

КОМБИНАТОРНАЯ ФОРМУЛА M-ИНВАРИАНТА МАГНИТНЫХ ЛИНИЙ

П.М.Ахметьев ИЗМИРАН

ФИЗИКА ПЛАЗМЫ В СОЛНЕЧНОЙ СИСТЕМЕ 2025
11 февраля 2025

$$\gamma(\mathbf{L}) = c_1(\mathbf{L})$$

$$\begin{aligned} & -((1,2)(2,3) + (2,3)(3,1) + (3,1)(1,2))(c_1(L_1) + c_1(L_2) + c_1(L_3)) \\ & -((3,1) + (2,3))(c_1(L_1 \cup L_2) - (1,2)(c_1(L_1) + c_1(L_2))) \\ & -((1,2) + (3,1))(c_1(L_2 \cup L_3) - (2,3)(c_1(L_2) + c_1(L_3))) \\ & -((2,3) + (1,2))(c_1(L_3 \cup L_1) - (3,1)(c_1(L_3) + c_1(L_1))), \end{aligned}$$

через $(i,j) = c_0(L_i \cup L_j)$ обозначены попарные коэффициенты зацеплений компонент $L_i, L_j, i,j = 1,2,3, i \neq j$, через c_1 обозначен коэффициент в полиноме Конвея (одной переменной) $\nabla_{\mathbf{L}}(z) = z^{m-1}(c_0 + c_1 z^2 + \dots)$.

Вспомогательный инвариант $\tilde{M}(\mathbf{L})$ (главное высшее слагаемое) определим формулой :

$$\begin{aligned}\tilde{M}(\mathbf{L}) = & -(1, 2)(2, 3)(3, 1)\gamma(\mathbf{L}) \\ & + ((1, 2)^2(1, 3)^2\beta(L_2 \cup L_3) + (2, 3)^2(2, 1)^2\beta(L_3 \cup L_1) + \\ & (2, 3)^2(2, 1)^2\beta(L_3 \cup L_1)),\end{aligned}\tag{1}$$

где

$$\beta(L_i \cup L_j) = c_1(\mathbf{L}) - c_0(\mathbf{L})(c_1(L_1) + c_1(L_2))\tag{2}$$

инвариант Сато-Левина 2-компонентного зацепления

$$\mathbf{L} = L_i \cup L_j, \quad i \neq j.$$

$$M(\mathbf{L}) = \tilde{M}(\mathbf{L}) + P((2, 3), (3, 1), (1, 2)); \quad P = P_1 + R. \quad (3)$$

$$\begin{aligned} P_1((2, 3), (3, 1), (1, 2)) = \\ + \frac{1}{6}(1, 2)^2(2, 3)^2(3, 1)^2[(1, 2) + (2, 3) + (3, 1)] \\ + \frac{1}{12}(1, 2)(2, 3)(3, 1)[(1, 2)(2, 3) + (2, 3)(3, 1) + (3, 1)(1, 2)]. \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} R((2, 3), (3, 1), (1, 2)) = \frac{1}{24}(1, 2)^3(2, 3)^3[(3, 1)^3 - (3, 1)] + \\ \frac{1}{24}(2, 3)^3(3, 1)^3[(1, 2)^3 - (1, 2)] + \frac{1}{24}(3, 1)^3(1, 2)^3[(2, 3)^3 - (2, 3)]. \end{aligned} \quad (5)$$

Асимптотическое свойство М-инварианта

$$M(\lambda_1 L_1 \cup \lambda_2 L_2 \cup \lambda_3 L_3) = \lambda_1^4 \lambda_2^4 \lambda_3^4 M(L_1 \cup L_2 \cup L_3). \quad (6)$$

$$L_1 \cup L_2 \cup L_3 \mapsto \lambda_1 L_1 \cup \lambda_2 L_2 \cup \lambda_3 L_3, \lambda_i \in \mathbb{Z}_+ \cup \mathbb{Z}_-, i = 1, 2, 3.$$

