

# О некоторых поверхностях и пространственных кривых в математике Древней Греции\*

*Ксаверий Юрьевич Малышев*

НИИЯФ МГУ & РУДН

*Александр Владиславович Селиверстов*

ИППИ РАН

2025

---

\*AMS: 01A20



**Геометры Древней Греции** работали от Южной Италии до Малой Азии (современной Турции). В IV веке до н. э. научным центром стали Афины, а с III века до н. э. — Александрия (Египет).

Основатель милетской школы **Фалес Милетский** был современником Солона Афинского. Милет располагался на западном побережье Малой Азии, к юго-востоку от острова Самос. Фалес умер в возрасте 78 лет в 58-ю олимпиаду, 548–545 г. до н. э. Однако все приписываемые Фалесу теоремы связаны с планиметрией, а не стереометрией.

Школу в Кротоне, ахейской столице Южной Италии, основал **Пифагор Самосский** (около 570–490 г. до н. э.). Известными пифагорейцами были Гиппас из Метапонта, **Филолай** из Кротона или из Тарента (около 474–385 г. до н. э.), Феодор Киренский, а также **Архит Тарентский**, который был современником Платона. Архит был стратегом (командующим войском). Он считается создателем теории механизмов и машин. ([W. K. C. Guthrie, 1962](#); [Ямвлих, 2002.](#))

Об истории геометрии в Древней Греции писал Евдем, ученик Аристотеля, живший около 330 до н. э.

Пифагореец Филолай создал модель мира, в которой Земля, Луна, Солнце и планеты обращаются вокруг Гестии — центрального огня (С. А. Huffman, 1993). Другая модель была у Гераклида Понтийского (388–310 г. до н. э.).

**Диоген Лаэртий** (II–III в.), *Жизнеописания философов*:

Гераклид, сын Евтифрона, был гражданином Гераклеи, что на Понте. Он был очень богат. В Афинах он сначала последовал за Спевсиппом, но также слушал лекции пифагорейцев и сделался ревностным приверженцем Платона. Впоследствии он слушал и Аристотеля, как Сотион сообщает в своих *Преемствах*. Одежды он носил мягкие и был такой полный, что жители Аттики прозвали его не Понтийским (Ποντικός), а Толстопузым (Πομπικός). Однако он казался добрым и величественным. Ему приписываются прекрасные и великолепные сочинения. (Е. В. Афонасин, 2019)

В III веке до н. э. гелиоцентрическую модель создал Аристарх Самосский. Астрономией занимался Архимед (287–212 г. до н. э.). Позже на о. Родос работали Гиппарх Никейский (ок. 190–120 г. до н. э.) и Гемин.

## Известные поверхности:

сфера, полусфера, цилиндр, полуцилиндр, конус, усечённый конус, сфероид, прямоугольный коноид — параболоид вращения, тупоугольный коноид — одна полость двуполостного гиперболоида вращения, бицилиндр — поверхность тела Штейнмеца (реконструкция [J. P. Hogendijk, 2002](#)), свод — половина бицилиндра, **тор**, многогранные поверхности.

### Когда стал известен тор (σπειρα)?

*Torus* — латинское слово, означающее основание колонны.

Явно тор (σπειρα) упоминается лишь у Персея (II в. до н. э.) и Гемина (I в. до н. э.) в изложении Герона Александрийского (I в.) и Прокла Диадоха (412–485 г.) ([Chasles, 1837](#); [Gow, 1884](#)).



Поверхность вращения можно определить тем же способом, каким Евклид в *Началах* определил сферу (σφαῖρα).

ιζ'. Διάμετρος δὲ τῆς σφαίρας ἐστὶν εὐθεῖα τις διὰ τοῦ κέντρου ἡγμένη καὶ περατουμένη ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη ὑπὸ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας.

14. Сфера будет: если при неподвижности диаметра полукруга, вращающийся полукруг снова вернётся в то же самое [положение], из которого он начал двигаться, то охваченная фигура [и есть сфера].  
([Д. Д. Мордухай-Болтовской, 1950.](#))

14. A sphere is the figure enclosed when, the diameter of a semicircle remaining (fixed), the semicircle is carried around, and again established at the same (position) from which it began to be moved.  
([Richard Fitzpatrick, 2008](#), p. 424.)

