Условие корректности модели Какушадзе и Лью для оборота инвестиционного портфеля

И.Н. Шнурников[1], А.В. Кулига[1]

[1]Научно–технологический университет «Сириус»

Десятая международная конференция по стохастическим методам, 31.05–06.06.2025

Индустрия хедж фондов.

Определение.

Хедж фонд использует сложные методы управления ликвидными активами и оценки рисков для достижения приемлемых показателей доходности/риска и защиты от рыночного риска.

Например, хеджируют друг друга длинные и короткие позиции на фондовым рынке, а также активы и опционы на них.

Первый хедж фонд основал A. W. Jones в 1949 г. Сейчас[1] в мире около 15000 хедж фондов, имеющих в совокупности \$4.5 трлн под управлением (AUM). В крупных фондах под алгоритмические торговые стратегии выделяются десятки миллиардов долларов. Renaissance Technologies: \$106 млрд; Two Sigma Investments: \$67.4 млрд; D. E. Shaw: \$45.7 млрд; Man Group[2] (AHL, Numeric), Millennium Management и Citadel: части от \$178.2, \$57.6 и \$51.5 млрд соответственно.

[1] на январь 2024, https://investingintheweb.com/blog/largest-hedge-funds-aum/
[2] на 30.06.2024

Устройство хедж фонда, занимающегося алгоритмической торговлей.

- Команды специалистов (quantitative researchers), общей численностью от нескольких до нескольких сотен человек. Они находят и проверяют алгоритмические торговые стратегии на основе неэффективностей рынка. Алгоритмические стратегии существуют на фондовом и крипто рынках, а также на опционах и фьючерсах.
- Портфельные управляющие (portfolio managers). Они объединяют стратегии в портфели, используя методы оптимизации, например типа Марковица или назначения рисков.
- Руководящий отдел, распределяющий капитал между портфельными управляющими. Используются как вычисления с учетом транзакционных издержек и влияния на рынок, так и интуитивные решения.
- Отдел исполнения заявок, где, в зависимости от фонда, может применяться нетривиальное математическое моделирование.
- Остальные подразделения (сбор и обработка данных и т.д.).

Определения.

- *Алгоритмической торговой стратегией* (АТС) называется программа, которая к определенным моментам времени вычисляет вектора позиций, которые нужно занять по s активам.
- *Портфель* является линейной комбинацией n АТС, коэффициенты которой будем называть *весами*.
- *Оборотом* АТС (или портфеля) называется l_1 норма разности векторов позиций в последовательные моменты времени.
- *Доходность* i–й АТС будем рассматривать как случайную величину α_i, для которой уже получена выборка на исторических данных, и по прошествии торгового интервала к выборке добавляется очередное значение.

На практике заданы дополнительные ограничения на моменты времени, вектора позиций и механизм исполнения – переход к новым позициям. Например, сумма позиций по всем активам равна 0 (нейтральность к доллару).

Взаимное сокращение торговых операций.

Противоположные по знаку торговые *операции* (покупка/продажа) одного актива у разных АТС сокращаются при объединении в портфель.

Пример.

Для того, чтобы перейти от вчерашних позиций к сегодняшним, нужно
АТС 1: *купить SBER на 100 т.р., продать VTBR на 150 т.р., купить TCSG на 50 т.р.*
АТС 2: *купить SBER на 50 т.р., купить VTBR на 50 т.р., продать TCSG на 100 т.р.*
Портфель является суммой двух АТС. При исполнении АТС по отдельности на биржу выставляются заявки суммарной стоимостью 500 т.р.
При исполнении с учетом взаимного сокращения торговых операций портфель выставит заявки суммарной стоимостью 300 т.р.:
купить SBER на 150 т.р., продать VTBR на 100 т.р. и TCSG на 50 т.р.

При сокращении *операций* уменьшаются транзакционные издержки.
Противоположные по знаку торговые *позиции* не сокращаются.

Постановка задачи.

Оборот АТС (или портфеля) не постоянен во времени. В дальнейшем под оборотом мы будем подразумевать усредненный по времени оборот.

- Из-за взаимного сокращения противоположных по знаку торговых операций оборот портфеля меньше, чем линейная комбинация оборотов АТС с теми же коэффициентами.
- Явное вычисление оборота портфеля возможно, но слишком долго при построении портфеля с помощью методов оптимизации.

Практическая задача.

Найти приближенное выражение (оценку) для оборота портфеля, зависящее от оборотов АТС, их весов и каких-либо еще доступных на практике данных об АТС.

