Конечные калибровочные пространства и эргодичность

С. Г. Халиуллин[1]

В работе изучаются конечные регулярные калибровочные пространства $(H, \mathcal{M}, \tau)$, пространства операторов $L^2(\mathcal{M})$ и их свойства.

Определение 1. (см. [1]) *Конечным регулярным калибровочным пространством* называется тройка $(H, \mathcal{M}, \tau)$, где H — комплексное гильбертово пространство, $\mathcal{M}$ алгебра фон Неймана на H, а τ — неотрицательная вещественнозначная функция на проекторах (калибровка), такая что

(i) τ вполне аддитивна, то есть, если $\mathcal{S}$ — любой набор взаимно ортогональных проекторов в $\mathcal{M}$ с точной верхней гранью P, то $\tau(P) = \sum_{Q\in\mathcal{S}} \tau(Q)$;

(ii) τ унитарно инвариантна, то есть, $\tau(U^*PU) = \tau(P)$ для каждого проектора P и каждого унитарного оператора U в $\mathcal{M}$;

(iii) τ конечна, то есть $\tau(\mathbf{1}) < \infty$;

(iv) τ регулярна, то есть $\tau(P) > 0$, если P — ненулевой проектор в $\mathcal{M}$.

Существует единственное непрерывное по норме линейное продолжение калибровки τ на все $\mathcal{M}$, которое будет следом на $\mathcal{M}$. Мы будем его обозначать его той же буквой τ. Если $A \in \mathcal{M}$, положим $\|A\|^2 = \tau(A^*A)$. Пополнение алгебры $\mathcal{M}$ относительно этой нормы будет гиьбертовым пространством, обозначаемым $L^2(\mathcal{M})$.

Определение 2. Пусть $(H, \mathcal{M}, \tau)$ — конечное регулярное калибровочное пространство, e — проектор в $\mathcal{M}$. Пусть оператор $P_e = L_e R_e$ действует в $L^2(\mathcal{M})$, где L_e и R_e — операторы умножения на проектор e слева и справа соответственно. Множество значений $\mathcal{P}_e$ оператора P_e называется подпространством Пирса, ассоциированным с проектором e.

Определение 3. Ограниченный оператор A, сохраняющий положительность и действующий в $L^2(\mathcal{M})$ называется неразложимым, если он не оставляет инвариантным никакое собственное подпространство Пирса.

[1]Казанский федеральный университет. Email: Samig.Haliullin@kpfu.ru

Определение 4. Отображение T алгебры $\mathcal{M}$ является эргодическим, если для любых $x, y \in L^2(\mathcal{M}), x \geqslant 0, y \geqslant 0$ существует такое $n \in Z^+$, что $(T^n x, y) > 0$.

Также будут рассмотрены ультрапроизведения последовательностей калибровочных пространств по некоторому нетривиальному ультрафильтру в множестве натуральных чисел и их свойства.

Литература

1. *Gross L.* Existence and uniqueness of physical ground states // Journal of Functional Analysis. — 1972. — May. — Vol. 10, no. 1. — P. 52–109. — ISSN 0022-1236. — DOI: `10.1016/0022-1236(72)90057-2`.