Гильберт, заключается в аксиоматическом обосновании теории площадей. Она была решена С. О. Шатуновским независимо от Гильберта. Дальнейшим шагом в том же направлении является другая работа Самуила Осиповича, напечатанная в 57 томе журнала Mathematische Annalen. Ее цель – обосновать понятие объема, не прибегая к теории пределов.

С.О. Шатуновский



ОБЪ УСЛОВІЯХЪ

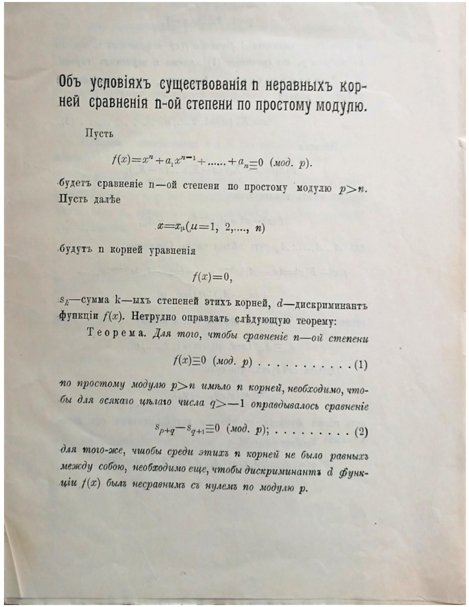
СУЩЕСТВОВАНІЯ n НЕРАВНЫХЪ КОРНЕЙ

СРАВНЕНІЯ n-ОЙ СТЕПЕНИ

ПО ПРОСТОМУ МОДУЛЮ.

С. Шатуновскаго.

КАЗАНЬ.
Типо-литографія Императорскаго Университета.
1903.



Объ условіяхъ существованія n неравныхъ корней сравненія n-ой степени по простому модулю.

Пусть

$$f(x)=x^n+a_1x^{n-1}+\ldots\ldots+a_n\equiv 0 \ (\text{мод. } p).$$

будетъ сравненіе n—ой степени по простому модулю $p>n$. Пусть далѣе

$$x=x_\mu(\mu=1,\ 2,\ldots,\ n)$$

будутъ n корней уравненія

$$f(x)=0,$$

s_k—сумма k—ыхъ степеней этихъ корней, d—дискриминантъ функціи $f(x)$. Нетрудно оправдать слѣдующую теорему:

Теорема. *Для того, чтобы сравненіе n—ой степени*

$$f(x)\equiv 0 \ (\text{мод. } p) \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

по простому модулю $p>n$ имѣло n корней, необходимо, чтобы для всякаго цѣлаго числа $q>-1$ оправдывалось сравненіе

$$s_{p+q}-s_{q+1}\equiv 0 \ (\text{мод. } p);\ \ldots\ldots\ldots (2)$$

для того-же, чтобы среди этихъ n корней не было равныхъ между собою, необходимо еще, чтобы дискриминантъ d функціи $f(x)$ былъ несравнимъ съ нулемъ по модулю p.

“Кроме рассмотренных работ, имеющих принципиальное логическое значение, С. О. написал немало работ, содержащих решение конкретных задач большей или меньшей значимости. Весьма интересна напечатанная в Казани его работа “Об условиях существования n неравных корней сравнения n-ой степени по простому модулю”” (Н.Г. Чеботарев, Самуил Осипович Шатуновский).

С.О. Шатуновский

Пусть $\alpha_1, \ldots, \alpha_m$ – корни унитарного многочлена $f \in \mathbb{Z}[x]$ степени m. Для каждого $k \in \mathbb{N}$ положим $s_k = \alpha_1^k + \ldots + \alpha_m^k$.

Теорема.

1) Имеет место сравнение

$$s_1 \equiv s_p \pmod p.$$

2) Если A – целочисленная квадратная матрица и p – простое число, то имеет место сравнение

$$\mathrm{tr}(A^p) \equiv \mathrm{tr}(A) \pmod p. \tag{1}$$

Теорема. Если дискриминант многочлена f не сравним с нулем по модулю простого числа p и сравнение

$$s_{1+k} \equiv s_{p+k} \pmod p$$

выполнено для $k = 1, \ldots, m-1$, то многочлен f по модулю p раскладывается на линейные множители.

Ю.Г. Рабинович

Юрий Германович Рабинович родился в Одессе 13(25) марта 1886 года. В 1904 г. Юрий Германович с золотой медалью окончил гимназию и поступает в Новороссийском университете. Отучившись год в Новороссийском университете, Юрий Германович следующие два года провел в Германии: сначала в Геттингенском, а потом в Мюнхенском университетах.

