

## Универсальность полугрупповых $C^*$ -алгебр для положительных конусов рациональных чисел

Р. Н. Гумеров<sup>1</sup>, А. С. Куклин<sup>2</sup>

В докладе рассматриваются приведенные полугрупповые  $C^*$ -алгебры  $C_r^*(G^+)$  для положительных конусов  $G^+$  в упорядоченных абелевых группах  $G$ , которые исследовал Дж. Мерфи [3].

Пусть  $P = (p_1, p_2, \dots)$  — произвольная последовательность простых чисел и  $\mathbb{Q}_P^+$  — положительный конус в аддитивной группе  $\mathbb{Q}_P$  всех рациональных чисел вида  $\frac{m}{p_1 \cdots p_n}$ , где  $n \in \mathbb{N}$ ,  $m \in \mathbb{Z}$ . Рассмотрим  $C^*$ -алгебру  $C_r^*(\mathbb{Q}_P^+)$ , порожденную регулярным представлением полугруппы  $\mathbb{Q}_P^+$ . Эта  $C^*$ -алгебра является пределом индуктивной последовательности алгебр Теплица  $C_r^*(\mathbb{Z}^+)$  [1]. С использованием этого факта в статье [2] получено следующее описание алгебры  $C_r^*(\mathbb{Q}_P^+)$  в качестве универсальной  $C^*$ -алгебры, порожденной наборами образующих элементов и соотношений для них.

**Теорема.** Пусть  $P = (p_1, p_2, \dots)$  — произвольная последовательность простых чисел,  $X = \{1, x_n \mid n \in \mathbb{N}\}$  — множество элементов, удовлетворяющих набору соотношений  $R = \{x_i^* x_i = 1, x_i = x_{i+1}^{p_i} \mid i \in \mathbb{N}\}$ . Тогда приведенная полугрупповая  $C^*$ -алгебра  $C_r^*(\mathbb{Q}_P^+)$  является универсальной  $C^*$ -алгеброй, порожденной  $X$  и  $R$ .

Доклад посвящен обсуждению этого результата.

## Литература

1. Гумеров Р.Н. Предельные автоморфизмы  $C^*$ -алгебр, порожденных изометрическими представлениями полугрупп рациональных чисел // Сибирский математический журнал. — 2018. — 59(1). — С. 95—109.

---

<sup>1</sup>Казанский (Приволжский) федеральный университет. Email: Renat.Gumerov@kpfu.ru

<sup>2</sup>Казанский (Приволжский) федеральный университет. Email: soarappell@gmail.com.

2. *Gumerov R., Kuklin A., Lipacheva E.* A universal property of semigroup  $C^*$ -algebras generated by cones in groups of rationals // Annals of Functional Analysis. — 2024. — July. — Vol. 15, no. 3. — ISSN 2008-8752. — DOI: [10.1007/s43034-024-00374-5](https://doi.org/10.1007/s43034-024-00374-5).
3. *Murphy G. J.* Ordered groups and crossed products of  $C^*$ -algebras // Pacific Journal of Mathematics. — 1991. — No. 2. — P. 319–349.