Об одной бинарной аддитивной задаче с почти простыми числами специального вида (по совместной работе с Д.В. Горяшиным и Н.Н. Мотькиной)

С.А. Гриценко

МГУ, мех-мат

Аннотация. Пусть $1 < c \leq 2$. Будем называть простые с условием $\{\frac{1}{2}p^{1/c}\} < 1/2$ виноградовским классом простых чисел и обозначать буквой V. В 1940 г. И.М. Виноградов получил асимптотическую формулу для числа простых из своего класса, не превосходящих N, при $c = 2$.

В литературе известны аддитивные задачи с простыми из класса V. Бинарные задачи такого рода очень трудны. Например, задача об асимптотике

$$\text{ЧРУ}\ (p - xy = 1,\ p \leq n,\ p \in V)$$

не решена до сих пор.

Справедлива теорема.

Теорема 1. *(Н.А. Зинченко, 2005) Пусть*

$$T_2(n) = \text{ЧРУ}\left(p_1p_2 - xy = 1,\ p_1p_2 \leq n,\ \exp\left(\sqrt{\log n}\right) < p_1, p_2\right),$$

$$T_2'(n) = \text{ЧРУ}\left(p_1p_2 - xy = 1,\ p_1p_2 \leq n,\ \exp\left(\sqrt{\log n}\right) < p_1, p_2,\ \{\frac{1}{2}(p_1p_2)^{1/c}\} < 1/2\right).$$

Тогда

$$T_2'(n) = T_2(n)\left(1/2 + O(\frac{\log\log\log n}{\log\log n})\right), \quad T_2(n) \sim c_2\, n \log\log n,\ c_2 > 0.$$

В настоящем докладе будет представлена

Теорема 2. *Пусть $k \geq 2$ — сколь угодно большое, но фиксированное натуральное число,*

$$T_k(n) = \text{ЧРУ}\left(p_1 \dots p_k - xy = 1,\ p_1 \dots p_k \leq n, \exp\left(\sqrt{\log n}\right) < p_1, \dots, p_k\right),$$

$$T_k'(n) = \text{ЧРУ}\left(p_1 \dots p_k - xy = 1,\ p_1 \dots p_k \leq n,\ \exp\left(\sqrt{\log n}\right) < p_1, \dots, p_k,\ \{\frac{1}{2}(p_1 \dots p_k)^{1/c}\} < 1/2\right).$$

Тогда

$$T_k'(n) = T_k(n)\left(1/2 + O(\frac{\log\log\log n}{\log\log n})\right), \quad T_k(n) \sim c_k\, n(\log\log n)^{k-1},\ c_k > 0.$$