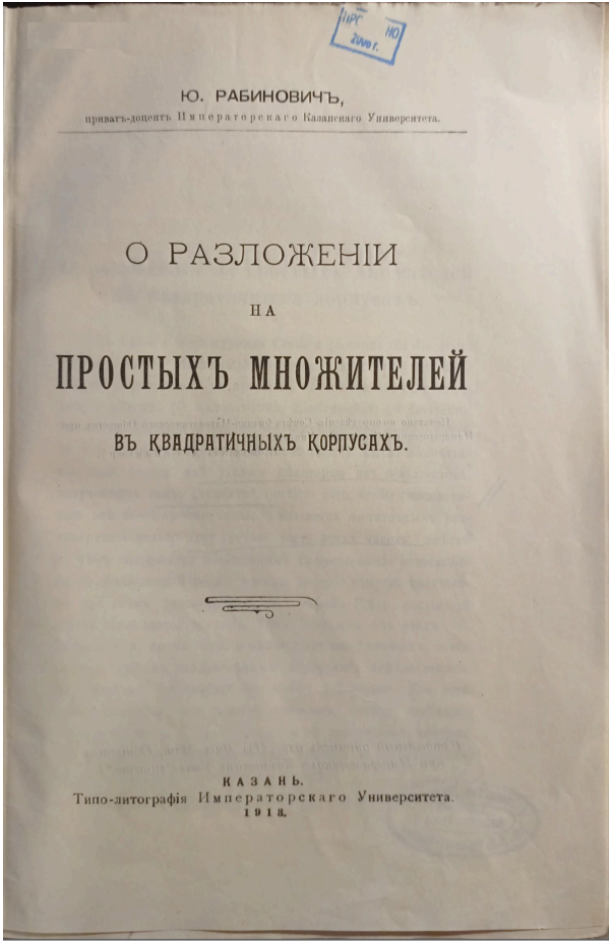
В 1907 г. Юрий Германович возвращается в родной университет, через год оканчивает его. В 1911 году Юрия Германовича приглашают на кафедру чистой математики Казанского университета – одного из старейших университетов России.

В начале 1913 года он становится приват-доцентом, в том же году защищает магистерскую диссертацию. Шесть лет преподавал Юрий Германович в Казанском университете, читал спецкурсы по теории функций комплексного переменного, теории эллиптических функций, квадратичных форм и чисел, линейных вектор-функций и их применений. В Казани он получил результаты, связанные с квадратичными областями, которые являются кольцами главных идеалов. Эти результаты принесли ему мировую известность.

В начале 1919 г. ученый возвращается в Одессу и преподает в Новороссийском университете вплоть до его закрытия в 1920 г..

В 1922 г. Юрий Германович эмигрирует в Соединенные Штаты Америки. В 1926 году он начал преподавать в Мичиганском университете (г. Анн-Арбор) и, проработав там 30 лет, вышел на пенсию заслуженным профессором.

Ю.Г. Рабинович


Ю. РАБИНОВИЧЪ,
приватъ-доцентъ Императорскаго Казанскаго Университета.

О РАЗЛОЖЕНІИ
НА
ПРОСТЫХЪ МНОЖИТЕЛЕЙ
ВЪ КВАДРАТИЧНЫХЪ КОРПУСАХЪ.

КАЗАНЬ.
Типо-литографія Императорскаго Университета.
1913.

Теорема. Пусть q – натуральное число ≥ 2. Тогда многочлен $x^2 - x + q$ принимает для всех $0 < x < q$ простые значения в точности тогда, когда $\mathbb{Z}\left[\frac{1+\sqrt{1-4q}}{2}\right]$ – область главных идеалов.

Rabinowitsch, G. Eindeutigkeit der Zerlegung in Primfaktoren in quadratischen Zahlkorpern. J. reine angew. Math 142 (1913), 153-164.

Frobenius, F. G. Über quadratische Formen, die viele Primzahlen darstellen. Sitzungsber. d. Kgl. Preub. Akad. Wiss. Berlin: 966-980 (1912).

Теорема. Если числа $x^2 - x + q$ просты при всех $0 < x \leq \frac{q-1}{3}$, то числа $x^2 - x + q$ просты при всех $0 < x < q$.

Ю.Г. Рабинович

число η такъ, чтобы имѣло мѣсто неравенство

$$0<[\alpha-\beta\eta]<[\beta].$$

Въ другихъ корпусахъ можно, однако, наткнуться на такія пары α и β, при которыхъ предыдущее неравенство невозможно (хотя α не дѣлится на β).

Мнѣ пришло въ голову немного обобщить постановку вопроса и попытатся, если нельзя найти числа η, удовлетворяющаго вышенаписанному неравенству, найти два числа ξ и η, удовлетворяющихъ неравенству

(1) $$0<[\alpha\xi-\beta\eta]<[\beta].$$

(Предыдущее неравенство получается изъ этого, если считать $\xi=1$). Оказывается, что равенство (1) разрѣшимо всегда (когда α не дѣлится на β) въ тѣхъ корпусахъ, гдѣ разложеніе однозначно и что пользуясь имъ можно построить алгориѳмъ, аналогичный алгориѳму Евклида, для нахожденія общаго наибольшаго дѣлителя, который въ нѣкоторыхъ случаяхъ довольно быстро приводитъ къ цѣли. Мы не будемъ однако останавливаться на этомъ алгориѳмѣ, а займемся другой стороной вопроса. Именно, оказывается что *разрѣшимость неравенства* (1) *является необходимымъ и достаточнымъ условіемъ однозначности разложенія*, другими словами: если въ нѣкоторомъ корпусѣ такое неравенство (гдѣ α не дѣлится на β) всегда разрѣшимо, то разложеніе на простыхъ множителей въ этомъ корпусѣ всегда однозначно,—и наоборотъ.

Доказательство этого предложенія приведено въ „Eindeutigkeit", здѣсь же мы займемся примѣненіемъ его. Изъ этого предложенія слѣдуетъ, что если въ нѣкоторомъ корпусѣ разложеніе не всегда однозначно, то существуетъ по крайней мѣрѣ одна пара чиселъ, при которой неравенство (1) неразрѣшимо. Такая пара чиселъ какъ бы является препятствіемъ для приложимости обобщеннаго алгориѳма Евклида, поэтому

Теорема.

Для области целостности R следующие условия равносильны:

1) R – кольцо главных идеалов;

2) для некоторой функции $N : R\setminus\{0\}\to\mathbb{N}$ выполнено условие: для произвольных ненулевых элементов $a, b \in R$ либо $a \in (b)$, либо для некоторых $s, t \in R$, таких что $as + bt \neq 0$, выполнено неравенство $N(as + bt) < N(b)$, т.е. идеал (a, b) содержит ненулевой элемент c, для которого $N(c) < N(b)$.