Какушадзе и Лью в 2014 г. предложили использовать матрицу выборочных ковариаций доходностей АТС в качестве дополнительных данных. Эта матрица доступна, т.к. часто используется при оптимизации портфелей.

Известные эмпирические оценки оборота портфеля.

- x_i и τ_i — вес в портфеле и оборот i-й АТС, где $i = 1, \ldots, n$.
- Ψ — $n \times n$ матрица выборочных корреляций доходностей АТС.
- $\psi^{(p)}$ и $V^{(p)} = \left(V_1^{(p)}, \ldots, V_n^{(p)}\right)$ — собственные числа и ортонормированные собственные векторы матрицы Ψ соответственно.
- $\rho = \Psi_{12}$ — корреляция доходностей двух АТС.

Какушадзе и Лью, [1, (4)]. Оценка оборота портфеля из двух АТС при $x_1 > 0, x_2 > 0$:

$$T_* = \frac{1+\rho}{2}(\tau_1 x_1 + \tau_2 x_2) + \frac{1-\rho}{2}|\tau_1 x_1 - \tau_2 x_2|. \tag{1}$$

Какушадзе, [2, (25)]. Оценка оборота портфеля из n АТС:

$$T_* = \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{p=1}^{n} \psi^{(p)} \left| \sum_{i=1}^{n} V_i^{(p)} \tau_i |x_i| \right|. \tag{2}$$

Полученные результаты.

- Построена математическая модель для оценок оборота, зависящих от матрицы ковариаций доходностей АТС. Доказана теорема 1. На ее основе получено условие корректности применения оценок оборота, зависящих от матрицы ковариаций доходностей АТС.
- Предложены новые оценки оборота. Проведены численные эксперименты для проверки их точности и сравнения с известными оценками. Получены выводы о практической целесообразности использования оценок оборота.

Математическая модель, часть 1.

Определение.

Назовем n–мерный ($n \geq 2$) случайный вектор $\alpha = (\alpha_1, \ldots, \alpha_n)$ на вероятностном пространстве $(\Omega, \mathcal{F}, \mathrm{P})$ *допустимым,* если дисперсия $\mathrm{D}\alpha_i = 1$ для всех $i = 1, \ldots, n$ и ненулевая линейная комбинация компонент вектора не может равняться константе почти наверное.

Будем считать, что доходности n АТС образуют допустимый вектор.

Условия $\mathrm{D}\alpha_i = 1$ можно добиться, разделив вектор позиций i-й АТС на $\sqrt{\mathrm{D}\alpha_i}$. Для нейтральных к доллару АТС с задержкой 1 доходность (holding pnl) равна скалярному произведению вектора позиций и вектора доходностей активов за предыдущий торговый период.

Линейная независимость с константой означает, что доходности АТС линейно независимы и их линейные комбинации не могут давать ненулевую безрисковую прибыль (следует из аксиомы безарбитражности рынка).

Математическая модель, часть 2.

Обозначение.

Через $V(\alpha)$ обозначим линейное пространство линейных комбинаций $\sum_{i=1}^{n} x_i\alpha_i$, где $x_i \in \mathbb{R}$ и $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_n)$ — допустимый вектор.

Для фиксированного набора АТС пространство $V(\alpha)$ — это пространство доходностей всех возможных портфелей.
Набор чисел $(x_1, \dots, x_n)$ однозначно определяет и портфель, и случайную величину из $V(\alpha)$. Функции на портфелях, например, оборот, можно считать функциями на пространстве $V(\alpha)$.

Определение.

Функция $f : V \to \mathbb{R}$ на линейном пространстве V называется *абсолютно однородной*, если $f(\lambda v) = |\lambda| f(v)$ для всех $\lambda \in \mathbb{R}$ и $v \in V$.

При умножении портфеля на константу λ его оборот умножится на $|\lambda|$.
Значит, оборот является абсолютно однородной функцией на $V(\alpha)$.

Математическая модель, часть 3.

- Портфель $\mathcal{P} = \mathcal{P}(x, \mathcal{A}) = \sum_{i=1}^{n} x_i \mathcal{A}_i$ определяется наборами n весов $x = (x_1, \ldots, x_n)$ и n АТС $\mathcal{A} = (\mathcal{A}_1, \ldots, \mathcal{A}_n)$.
- Пусть $\tau(\mathcal{P})$ и $\tau(\mathcal{A}) = (\tau(\mathcal{A}_1), \ldots, \tau(\mathcal{A}_n))$ — обороты портфеля и набора АТС соответственно.
- Пусть $\alpha(\mathcal{A})$ и $C(\alpha(\mathcal{A}))$ — случайный вектор доходностей АТС и его матрица ковариаций соответственно.
- Пусть $\mathbb{A}$ — конечномерное векторное пространство АТС, содержащее $\mathcal{A}_1, \ldots, \mathcal{A}_n$.