## Известные пространственные кривые

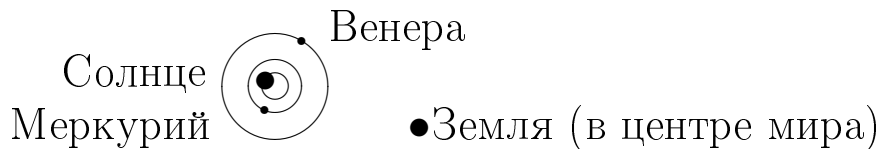
**Кривая Архита** (пересечение тора и цилиндра). Работа Архита Тарентского известна по комментариям, которые написал Евтокий Аскалонский (около 480–540 г.). Изложение Евтокия не содержит определения тора. Речь шла лишь о повороте полукруга около конца диаметра. (Но это позволяет нам увидеть тор.) Близкое описание (без ссылки на Архита) дают Мухаммад, ал-Хасан и Ахмад Бану Муса, работавшие в Багдаде в IX в.

**Гиппопеда Евдокса** (кривая на сфере). Работа Евдокса Книдского (IV в. до н. э.) известна из *Метафизики* Аристотеля и комментариев Симпликия Киликийского (около 490–560 г.). (А. А. Россиус, 2005.) Известно несколько реконструкций (И. Н. Веселовский; I. Yavetz).

**Винтовые линии.** Прокл Диадох (412–485 г.) в комментариях к *Началам* Евклида упомянул трактат Аполлония *Винтовые линии*. (Б. А. Розенфельд, 2004.) Аполлоний Пергский (262–190 г. до н. э.) также мог изучать кривые на торе в связи с астрономией.

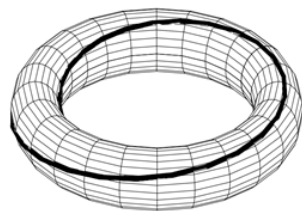
Модель мира, в которой Венера и Меркурий вращаются вокруг среднего положения Солнца, а они вместе — вокруг Земли, приписывают Гераклиду Понтийскому (387–312 г. до н. э.) ([И. Н. Веселовский, 1974, 2010](#); [Е. В. Афонасин, 2019](#)). Позже аналогичная модель была у Тихо Браге (1546–1601 г.).  
**Калкидий** (IV в.), Комментарий к *Тимею* Платона:

Такое толкование кажется им необходимым по той причине, что в круге Солнца, равно как в кругах каждой из этих подвижных звёзд есть лишь один центр и одна точка:



Именно, Гераклид Понтийский, начертив круг Венеры и круг Солнца так, что их орбиты были построены из одного центра и одной середины, показал, что иногда [на этом чертеже] Венера оказывается выше, а иногда ниже Солнца. ([Е. В. Афонасин, 2019](#))

О деталях модели Гераклида можно лишь догадываться, но эта реконструкция также позволяет предполагать, что уже в IV веке до н. э. в Древней Греции рассматривали тор. Поскольку Меркурий (Гермес) и Венера (Афродита) отклоняются от плоскости эклиптики, эти планеты движутся по кривой, лежащей на тороидальной поверхности. Это поверхность вращения. Сечением этой поверхности плоскостью, проходящей через ось вращения, служит пара эллипсов. Но эта поверхность также может быть получена при вращении окружности вокруг оси, наклонной к плоскости окружности под некоторым углом.



Та же кривая на тороидальной поверхности возникает и в гелиоцентрической системе, развитой Аристархом Самосским, при описании движения Луны.



Mapc: <https://www.astronet.ru/db/msg/1268817> (Тецель, 2012)

Угол наклона орбиты к плоскости эклиптики для Луны равен  $5.14^\circ$ , для Меркурия  $7.0049863889^\circ$ , для Венеры  $3.3946619444^\circ$ , для Марса  $1.8497263889^\circ$ , для Юпитера  $1.3032697222^\circ$  и для Сатурна  $2.4888780556^\circ$  (эпоха J2000).