О разложении на простых множителей в квадратичных корпусах, (1913)

Helmut Hasse, Über eindeutige Zerlegung in Primelemente oder in Primhauptideale in Integritlitsbereichen, Jour. fiir die Reine und Angew. Math., 159(1928), pp. 3-12.

Richard Dedekind, Charakteristische Eigenschaft einfacher Korper, Ges. Math. Werke II, 373- 375

Одесский период

В первые же месяцы одесской жизни Николаю Григорьевичу удалось получить существенные результаты по теории Галуа и теории алгебраических чисел. Под новый год (1921-1922) Николай Григорьевич получил новое доказательство теоремы Кронекера-Вебера. Летом же 1922 г. Николай Григорьевич доказал гипотезу Фробениуса.

“Свою лучшую работу я обдумывал, нося воду из нижней части города (Пересыпи в Одессе) в верхнюю, или нося ведра с капустой на базар, где моя мать ее продавала и тем прокармливала всю семью”.

Одесский период

В 1923 году Николай Григорьевич женился на учительнице и ассистенте-физиологе Марии Александровне Смирницкой.

В 1924 году Николай Григорьевич был принят в Московский институт гражданских инженеров. Здесь он познакомился с казанским математиком Н.Н. Парфентьевым, это была его первая связь с Казанью. Через семь месяцев Николай Григорьевич уволился и вернулся в Одессу, где получил плохо оплачиваемую и неопределенную должность секретаря научно-исследовательской кафедры при Одесском институте народного образования.

Одесский период

В 1924 году у Николая Григорьевича появился первый ученик – талантливый семнадцатилетний юноша Марк Григорьевич Крейн, который приехал в Одессу, начал работать под руководством Николая Григорьевича и смог привлечь достаточно студентов для семинара по алгебраическим функциям. Когда Николай Григорьевич в 1927 году покинул Одессу, М.Г. Крейн продолжил работу семинара и основал школу по функциональному анализу.

“В 1924 г. ко мне пришел 17-летний молодой человек, Марк Григорьевич Крейн. Он приехал из Киева, не кончив даже средней школы, но принес интересную работу “О производных контурах и производных системах” с очень свежим содержанием, которая вскоре была напечатана в одесском журнале. Его знания по математике были значительно выше, чем у его сверстников, и мне удалось добиться, чтобы его приняли в аспирантуру. Он стал работать под моим руководством, главным образом по теории аналитических функций. У него было замечательное качество – уметь увлекать математикой своих сверстников, и благодаря ему мне удалось организовать в Одессе семинар, на котором, как я помню, ставилось изучение алгебраических функций, а также непрерывных групп. Его интересы вскоре переключились на теорию матриц, от них на линейные операторы. После моего отъезда из Одессы он фактически стал главой одесского математического коллектива, приобрел громадное количество учеников (свыше 12), составивших школу по функциональному анализу. Теперь он является одним из лучших математиков Украины. Мне очень лестно считать его своим первым учеником”.

Одесский период

В 1925 году, Николай Григорьевич совершил свою первую научную поездку за границу, на съезд Немецкого математического общества (DMV) в Данциге, где он встретился с Э. Нетер, Гензелем и Хассе, учеником Гензеля. Он отправился в Берлин, где посетил И. Шура, и в Геттинген, где встретился со своим земляком А.М. Островским.

Пусть p – простое число и $\varepsilon \in \mathbb{C}$ – примитивный корень степени p из единицы. Тогда все миноры определителя Вандермонда $\mid \varepsilon^{ij} \mid_{i,j=0}^{p-1}$ отличны от нуля.

Одесский период

В 1926 году у Николая Григорьевича Чеботарева родился сын, названный по семейной традиции Григорием.

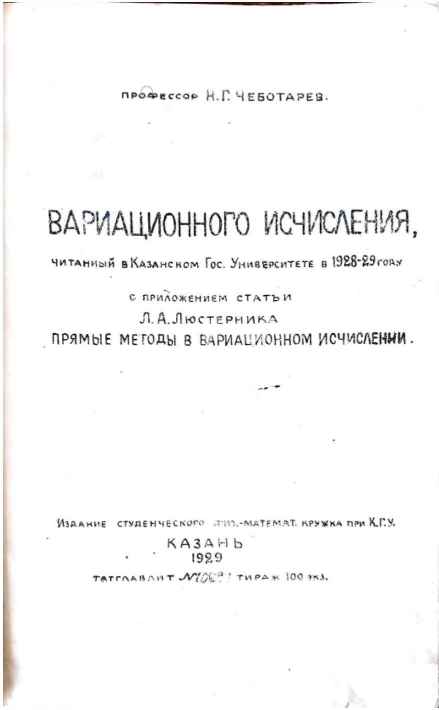
В 1927 году Николай Григорьевич защитил в Украинской Академии наук докторскую диссертацию, основанную на его теореме плотности 1922 года. Вскоре после получения докторской степени Николаю Григорьевичу предложили должность как в Ленинграде, где уже имелась сильная группа алгебраистов, так и в городе Казани. В то время Казанский университет мог гордиться собственным журналом, в котором Николай Григорьевич уже опубликовал несколько работ, и богатой библиотекой. Казанский университет имел международную известность, поскольку регулярно вручал престижную премию в области геометрии имени Лобачевского, знаменитого геометра, работавшего в Казани в XIX веке. Николай Григорьевич выбрал Казань, где ему суждено было остаться на всю оставшуюся жизнь. Он покинул Одессу в декабре 1927 года. Его жена и сын последовали за ним весной 1928 года.