Основное предположение модели.

Оборот портфеля выражается некоторой функцией от весов, матрицы ковариации доходностей АТС и их оборотов. Т.е.

$$\tau(\mathcal{P}(x, \mathcal{A})) = g(x, C(\alpha(\mathcal{A})), \tau(\mathcal{A})) \tag{3}$$

для всех $x_i \in \mathbb{R}$ и $\mathcal{A}_i \in \mathbb{A}$.

Основной теоретический результат.

Следующая теорема описывает абсолютно однородные функции f, для которых значения от суммы зависят только от матрицы ковариаций и значений на слагаемых. Оказывается, все такие функции f равны стандартному отклонению с точностью до мультипликативной константы.

Теорема 1.

Пусть α — это допустимый случайный вектор и $f : V(\alpha) \to \mathbb{R}$ — это абсолютно однородная функция. Тогда существование функции F, такой что

$$f(\xi_1 + \xi_2) = F(C(\xi_1, \xi_2), f(\xi_1), f(\xi_2)) \quad \text{для всех} \quad \xi_1, \xi_2 \in V(\alpha), \qquad (4)$$

равносильно существованию константы f_0, такой что $f(\xi) = f_0\sqrt{\mathrm{D}(\xi)}$ для всех $\xi \in V(\alpha)$.

Напомним, что C и D обозначают матрицу ковариаций нескольких и дисперсию одной случайной величины соответственно.

Необходимое условие для выполнения предположения модели.

Применим предположение модели (3) для $\bar{x} = (1, 1, 0, \ldots, 0)$ и $\bar{A} = (\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_1, 0, \ldots, 0)$. Тогда для всех $\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2 \in \mathbb{A}$:

$$\tau(\mathcal{A}_1 + \mathcal{A}_2) = g(\bar{x}, C(\alpha(\bar{A})), \tau(\bar{A})) = \bar{g}(C(\alpha(\mathcal{A}_1), \alpha(\mathcal{A}_2)), \tau(\mathcal{A}_1), \tau(\mathcal{A}_2)).$$

По теореме 1 найдется константа f_0, такая что $\tau(\mathcal{A}_i) = f_0\sqrt{\mathrm{D}(\alpha(\mathcal{A}_i))}$ для всех $i = 1, \ldots, n$.

Условие корректности модели.

Если оборот портфеля из n АТС выражается функцией от матрицы ковариаций, весов и оборотов АТС, то отношение оборота к стандартному отклонению доходности должно быть одинаково для всех АТС.

На практике отношение оборота к стандартному отклонению доходности может отличаться в несколько раз (например, для нейтральных к доллару АТС на фондовом рынке США). Непостоянство этого отношения подтверждается и в статье Какушадзе и Тульчинского [3, рис. 4].

Оборот портфеля при условии корректности модели.

Теоретическая оценка оборота.

Пусть предположение модели (3) выполняется, τ_i — это оборот i-й АТС для $i = 1, \ldots, n$, C — матрица ковариаций доходностей. Через κ обозначим отношение $\frac{\tau_i}{\sqrt{C_{ii}}}$ (оно не зависит от i). Тогда оборот портфеля с весами $x = (x_1, \ldots, x_n)^\top$ равен

$$T_* = \kappa\sqrt{x^\top C x}. \tag{5}$$

Формула (5) не совпадает с оценкой оборота Какушадзе, Лью [1, (19)] для $\tau_i = \kappa$ и матрицы ковариаций

$$C_{ij}(\alpha) = \begin{cases} \rho, & i \neq j \\ 1, & i = j \end{cases}, \quad \text{для всех} \quad i, j \in \{1, \ldots, n\}.$$

А именно, в [1, (19)] $T_* = \kappa(\rho + \frac{1-\rho}{n})$, а по формуле (5) $T_* = \kappa\sqrt{\rho + \frac{1-\rho}{n}}$. Несовпадение результатов объясняется тем, что в [1] многократно использовалась оценка оборота (1), некорректная в силу предложения 1.

Об оценке оборота Какушадзе и Лью.

Оценка оборота Какушадзе и Лью, [1, (4)], напоминание.

Оценка оборота портфеля из двух АТС при $x_1 > 0, x_2 > 0$:

$$T_* = \frac{1+\rho}{2}(\tau_1 x_1 + \tau_2 x_2) + \frac{1-\rho}{2}|\tau_1 x_1 - \tau_2 x_2|. \tag{1}$$

Предложение 1, некорректность оценки [1, (4)].