<https://www.sai.msu.ru/neb/rw/natsat/plaorbw.htm>

Угол наклона с достаточной точностью знал **Клеомед**, который цитирует Посидония из Апамеи (ок. 135–50 г. до н. э.):

Говорят, что Луна больше всего отклоняется в обе стороны от середины зодиака в сравнении с прочими планетами. За ней идёт Афродита, уходящая планетным движением в каждую сторону на  $5^\circ$ , Гермес — на  $4^\circ$ , Арес и Зевс — на  $2\frac{1}{2}^\circ$ , Кронос — на  $1^\circ$  в каждую сторону. (**А. И. Щетников, 2010**).

В итоге, на смену модели концентрических сфер пришла новая геоцентрическая модель, которую развивали Аполлоний Пергский (около 250–170 г. до н. э.), Гиппарх Никейский (около 190–120 г. до н. э.) и Клавдий Птолемей (около 100–170 г.). ([О. Neugebauer, 1957](#))

Однако и в новой модели мира движущиеся по эпициклам планеты не находятся в плоскости эклиптики, а движутся по тороидальной поверхности. Поэтому интерес к тору сохранялся, о чём писал Теон Смирнский (II в.).



Персей строил тор, у которого поперечное сечение плоскостью, проходящей через ось тора, круглое. Но тороидальная поверхность с эллиптическим сечением также получается вращением окружности вокруг оси, когда ось вращения не лежит в плоскости окружности. Эта поверхность может быть определена в рамках древнегреческой традиции, хотя явного упоминания об этом нет.

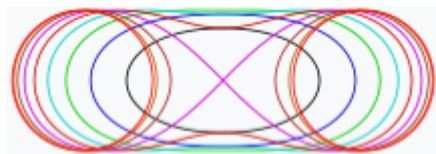
## Позже Теон Смирнский (II в.) напишет:

Планеты описывают спирали по сопричастности, (...) их движение идёт не прямо по зодиаку, но вокруг сферы неподвижных звёзд, описывая спирали между параллелями, подобные спиралям виноградной лозы. Это похоже на цилиндр, обвитый ремнём от одного конца до другого, когда лаконские эфоры обматывали скиталы ремнями и писали на них. Планеты описывают иную спираль, — не проходящую от одного конца цилиндра до другого, но такую, которую можно нарисовать на плоскости. Ведь целую вечность они переходят от одной параллели до другой и опять возвращаются к этой, непрерывно и бесконечно, и если мы изобразим параллели продолженными в бесконечность прямыми линиями, то планеты будут путешествовать от одной линии до другой, подходя то к летнему тропику, то к зимнему, до бесконечности открывая нам описываемые спирали.

(А.И. Щетников, 2009)

## Кривые Персея (II в. до н. э.) — плоские сечения тора

Герон Александрийский (I в.) и работавший в Афинах Прокл Диадох (V в.) писали, что Персей (II в. до н. э.) и Гемин, живший после Персея на Родосе, рассматривали плоские сечения тора — улиткообразные или спирические линии — кривые Персея ([M. Chasles, 1837](#); [J. Gow, 1884](#)) Это плоские кривые четвёртого порядка  $(x^2 + y^2 + p^2 + d^2 - r^2)^2 = 4d^2(x^2 + p^2)$ , где через  $r$  обозначен радиус окружности, вращением которой образован тор,  $d$  — расстояние от центра тора до центра этой окружности,  $p$  — расстояние от оси тора до секущей плоскости, параллельной оси.



Частными случаями кривых Персея служат овалы Кассини, привлекая особое внимание уже в Новое время. На плоскости овал Кассини определяется как геометрическое место точек, произведение расстояний от которых до двух фокусов постоянно.

Далее — Мишель Шаль писал в 1837 г. (Перевод: [В. Я. Цингер, 1883](#))

Имя геометра Персея упоминается только одним писателем, именно Проклом в его комментарии на первую книгу Евклида, но не в одном только этом памятнике древней науки говорится о улиткообразных линиях (*linges spiriques*, спирические линии), как думали, кажется, до сих пор. В одном весьма древнем сочинении Герона Александрийского (. . .) мы находим весьма точное определение спира (spire), т. е. кольцеобразной поверхности, и различных видов этой поверхности, сечения которой суть кривые, обладающие особыми свойствами.