Казанский период

После защиты докторской диссертации Николая Григорьевича приглашают в Казанский университет. Большую роль при переходе на работу Николаем Григорьевичем в Казанский университет сыграли Н.Н. Парфентьевым и П.А. Широков. Правление университета зачислило Н.Г. Чеботарева в штат с 1 декабря 1927 года

Старшее поколение математиков было представлено в нем Н.Н. Парфентьевым, Н.И. Порфирьевым, Е.И. Григорьевым (1876-1950) и Д.Н. Зейлигером. Наиболее яркими представителями младшего поколениям были Петра Алексеевича Широкова, Борис Михайлович Гагаев и Константин Петрович Персидский.

Первые несколько лет по поручению предметной комиссии Николай Григорьевич читал курс “Вариационное исчисление”, на основе которого он издал в 1929 г. пособие с приложением статьи с приложением статьи Люстерника “Прямые методы в вариационном исчислении”. Также физико-математический кружок КГУ издал учебные пособия Николая Григорьевича “Дополнительные главы по алгебре” (1929 г.) и курс топологии (1932 г.) на основе материалов курсов и семинаров, которые впервые систематически развил на физико-математическом факультете Николай Григорьевич.



профессор Н. Г. ЧЕБОТАРЕВ.

ВАРИАЦИОННОГО ИСЧИСЛЕНИЯ,

читанный в Казанском Гос. Университете в 1928-29 году

с приложением статьи

Л. А. Люстерника

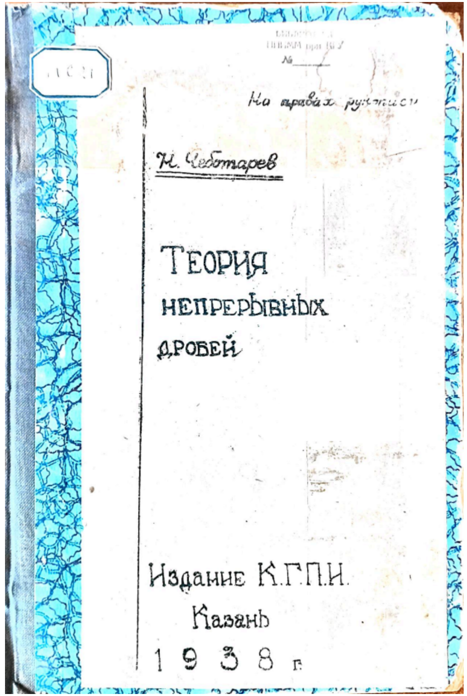
ПРЯМЫЕ МЕТОДЫ В ВАРИАЦИОННОМ ИСЧИСЛЕНИИ.

Издание студенческого физ.-математ. кружка при К.Г.У.

КАЗАНЬ

1929

ТАТГЛАВЛИТ №[illegible] ТИРАЖ 100 экз.



На правах рукописи

Н. Чеботарев

ТЕОРИЯ НЕПРЕРЫВНЫХ ДРОБЕЙ

Издание К.Г.П.И.

Казань

1938 г.

Н. Чеботарев.

Курс топологии.

Оглавление.

Ученики Н.Г. Чеботарева

Слева направо: Н.Г. Чеботарев В.В. Морозов, И.Д. Адо, Н.Н. Мейман.

Ученики Н.Г. Чеботарева

Игорь Дмитриевич Адо

Первым казанским аспирантом Н.Г. Чеботарева был Игорь Дмитриевич Адо. И.Д. Адо окончил Казанский университет в 1931 году, по настоянию Н.Г. Чеботарева был оставлен в аспирантуре, на кафедре алгебры. Николай Григорьевич предложил И.Д. Адо задачу о существовании линейного представления алгебр Ли.

Курс обучения в аспирантуре Игорь Дмитриевич завершил его научной работой, представленной в 1935 году на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук. Ученый Совет КГУ присудил молодому ученому сразу степень доктора физико-математических наук.

Ученики Н.Г. Чеботарева

Результатом научных изысканий И.Д. Адо стало доказательство существования точного конечномерного представления у любой конечномерной алгебры Ли над полем нулевой характеристики, т.е. конечномерную алгебру Ли можно реализовать в виде подалгебры матричной алгебры Ли.

Этот вопрос возник еще у Софуса Ли в связи с доказательством так называемой третьей (обратной) фундаментальной теоремы, заключающейся в том, что каждая конечномерная алгебра Ли есть алгебра Ли некоторой (локальной) группы Ли. Однако Ли обосновал существование точного представления только в случае, когда алгебра Ли имеет тривиальный центр, и в полной общности вопрос оставался открытым.

Помимо этого, И.Д. Адо опубликовал ряд статей о строении абстрактных групп и представлениях конечных групп, но в дальнейшем сосредоточился на преподавательской деятельности.

Адо И.Д. О представлении конечных непрерывных групп с помощью линейных перестановок, Изв. Казанского физ.-мат. о-ва 7 (3), 113 (1935).

Адо И.Д. Представления алгебр Ли матрицами, Успехи матем. наук 2 (6), 159173 (1947).

Адо И.Д. Локально конечные p-группы с условием минимальности для нормальных делителей.- ДАН СССР, 1946, 54, с. 475-478.

