Размерность мер с преобразованием Фурье в L_p

Никита, Добронравов

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия
e-mail: dobronravov1999@mail.ru

Принцип неопределённости в математическом анализе — это семейство фактов о том, что функция и её преобразование Фурье не могут быть одновременно малы. Одной из версий это принципа является следующая теорема.

Теорема 1. *Пусть $S \subset \mathbb{R}^d$ — компакт, такой что $\mathcal{H}_\alpha(S) < \infty$. Пусть обобщённая функция ζ такая что $supp(\zeta) \subset S$ и $\hat{\zeta} \in L_p(\mathbb{R}^d)$ для некоторого $p < \frac{2d}{\alpha}$. Тогда $\zeta = 0$.*

Здесь $\mathcal{H}_\alpha$—это α—мера Хаусдорфа. Мы разобрали, что происходит в предельном случае $p = \frac{2d}{\alpha}$. Оказалось, что в этом случае принцип неопределённости неверен, а именно удалось доказать следующую теорему:

Теорема 2. *Существуют компакт $S \subset \mathbb{R}^d$ и такая вероятностная мера μ, что $supp(\mu) \subset S$, $\hat{\mu} \in L_p(\mathbb{R}^d)$ и $\mathcal{H}_{\frac{2d}{p}}(S) = 0$.*