Это место из Герона следующее: *Speira fit quando circulus aliquis centrum habens in circulo et erectus existens, ad planum ipsius circuli fuerit circumductus, et revertatur iterum unde coeperat moveri; illud ipsum figurae genus nominatur κρικός orbis.* (M. Chasles, 1837)

[Тор образуется, когда окружность с центром на окружности, стоящая прямо, была водима вокруг [прямой] в плоскости самой окружности и вернулась снова в то место, откуда она начала движение; именно этот род фигур называется кольцом повсюду в мире.]

## James Gow писал в 1884 г.:

The **σπειρα** is somewhat imperfectly described by Heron as the solid “produced by the revolution of a circle which has its centre on the circumference of another circle and which is perpendicular to the plane of that other circle. This is also called a **κρικος** (ring).” This solid varies in form according to the ratios between the radii of the two circles. It may resemble an anchor-ring or a modern teacake, with a dimple at the centre. Proclus describes three kinds of sections, which were obtained from it (...)

Elsewhere seems to suggest that Perseus had treated the spiral sections as Apollonius had treated the conics. From this, perhaps, it may be inferred that whereas one or two sections of the **σπειρα** were known before and were obtained from different forms of the solid, Perseus investigated all the sections and shewed that they could be obtained from one **σπειρα**. (J. Gow, 1884, p. 270.)

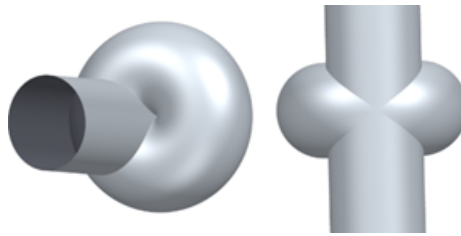
**Интерпретация:** Архит Тарентский применил тор для поиска двух средних пропорциональных (Изабелла Григорьевна Башмакова, 1958)

Рассмотрим частный случай, важный для удвоения куба, когда искомые средние пропорциональные равны  $\sqrt[3]{4}R$  и  $\sqrt[3]{2}R$ .

Рассмотрим тор, полученный вращением окружности радиуса  $R$  вокруг касательной прямой. Если осью служит координатная ось  $z$ , уравнение этого тора  $(x^2 + y^2 + z^2)^2 = 4R^2(x^2 + y^2)$ .



Рассмотрим поверхность прямого кругового цилиндра  $x^2 + y^2 = 2Rx$  того же радиуса  $R$ , образующие которого параллельны оси тора. Этот цилиндр проходит через центр тора и касается тора в другой точке. Поверхности пересекаются по кривой Архита — пространственной кривой восьмого порядка, имеющей точку самокасания (в центре тора) и другую точку самопересечения (на большой окружности тора).



Кривая Архита пересекает поверхность конуса  $x^2 + y^2 + z^2 = 4x^2$  в начале координат и в четырёх других точках с вещественными координатами. Следствием системы уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 2Rx \\ x^2 + y^2 + z^2 = 4x^2 \\ (x^2 + y^2 + z^2)^2 = 4R^2 (x^2 + y^2) \end{cases}$$

служит уравнение  $2x^4 = R^3x$ . Поэтому абсцисса точки пересечения трёх поверхностей равна нулю или  $\sqrt[3]{1/2}R$ . Расстояние от начала координат до любой другой точки пересечения равно  $\sqrt[3]{4}R$ , а расстояние от начала координат до проекции любой из этих точек на координатную плоскость  $z = 0$  равно  $\sqrt[3]{2}R$ . Поэтому, зная отличную от начала координат точку пересечения, легко найти искомые средние пропорциональные.

Все три поверхности служат поверхностями вращения. Поэтому они могут быть определены, используя в качестве образующих и направляющих лишь окружности и прямые. Направляющая окружность конуса лежит в плоскости  $x = 2R$ , направляющая окружность цилиндра лежит в плоскости  $z = 0$ .

### **Это описание отличается от рассуждения самого Архита**

Работа Архита известна по комментариям, которые написал Евтокий Аскалонский (около 480–540 г.). Изложение Евтокия не содержит определения тора. Речь шла лишь о повороте полукруга около конца диаметра. (Но это позволяет нам увидеть тор.) Конус задан вращением прямоугольного треугольника вокруг его катета — диаметра полукруга в исходном положении. Конус и цилиндр были известны.