Ученики Н.Г. Чеботарева

Владимир Владимирович Морозов

Владимир Владимирович Морозов родился 15 декабря 1910 года в г. Вологде в семье врачей. В 1927 году Владимир Владимирович поступает в Казанский университет. В 1934 году он поступает в аспирантуру Казанского университета, где его научным руководителем становится Н.Г. Чеботарев. Задача, предложенная ему Н.Г. Чеботаревым, заключалась в описании примитивных групп преобразований. Эта задача и послужила мотивацией для обеих диссертаций В.В. Морозова. В локальной постановке, восходящей к Софусу Ли, задача сводится к нахождению максимальных подалгебр конечномерных алгебр Ли.

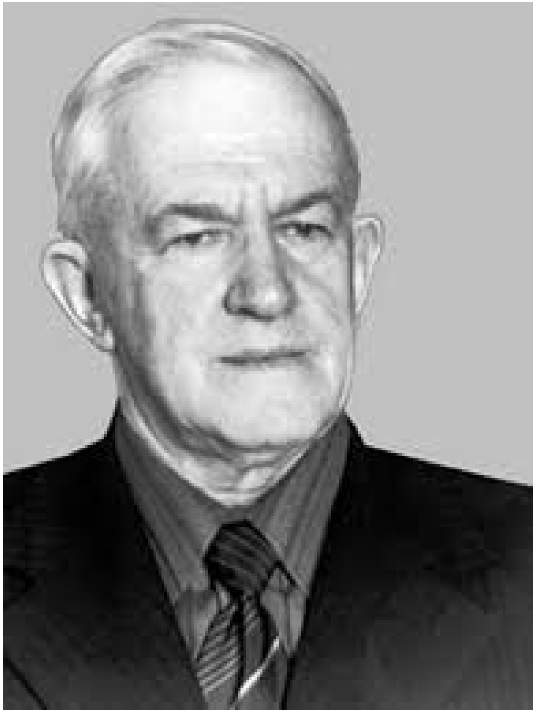
Ученики Н.Г. Чеботарева

Результатом изысканий В.В. Морозова в направлении, предложенном Н.Г. Чеботаревым, становится его кандидатская диссертация “О примитивных группах”, защищенная в 1938 г.

В 1943 г. в Казани была защищена докторская диссертация. Итоговым результатом докторской диссертации Владимира Владимировича явилось перечисление, в виде серии таблиц, неполупростых максимальных подалгебр всех простых комплексных алгебр Ли.

В 60-е годы В.В. Морозов стимулировал развитие на кафедре новых научных направлений: под его руководством было начато исследование модулярных алгебр Ли, ряда проблем теории колец и модулей, а позднее и математической логики.

Ученики Н.Г. Чеботарева



Анатолий Васильевич Дороднов

Анатолий Васильевич Дороднов поступил в Казанский государственный университет на механико математическое отделение физико-математического факультета в 1932 г. В 1937 г. Анатолий Васильевич поступил в аспирантуру к Н.Г. Чеботареву.

План первого года обучения А.В. Дороднова в аспирантуре:

1) декабрь январь: группы Ли;

2) февраль: теория Галуа и теория алгебраических функций;

3) март: теория полей классов;

4) май-июнь: статьи Такаги и Шевалле по теории полей классов.

По каждому разделу программы сдавался отдельный экзамен.

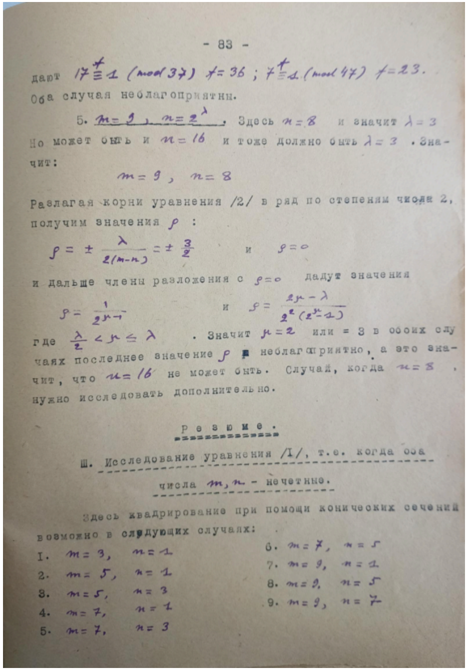
Ученики Н.Г. Чеботарева

В 1840 году в журнале Крелля была опубликована работа немецкого астронома Томаса Клаузена, в которой он находит два негиппократовых типа квадрируемых луночек и высказывает гипотезу, что других квадрируемых луночек не существует.

В 1934 году Николай Григорьевич предлагает подход к проблеме Клаузена на основе теории Галуа и частично решает проблему Клаузена. В аспирантуре Анатолий Васильевич продолжает исследования Николая Григорьевича.

24 декабря 1940 года Анатолий Васильевич защитил диссертацию “Исследования по квадрируемым луночкам”, в которой он изложил первые свои результаты, связанные с гипотезой Клаузена. А.В. Дородновым в диссертации была частично решена более общая задача, о квадрируемости с помощью конических сечений. А.В. Дороднов, используя метод Чеботарева, нашел 15 случаев квадрируемости, включая 5 упомянутых случаев для циркуля и линейки. В дальнейшем несколько новых случаев квадрируемости с помощью конических сечений обнаружил Л.М. Беркович, ученик А.В. Дороднова.

Ученики Н.Г. Чеботарева



- 83 -

дают $17^{f} \equiv 1 \pmod{37}$ $f=36$; $7^{f} \equiv 1 \pmod{47}$ $f=23$.
Оба случая неблагоприятны.

