

Уравнение теплопроводности с лапласианом Леви и потоки теплопроводности дифференциальных форм

Б. О. Волков^{1,2}

Лапласиан Леви — бесконечномерный лапласиан, который можно определить как среднее Чезаро вторых производных вдоль векторов из некоторого ортонормированного базиса. Этот оператор интересен своей связью с калибровочными полями. Известно, что уравнения Янга–Миллса для связности в векторном расслоении над римановым многообразием эквивалентны уравнению Лапласа с лапласианом Леви для параллельного переноса, порожденного этой связностью [1; 2; 4]. В работе изучается уравнение теплопроводности с лапласианом Леви на бесконечномерном многообразии замкнутых H^1 -путей на компактном римановом многообразии и поведение его решений при стремлении времени к бесконечности.

Показывается, что решение уравнения теплопроводности для скалярных функций на конечномерном римановом многообразии порождает семейство интегральных функционалов, которое является решением уравнения теплопроводности с лапласианом Леви и стремится к гармоническому для лапласиана Леви функционалу при стремлении времени к бесконечности. Аналогично с помощью результатов работы [3] показывается, что поток теплопроводности 1-форм на компактном ориентированном римановом многообразии (решение уравнения теплопроводности для лапласиана Ходжа–де Рама) порождает решение уравнения теплопроводности с лапласианом Леви, которое стремится к гармоническому для лапласиана Леви функционалу при стремлении времени к бесконечности. Построенное решение уравнения теплопроводности с лапласианом Леви состоит из семейства функционалов, которые можно интерпретировать как параллельные переносы, порожденным $U(1)$ -связностями на базовом компактном римановом многообразии. Рассматривается связь между уравнением теплопроводности для лапласиана Леви и потоком теплопроводности Янга–Миллса [4].

¹Математический институт им. В. А. Стеклова Российской академии наук.
Email: borisvolkov1986@gmail.com

²Московский физико-технический институт.

Благодарности. Работа частично поддержана грантом Российского научного фонда № 24-11-00039, rscf.ru/project/24-11-00039.

Литература

1. *Accardi L., Gibilisco P., Volovich I. V.* Yang–Mills gauge fields as harmonic functions for the Lévy Laplacian // *Russ. J. Math. Phys.* — 1994. — Vol. 2, no. 2. — P. 235–250.
2. *Léandre R., Volovich I. V.* The Stochastic Lévy Laplacian and Yang–Mills equation on manifolds // *Infinite Dimensional Analysis, Quantum Probability and Related Topics.* — 2001. — Vol. 4, no. 2. — P. 161–172.
3. *Milgram A. N., Rosenbloom P. C.* Harmonic Forms and Heat Conduction. I: Closed Riemannian Manifolds // *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America.* — 1951. — Vol. 37, no. 3. — P. 180–184. — ISSN 00278424, 10916490. — URL: <http://www.jstor.org/stable/88064> (visited on 01/18/2025).
4. *Volkov B. O.* Levy Laplacian on manifold and Yang–Mills heat flow // *Lobachevskii Journal of Mathematics.* — 2019. — Vol. 40, no. 10. — P. 1619–1630.