В тексте Евтокия явно упомянуты:

цилиндрическая поверхность  $\kappa\upsilon\lambda\iota\nu\delta\rho\iota\kappa\eta\nu \epsilon\pi\iota\phi\alpha\nu\epsilon\iota\alpha\nu$

и коническая поверхность  $\kappa\omega\nu\iota\kappa\eta\nu \pi\omicron\iota\eta\sigma\epsilon\iota \epsilon\pi\iota\phi\alpha\nu\epsilon\iota\alpha\nu$ ,

но **нет названия для тора**.

### Описание кривой Архита у Евтокия:

τοῦτο δὴ τὸ ἡμικύκλιον περιαγόμενον  
ὥς ἀπὸ τοῦ  $\Delta$  ἐπὶ τὸ  $B$  μένοντος τοῦ  $A$   
πέρατος τῆς διαμέτρου τεμεῖ τὴν  
κυλινδρικήν ἐπιφάνειαν ἐν τῇ περιαγωγῇ  
καὶ γράψει ἐν αὐτῇ γραμμὴν τινα.

Этот полукруг при своём вращении от  $\Delta$  к  $B$  около неподвижного конца  $A$  диаметра будет пересекать цилиндрическую поверхность и, таким образом, вычертит на ней некоторую линию.

(И. Н. Веселовский, 1962)

Then, this semicircle drawn around from  $\Delta$  towards  $B$ , while the extreme  $A$  of the diameter remains fixed, will cut the cylindrical surface in its being drawn around, and will trace a certain trace on it.

(Ramon Masià, 2016)

## Мухаммад, ал-Хасан и Ахмад Бану Муса

### Книга измерения плоских и шаровых фигур. XVI.

Перевод с арабского Джамала Ад-Даббаха, 1965, стр. 410–412.

Это построение принадлежит одному из древних по имени Менелай. Он привёл это построение в своей книге о геометрии.

### Неявное описание кривой Архита:

... построим на дуге  $ACB$  половину прямого круглого цилиндра, так чтобы его образующие были бы перпендикулярны к плоскости круга  $ACB$ , а на линии  $AB$  построим половину круга, плоскость которого составляет с плоскостью  $ABC$  прямой угол, это — дуга  $AHE$ .

Закрепим точку  $A$  дуги  $AHE$  на её месте и, считая её центром, будем вращать дугу  $AHE$  вокруг центра  $A$  таким образом, чтобы её плоскость в течение всего вращения составляла бы с плоскостью  $ABC$  прямой угол и чтобы дуга  $AHE$  разделяла бы поверхность половины цилиндра, стоящую на дуге  $ABC$ .

Кроме того, **Евтокий** пишет (предваряя рассказ об Эратосфене):

Те трудолюбиво принялись за дело и стали решать, каким образом для двух данных прямых найти две средние пропорциональные: говорят, что Архит Тарентский получил решение при помощи полуцилиндров, а Евдокс при помощи так называемых выгнутых ( $\kappa\alpha\mu\pi\upsilon\lambda\omega\nu$ ) линий. Однако вышло, что они доказали лишь возможность такого построения, выполнить же его на самом деле и дать практический способ не смогли, если не считать короткого способа Менехма, да и то затруднительного. (И. Н. Веселовский, 1962.)

Это снова подтверждает, что построения у Архита были не на плоскости, но в пространстве, поскольку упомянут полуцилиндр.

Метод Евдокса для решения той же задачи Евтокий не сообщает, но упоминание выгнутых линий указывает, что использовались сечения какой-то поверхности, следовательно, Евдокс также работал в пространстве.

## Движение и сферическая геометрия

Евдокс Книдский существенно развил сферическую геометрию.

В частности, Евдокс создал прибор, совершенствование которого привело в будущем к созданию средневековой астролябии. В астролябии используется стереографическая проекция. Из этого не следует, что свойства этой проекции были доказаны Евдоксом. Но Аполлоний уже знал доказательство.

Сферическая геометрия рассматривается в сочинении Евклида *Феномены*, которое, возможно, написано после сочинений Автолика Питанского.

Феодосий (II век до н. э.) написал сочинение в трёх книгах *Сферика*, где рассмотрены системы параллельных и пересекающихся окружностей на сфере (Галина Павловна Матвиевская, 1982).