5. $m=9,\ n=2^{\lambda}$. Здесь $n=8$ и значит $\lambda=3$
Но может быть и $n=16$ и тоже должно быть $\lambda=3$. Значит:

$$m=9,\quad n=8$$

Разлагая корни уравнения /2/ в ряд по степеням числа 2, получим значения ρ :

$$\rho = \pm\frac{\lambda}{2(m-n)} = \pm\frac{3}{2} \quad \text{и} \quad \rho=0$$

и дальше члены разложения с $\rho=0$ дадут значения

$$\rho = \frac{1}{2^{\mu-1}} \quad \text{и} \quad \rho = \frac{2\mu-\lambda}{2^{2}(2^{\mu}-1)}$$

где $\frac{\lambda}{2} < \mu \leq \lambda$. Значит $\mu=2$ или $=3$ в обоих случаях последнее значение ρ неблагоприятно, а это значит, что $n=16$ не может быть. Случай, когда $n=8$, нужно исследовать дополнительно.

Р е з ю м е.

Ш. Исследование уравнения /I/, т.е. когда оба числа m, n - нечетные.

Здесь квадрирование при помощи конических сечений возможно в следующих случаях:

1. $m=3,\ n=1$
2. $m=5,\ n=1$
3. $m=5,\ n=3$
4. $m=7,\ n=1$
5. $m=7,\ n=3$
6. $m=7,\ n=5$
7. $m=9,\ n=1$
8. $m=9,\ n=5$
9. $m=9,\ n=7$

III. Квадрируемые луночки, которые можно построить, умея проводить конические сечения.

Вопрос о квадрируемых луночках, которые можно строить циркулем и линейкой, приводится к нахождению значений m, n, при которых группа Галуа уравнения

$$\left(\frac{x^m-1}{x-1}\right)^2 - \frac{m}{n}\cdot x^{m-n}\left(\frac{x^n-1}{x-1}\right)^2 = 0 \qquad (1)$$

(или какого-нибудь его неприводимого множителя) имеет порядок вида 2^{α}. Пирпойнт доказал, что при помощи конических сечений могут быть построены корни таких и только таких уравнений, у которых группа Галуа имеет порядок вида $2^{\alpha}\cdot 3^{\beta}$. Это позволяет обобщить задачу квадрируемых луночек так, как это указано в заголовке настоящей задачи.

Для квадрируемых луночек задача решена полностью для того случая, когда m и n оба нечетны. Вот таблица всех значений m, n, при которых задача решается в положительном смысле:

m	2	3	3	5	5	9
n	1	1	2	1	3	1

Последнее значение дает мнимое решение и потому ему не соответствует квадрируемой луночки.

Литература:

1) Н. Г. Чеботарев, Основы теории Галуа, ч. I, ГТТИ 1934.
2) Н. Г. Чеботарев, Теория Галуа, ОНТИ 1936, стр. 77—78.
3) N. Tschebotaröw, Über quadrierbare Kreisbogenzweiecke, Math. Zeitschr., т. 39 (1934), стр. 161—175.
4) J. Pierpoint, On a undemonstrated theorem of the Disquisitiones Arithmeticae, Bull. Amer. Math. Soc. (2), т. 2, 1895, стр. 77—83.

После защиты диссертации Анатолий Васильевич был оставлен на кафедре для преподавательской работы. Но уже 6 мая 1941 г. был направлен на переподготовку в Томское артиллерийское училище, а с 8 июля 1941 г. участвует в боевых действиях. В феврале 1943 г. после тяжелых ранений был комиссован и демобилизован из армии. После окончания войны Анатолия Васильевича снова приглашают на работу в Казанский университет.

В 1947 А.В. Дородновым была полностью доказана гипотеза Клаузена.

Ученики Н.Г. Чеботарева

тим. Если читатель пожелает его выполнить, то ему можно порекомендовать начинать построение с первого случая, который родствен рассмотренному в п. 4.

Мы указали здесь всего пять луночек, допускающих квадратуру. Они являются единственными *до сих пор известными*; но все еще не доказано, действительно ли они являются единственными из *существующих* или имеются еще и другие луночки, допускающие квадратуру. На этом остающемся без ответа вопросе, который снова показывает, что и в математике есть проблемы, кажущиеся совсем простыми только благодаря доступности их формулировки, но которые все еще ждут своего решения, мы и закончим наш рассказ про старое и новое о круге.

ЛИТЕРАТУРА

Евклид, «Начала», перев. с греч., т. 1—3, М.—Л., 1948—1950.

О квадратуре круга. (Архимед, Гюйгенс, Ламберт, Лежандр.) С приложением истории вопроса, перев. с нем., 3-е изд., М.—Л., 1936.

Адамар Ж., Элементарная геометрия, ч. 1, перев. с франц., М., 1948.

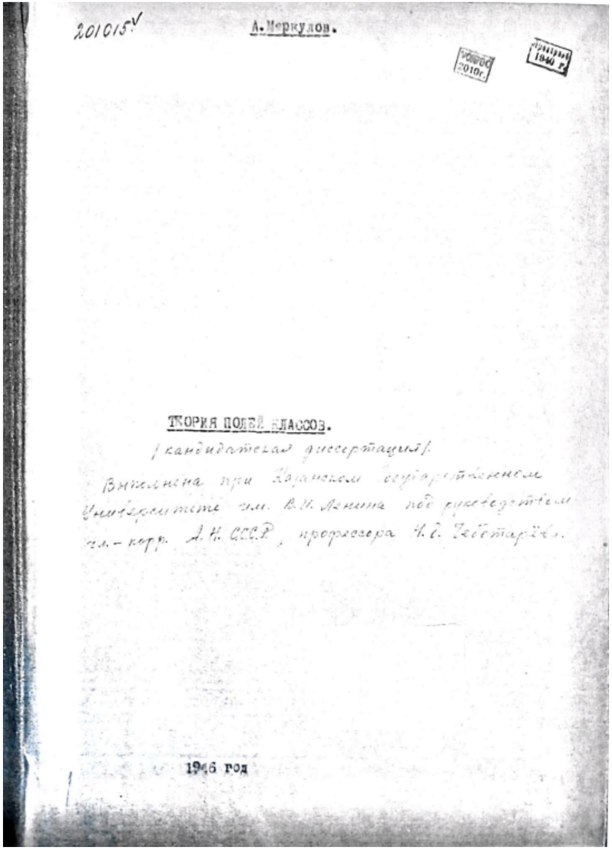
Перепелкин Д. И., Курс элементарной геометрии, ч. 1, М.—Л., 1948.

