

Необходимые условия положительности топологической энтропии непрерывных отображений дендритов

Е. Н. Махрова¹

Для одномерных динамических систем, заданных на отрезке, существуют критерии положительности/равенства нулю топологической энтропии (см., например, [1, Глава 3, §3, Теорема 3.11]). Если $f : I \rightarrow I$ – непрерывное отображение отрезка I в себя, то следующие утверждения эквивалентны:

- (1) топологическая энтропия отображения f положительная;
- (2) f^n имеет подкову при некотором $n \in \mathbb{N}$;
- (3) существуют гомоклинические траектории;
- (4) существует траектория, ω -предельное множество которой содержит, по крайней мере, два минимальных множества;
- (5) существует периодическая точка периода, не равного 2^k , где $k = 0, 1, 2, \dots$

В докладе изучается связь (1) с (2) – (5) у непрерывных отображений, заданных на дендритах (локально связных континуумах, не содержащих дуг, гомеоморфных окружности). Отметим, что для указанных отображений установлены следующие факты:

- (1) \Leftrightarrow (2), (3), (4), (5) (см. [3]);
- (3) \Leftrightarrow (1), (2), (4), (5) (см. [2]);
- (4) \Leftrightarrow (2) (см. [4]);
- (5) \Leftrightarrow (1), (2), (3), (4) (см. [2]).

В докладе описывается структура дендритов, на которых непрерывные отображения с положительной топологической энтропией обладают свойствами (2) – (5). Также будет показана ключевая роль существования минимального бесконечного множества у заданного отображения на дендрите при установлении указанных связей.

Благодарности. Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 24-21-00242, rscf.ru/project/24-21-00242.

¹Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского.
Email: elena_makhrova@inbox.ru

Литература

1. Шарковский А. Н., Майстренко Ю. Л., Романенко Е. Ю. Разностные уравнения и их приложения. — Киев : Наук. думка, 1986. — 280 с.
2. Efremova L. S., Makhrova E. N. // Prog. Nonlinear Sci. (Int. conf. dedicated to the 100th anniversary of A. A. Andronov 2021). — 2002. — Vol. 1. — P. 225–228.
3. Kočan Z., Kornecká-Kurková V., Málek M. Entropy, horseshoes and homoclinic trajectories on trees, graphs and dendrites // Ergodic Theory and Dynamical Systems. — 2010. — Feb. — Vol. 30. — P. 165–175. — DOI: 10.1017/S0143385709001011.
4. Kočan Z., Kurková V., Málek M. Counterexamples of continuous maps on dendrites // Journal of Difference Equations and Applications. — 2015. — Sept. — Vol. 22. — P. 1–18. — DOI: 10.1080/10236198.2015.1081385.