Гемин, живший на Родосе не раньше I века до н. э., написал *Введение в явления* — учебник по астрономии, в который вошли некоторые результаты сферической геометрии (А. И. Щетников, 2011).

Автолик Питанский (около 360–290 г. до н. э.) написал сочинения *О движущейся сфере* (И. П. Рушкин, 2017) и *О восходах и заходах* (И. П. Рушкин, 2023), где рассмотрены окружности на сфере (меридианы, параллели, эклиптика) и применение сферической геометрии в астрономии (Г. П. Матвиевская, 1982).

*О движущейся сфере* содержит определение равномерного движения, возможно, самое раннее:

1. Говорят, что точка перемещается равномерно, если за равные промежутки времени она проходит равные и подобные части пути.
2. Когда равномерно перемещающаяся по некой линии точка проходит два участка пути, то отношение промежутков времени, за которые точка проходит каждый участок, будет то же, что и отношение участков.

## Замечания о последующих событиях

В 86 г. до н. э. войска Суллы взяли и разграбили Афины.

В 48–47 г. до н. э. при осаде войсками Юлия Цезаря Александрии сгорела часть библиотеки.

В 44 г. до н. э. войска Гая Кассия разграбили Родос.

В 30 г. до н. э. Египет аннексирован Римской республикой.

## Эпоха Древней Греции завершилась.

Менелай Александрийский (около 100 г.) написал три книги под общим названием *Сферики*, содержание которых известно по переводам на арабский, а потом на латынь.

Также сферическая геометрия рассмотрена в работах Клавдия Птолемея (около 100–170 г.)

Одним из последних великих геометров перед наступлением длительного упадка был Папп Александрийский, заложивший основы проективной геометрии. Папп также рассматривал **винтовые поверхности и конические спирали** (H. Wieleitner, 1921).

## Заключение

Вероятно, тор ( $\sigma\pi\epsilon\iota\rho\alpha$ ) был известен Древней Греции с IV в. до н.э., но забыт Менелаем Александрийским и Теоном Смирнским в начале II в.

Во-первых, тор служит естественной частью реконструкции решения, предложенного Архитом, задачи поиска средних пропорциональных;

Во-вторых, плоские кривые, которые служат сечениями тора, изучали Персей (II в. до н.э.) и Гемин (I в. до н.э.).

В-третьих, тор полезен для описания движения небесных тел, что должно было привлекать геометров на Родосе.

### Отметим два отличия Древней Греции от Средневековья

Во-первых, в Древней Греции почти все работы по стереометрии имели прикладное значение.

Во-вторых, наука Древней Греции не была догматической, тогда обсуждались разные методы и модели, применялось кинематическое задание кривых. Позднее работы Платона, Аристотеля и Евклида стали восприниматься догматически, искажая образ в соответствии со взглядами Средневековья.

# Список литературы

- [1] Афонасин Е.В. Гераклид Понтийский: Биографические свидетельства // ΣΧΟΛΗ. Философское Антиковедение и Классическая Традиция. 2019. Т. 13. № 1. С. 358–374.  
<https://doi.org/10.25205/1995-4328-2019-13-1-358-374>
- [2] Афонасин Е.В. Гераклид Понтийский. Астрономические фрагменты // ΣΧΟΛΗ. Философское Антиковедение и Классическая Традиция. 2019. Т. 13. № 2. С. 744–754.  
<https://doi.org/10.25205/1995-4328-2019-13-2-740-754>
- [3] Бану Муса. Книга измерения плоских и шаровых фигур. Пер. и прим. Джамалы Ад-Даббаха // Историко-математические исследования. 1965. Т. 16. С. 389–426.
- [4] Башмакова И.Г. Лекции по истории математики в Древней Греции // Историко-математические исследования. 1958. № 11. С. 306–346.
- [5] Веселовский И.Н. Архимед. Сочинения. М.: Физматгиз, 1962.
- [6] Веселовский И.Н. Очерки по истории теоретической механики. М.: Издательство ЛКИ, 2010.
- [7] Вилейтнер Г. История математики от Декарта до середины XIX столетия. М.: Физматгиз, 1960.  
Перевод: Wieleitner H. Geschichte der Mathematik, II Teil. Von Cartesius bis zur Wende des 18. Jahrhunderts. Leipzig, 1921.
- [8] Гатри У.К.Ч. История греческой философии в 6 т. Т. I. Ранние досократики и пифагорейцы. СПб.: Владимир Даль, 2015.  
Guthrie W.K.C. A History of Greek Philosophy. Vol. 1. The Earlier Presocratics and the Pythagoreans. Cambridge University Press. 1962.