Радемахер Г., Теплиц О., Числа и фигуры, перев. с нем., 2-е изд., М.—Л., 1938.

Яглом И. М., Болтянский В. Г., Выпуклые фигуры, М.—Л., 1951.

Литцман В., Теорема Пифагора, перев. с нем., М., 1960.

Ученики Н.Г. Чеботарева



201015

А. Меркулов.

Теория полей классов.

(кандидатская диссертация).

Выполнена при Казанском государственном Университете им. В.И. Ленина под руководством чл.-корр. А.Н. СССР, профессора Н.Г. Чеботарёва.

1946 год

Меркулов Андрей Михайлович поступил в заочную аспирантуру Казанского университета в 1939 году, где его научным руководителем становится Николай Григорьевич Чеботарев.

В 1947 году Андрей Михайлович защитил кандидатскую диссертацию “Теория полей классов”.

В 1962 году Андрей Михайлович был избран деканом физико-математического факультета Волгоградского государственного педагогического пединститута и возглавлял факультет до 1978 года. С момента создания кафедры алгебры и геометрии Андрей Михайлович возглавлял и ее до 1981 года.

Проблема резольвент

Пусть

$$f = x^n + a_1 x^{n-1} + \ldots + a_n = 0 \tag{1}$$

– алгебраическое уравнение n-й степени с коэффициентами, зависящими от m аргументов. В качестве основного поля рассмотрим поле P, полученное путем присоединения к полю рациональных чисел коэффициентов f и некоторой рациональной функции $F(x_1, \ldots, x_n)$ корней уравнения. Введем новый элемент y с помощью преобразования $y = x^n + b_1 x^{n-1} + \ldots + b_n$, где $b_1, \ldots, b_{n-1} \in P$. y является корнем алгебраического уравнения

$$y^n + A_1 y^{n-1} + \ldots + A_n = 0. \tag{2}$$

Если $P(x) = P(y)$, то уравнение (2) называется резольвентой уравнения (1).

Проблема резольвент Клейна. Найти для уравнения (1) такое преобразование Чирнгаузена, чтобы коэффициенты резольвенты (2) зависели от возможно меньшего числа параметров.

Проблема резольвент

Теорема. Алгебраическое уравнение $f = 0$ тогда и только тогда можно преобразовать в резольвенту с коэффициентами, зависящими от k параметров, когда его группа Галуа (относительно области рациональности P) изоморфна конечной подгруппе некоторой непрерывной группы преобразований k переменных.

N. Chebotarev, Über ein algebraisches Problem von Herrn Hilbert. I, Math. Ann. vol. 104 (1931), pp. 459-471.

N. Chebotarev, Über ein algebraisches Problem von Herrn Hilbert. II, Math. Ann. vol. 105 (1931), pp. 240-255.

Под влиянием проблемы резольвент Николай Григорьевич занимается теорией групп и алгебр Ли, привлекая к работе талантливую молодежь и тем самым положив начало Казанской алгебраической школе.

Проблема резольвент

Проблема резольвент Гильберта. Ищется наименьшее значение s, удовлетворяющее следующим условиям. Резольвента алгебраического уравнения $f = 0$ должна содержать s параметров. При этом коэффициенты преобразования Чирнгаузена могут не быть рациональными, но уравнения с коэффициентами из основного поля, которым они удовлетворяют, тоже допускают резольвенты, содержащие не более s параметров. Коэффициенты преобразования корней этих уравнений в корни резольвент, если они иррациональны, являются корнями уравнений, резольвенты которых опять содержат не более s параметров, и т. д. Этот процесс должен содержать конечное число шагов, т. е. через конечное число шагов мы должны придти к преобразованиям Чирнгаузена с коэффициентами из основного поля.

Проблема резольвент

В 1927 году Гильберт показал, что для общего уравнения степени $5 \le n \le 9$ можно получить резольвенту со следующим числом k параметров:

степень уравнения:	число параметров:
$n = 5$,	$k = 1$;
$n = 6$,	$k = 2$;
$n = 7$,	$k = 3$;
$n = 8$,	$k = 4$;
$n = 9$,	$k = 4$.

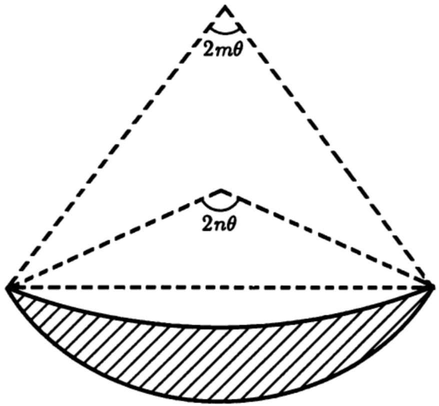
В этому же году Виман, развивая идеи Гильберта, показал, что общее уравнение n-й степени имеет резольвенту с числом параметров $k \le n - 5$ при $n \ge 10$. В работе (Г.Н. Чеботарев, О проблеме резольвент. (Уч.зап. КГУ, т. 114, кн. 2, 189-193,(1954)) Г. Н. Чеботарев показал, продолжая исследования Вимана, что при $n \ge 21$ число параметров в общем уравнении n-й степени может быть снижено на 6.