$$(1, 2) = (2, 3) = (3, 1) = -1; \tilde{M} = +1, R = 0, M = +\frac{1}{4}.$$

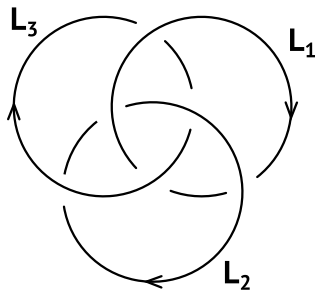


Fig. 1

$$(1, 2) = (2, 3) = (3, 1) = +2, \tilde{M} = +680, M = 800$$

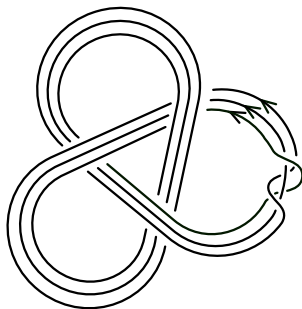


Fig. 2

$$(1, 2) = (2, 3) = (3, 1) = +2, \tilde{M} = -104, M = 16$$

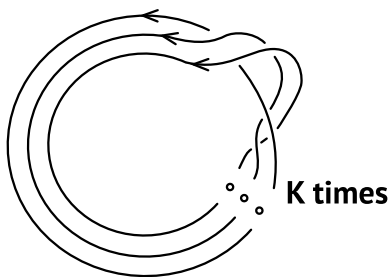


Fig. 5

$$(1, 2) = (2, 3) = (3, 1) = +1, \tilde{M} = -1, R = 0, M = -\frac{1}{4}$$

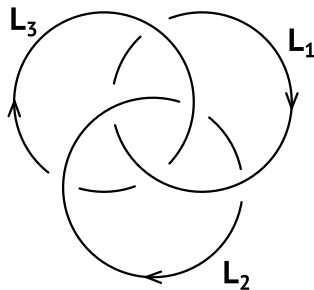


Fig. 6

$$(1, 2) = (3, 1) = +1, (2, 3) = -1, \tilde{M} = 0, R = 0, M = -\frac{1}{4}$$

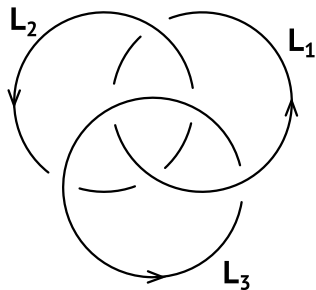


Fig. 7

$$(1, 2) = (3, 1) = +2, (2, 3) = +1, \tilde{M} = -24, M = -4$$

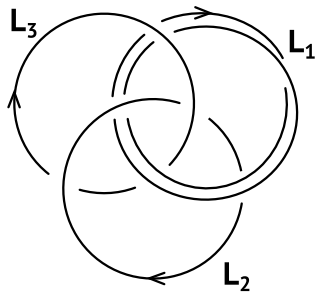


Fig. 8

$$(1, 2) = (3, 1) = +4, (2, 3) = +1, \tilde{M} = -800, M = 64$$

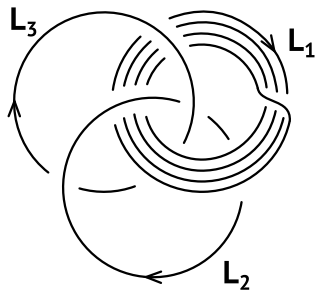


Fig. 9

$$(1, 2) = +2, (3, 1) = -2, (2, 3) = -1, \tilde{M} = -4, M = -4$$

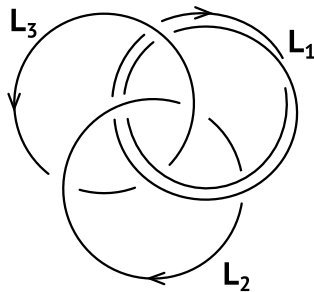


Fig. 10

Мы проверили, что M -инвариант асимптотический.

Было проверено ранее, что у M -инварианта имеется инвариантная плотность.

Поэтому M -инвариант – это высший аналог асимптотического эргодического инварианта Хопфа.

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!