- [9] Матвиевская Г.П. Становление плоской и сферической тригонометрии. М.: Знание, 1982.
- [10] Мордухай-Болтовской Д.Д. Начала Евклида. Книги XI–XV. М.: Гостехиздат, 1950.
- [11] Нейгебауэр О. Точные науки в древности. М.: Наука, 1968.  
Neugebauer O. The exact sciences in Antiquity. Brown university press, 1957.
- [12] Розенфельд Б.А. Аполлоний Пергский. М.: МЦНМО, 2004.
- [13] Россиус А.А. Учение о гомоцентрических сферах в разных его античных вариантах по Симпликию // Историко-философский ежегодник. М.: 2005. С. 5–10.
- [14] Рушкин И.П. Автолик Питанский. О движущейся сфере // Scripta Antiqua. 2017. V. 6. P. 577–598.  
<http://bowles.byethost3.com/books/Autolycus.pdf>
- [15] Рушкин И.П. Автолик Питанский. О восходах и заходах. Перевод с древнегреческого и комментарии // ΣΧΟΛΗ. Философское Антиковедение и Классическая Традиция. 2023. Т. 17. № 1. С. 401–463.  
<https://doi.org/10.25205/1995-4328-2023-17-1-401-463>
- [16] Шаль М. Исторический обзор происхождения и развития геометрических методов. Т. 2. Примечания. М.: Катков, 1883.
- [17] Щетников А.И. Теон Смирнский. Изложение математических предметов, полезных при чтении Платона // ΣΧΟΛΗ. Философское Антиковедение и Классическая Традиция. 2009. Т. 3. С. 466–558.
- [18] Щетников А.И. Клеомед. Учение о круговращении небесных тел. ΣΧΟΛΗ. Философское Антиковедение и Классическая Традиция. 2010. Т. 4. № 2. С. 349–415.

- [19] Щетников А.И. Гемин. Введение в явления // ΣΧΟΛΗ. Φιλοσοφское Антиковедение и Классическая Традиция. 2011. Т. 5. № 2. С. 174–233.
- [20] Ямвлих. О Пифагоровой жизни М.: Алетея, 2002.
- [21] Fitzpatrick R. Euclid's Elements of Geometry. 2008.  
<https://pyrkov-professor.ru/default.aspx?tabid=185&ArticleId=473>
- [22] Gow J. A Short History of Greek Mathematics. Cambridge University Press, 1884.
- [23] Hogendijk J.P. The surface area of the bicylinder and Archimedes' method // Historia Mathematica. 2002. V. 29. P. 199–203. <https://doi.org/10.1006/hmat.2002.2349>
- [24] Huffman C.A. (ed.) *Philolaus of Croton: Pythagorean and Presocratic: A Commentary on the Fragments and Testimonia with Interpretive Essays*. New York, Cambridge University Press, 1993.  
<https://archive.org/details/philolaus-of-croton>
- [25] Masià R. A new reading of Archytas' doubling of the cube and its implications // Archive for History of Exact Sciences. 2016. V. 70. P. 175–204. <https://doi.org/10.1007/s00407-015-0165-9>
- [26] Webster C. Euclid's Optics and geometrical astronomy // Apeiron. 2014. V. 47. No. 4. P. 526–551. <https://doi.org/10.1515/apeiron-2014-0007>
- [27] Yavetz I. On the homocentric spheres of Eudoxus // Archive for History of Exact Sciences. 1998. V. 52. No. 3. P. 221–278. <https://doi.org/10.1007/s004070050017>
- [28] Yavetz I. A new role for the hippopede of Eudoxus // Archive for History of Exact Sciences. 2001. V. 56. No. 1. P. 69–93. <https://doi.org/10.1007/s004070100039>

Σας ευχαριστώ

Спасибо

Thank you