Проблема резольвент

Проблема резольвент Чеботарева. Под резольвентой алгебраического уравнения $f(x) = 0$ степени n подразумевается алгебраическое уравнение $g(x) = 0$ той же степени, коэффициенты которого можно поставить в такую зависимость от коэффициентов уравнения $f(x) = 0$, чтобы каждый корень одного уравнения был однозначной аналитической функцией соответствующего корня другого уравнения. Кроме того, требуется, чтобы коэффициенты резольвенты содержали возможно меньшее число s параметров. Найти это число s.

Чеботарев Н.Г., Проблема резольвент и критические многообразия, Изв. АН СССР, серия матем., т. 7 (1943), стр. 123-126.

Луночки Гиппократа



Работая в начале 30-ых годов прошлого века над первой частью “Основ теории Галуа”, Николай Григорьвич решил проиллюстрировать хорошим примером теорию разрешимости уравнений в квадратных радикалах, то есть теорию построений при помощи циркуля и линейки. Такой пример он нашел в знаменитой 2000 летней давности задаче Гиппократа о квадрируемых луночках.

Луночки Гиппократа

Гиппократ нашел три квадрируемые луночки. Даниил Бернулли в "Математических упражнениях" (1724) указал условие, которому должны удовлетворять алгебраически квадрируемые луночки, и привел уравнение, дающее четвертую квадрируемую луночку. Немного позднее финский математик Валлениус (1766) и независимо от него Леонард Эйлер (1771) тоже обнаружили ту же четвертую, и в дополнение к ней еще одну, пятую луночку. В 1840 году Томас Клаузен независимо обнаружил и исследовал те же два негиппократовых типа квадрируемых луночек.

К моменту написания книги Н.Г.Чеботарева были известны следующие случаи квадрируемых луночек α и β:

$m = 2,$	$n = 1;$	$(180 : 90)$	Луночка, найденная Гиппократом
$m = 3,$	$n = 1;$	$(205,6 : 68,5)$	Луночка, найденная Гиппократом
$m = 3,$	$n = 2;$	$(160,9 : 107,2)$	Луночка, найденная Гиппократом
$m = 5,$	$n = 1;$	$(234.4 : 46.9)$	
$m = 5,$	$n = 3;$	$(168.0 : 100.8)$	

Эдмунд Ландау показал, что вопрос о квадрируемости луночки сводится к вопросу о том, когда группа Галуа уравнения

$$n\left(\frac{x^m-1}{x-1}\right)^2 - mx^{m-n}\left(\frac{x^n-1}{x-1}\right)^2 = 0 \qquad (**)$$

или его неприводимого множителя имеет порядок, равный степени двойки.

Н.Г.Чеботарев доказал, что при нечетных m и n квадрируемыми луночками будут только те, у которых $m = 3$, $n = 1$, или $m = 5$, $n = 1$ либо $n = 3$.

“К такого рода проблемам относится задача по квадрируемым луночкам. Эта задача из теории Галуа, т.е. по моей официальной специальности. Ее поставил в 1847 году Клаузен, в 1903 году продвинул крупный математик Ландау, а в последнее время в ней копался незначительный болгарский математик Чакалов. Сама по себе она не представляет интереса, но мне при составлении книги понадобился пример, и я стал смотреть, как бы упростить исследования Чакалова. И решил половину всей проблемы. При этом даже нельзя сказать, что я пользовался чем-нибудь существенно отличным от метода Ландау и Чакалова. Только несравненно глубже копнул”.

Незадолго до смерти Николаю Григорьвичу довелось увидеть блестящее завершение своих исследований в работе его ученика Дороднова Анатолия Васильевича.

Дороднов А.В. *Исследования по квадрируемым луночкам.* Кандидатская диссертация. — Казань, 1940.

Дороднов А.В. *О круговых луночках, квадрируемых с помощью конических сечений* // Изв. физ.-матем. об-ва при Казан. гос. ун-те. Сер. 3. — 1945. — Т. XIII. — С. 95–126.

Дороднов А.В. *О круговых луночках, квадрируемых при помощи циркуля и линейки* // Докл. АН СССР. — 1947. — Т. LVIII, № 6. — С. 965–968.

Перу Николая Григорьевича принадлежит ряд учебников и монографий – сначала литографированные курсы вариационного исчисления и топологии, изданные студенческим физико-математическим кружком Казанского университета, а затем шесть томов учебников и монографий: учебник по теории Галуа в двух томах, монография по теории Галуа, учебное пособие по группам Ли, где впервые в СССР было дано изложение теории структуры простых групп и их представлений, “Теория алгебраических функций” и монография “Проблема Рауса–Гурвица (совместно с Н. Н. Мейманом) – последние две появились уже после кончины Николая Григорьевича. Тогда же была издана и небольшая его книжка “Введение в теорию алгебр”.


Физико-
Математическое
Наследие
Н. Г. Чеботарев
Член-корреспондент
АН СССР
ОСНОВЫ
ТЕОРИИ ГАЛУА
Часть I
Математика
Алгебра
URSS


Физико-
Математическое
Наследие
Н. Г. Чеботарев
Член-корреспондент
АН СССР
Теория
алгебраических
функций
Математика
Алгебра
URSS


Член-корреспондент
АН СССР
Н. Г. Чеботарев
Основы
теории Галуа
Часть II
УРСС

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