Пусть α — это допустимый случайный вектор и $f : V(\alpha) \to \mathbb{R}$ — это абсолютно однородная функция, не равная нулю тождественно. Тогда найдутся случайные величины $\xi_1, \xi_2 \in V(\alpha)$, для которых

$$f(\xi_1 + \xi_2) \neq \frac{1+\rho(\xi_1,\xi_2)}{2}(f(\xi_1) + f(\xi_2)) + \frac{1-\rho(\xi_1,\xi_2)}{2}|f(\xi_1) - f(\xi_2)|.$$

Цель и порядок выполнения численных экспериментов.

Цель экспериментов.

Проверка точности приближения оборота портфеля оценками Какушадзе и Лью и нашими, в зависимости от степени «разброса» отношения $\frac{\tau}{stdPnL}$ у АТС.

Порядок выполнения.

- Построить 3 набора АТС (в каждом около 10), с диапазоном отношения $\frac{\tau}{stdPnL}$ до 7 раз, до 4 раз и до 24% в пределах набора соответственно.
- Предложить оценки оборота, «усредняя» отношения $\frac{\tau}{stdPnL}$ у АТС набора.
- Предложить числовые характеристики — «метрики» для проверки точности оценок оборота.
- Посчитать все «метрики» от всех оценок на АТС из всех наборов, усреднить по всем парам АТС набора.

Построение и примеры АТС.

Для АТС использовались дневные данные open, high, low, close, volume с Yachoo Finance по примерно 1400 самым ликвидным компаниям США (2010 — 2014 гг. для разработки, 2018 — 2024 гг. для тестирования).

Самой простой учебной АТС является $\frac{close}{delay(close,5)} - 1$.

Примеры АТС из экспериментов (без операций):

1. $\frac{sum(volume,4)\sqrt{high*low}}{sum(close*volume,4)} - 1$,
2. $\left(\frac{delay(close,14)}{close} - 1\right)\left(\frac{volume}{sum(volume,30)}\right)$,
3. $correlation\,(close, volume, 20)\left(1 - \frac{delay(close,10)}{close}\right)$,
4. $-rsi(close, 14)$.

Для построения АТС также применялись операции усечения (truncate), замедления (decay), удаление выбросов, удаление средних, нейтрализации и нормализации (последние две — обязательно).

Численные характеристики АТС. Часть 1.

Вектор позиций АТС в день d, где $d = 1, \ldots, p$:

$$a(d) = (a_1(d), \ldots, a_s(d))^\top.$$

Доходность i-го актива в день d, где $i = 1, \ldots, s$ и $d = 2, \ldots, p$:

$$return_i(d) = \frac{close_i(d)}{close_i(d-1)} - 1.$$

Доходность АТС в день d, где $d = 2, \ldots, p$:

$$PnL(d) = \sum_{i=1}^{s} return_i(d) a_i(d-1).$$

Накопленная доходность АТС к дню k, где $k = 2, \ldots, p$:

$$cumPnL(k) = \sum_{d=2}^{k} PnL(d).$$

Численные характеристики АТС. Часть 2.

Волатильность (выборочное стандартное отклонение вектора доходностей):

$$stdPnL(k) = \sqrt{\frac{1}{k-2}\sum_{d=2}^{k}\left(PnL(d) - \frac{1}{k-1}cumPnL(k)\right)^2}$$

Коэффициент Шарпа (обычно k — число торговых дней в году):

$$sharpe = \frac{\sqrt{k}}{k-1}\frac{cumPnL(k)}{stdPnL(k)}.$$

Оборот АТС в день d, где $d = 2, \ldots, p$:

$$\tau(d) = \sum_{i=1}^{s}|a_i(d) - a_i(d-1)|.$$

Новые оценки для оборота.

Напомним, что τ_i и std_i — это оборот и выборочное стандартное отклонение доходности у i-ой АТС, ρ — корреляция доходностей двух АТС. На практике отношения $\frac{\tau_i}{std_i}$ не могут все совпадать, поэтому в качестве κ можно выбрать какое-то «среднее» от них.

Обозначим через $\sigma = \sqrt{x_1^2 std_1^2 + 2\rho x_1 x_2 std_1 std_2 + x_2^2 std_2^2}$.

$$T_{*1} = \frac{1}{2}\left(\frac{\tau_1}{std_1} + \frac{\tau_2}{std_2}\right)\sigma, \qquad T_{*2} = \sqrt{\frac{\tau_1 \tau_2}{std_1 std_2}}\sigma,$$

$$T_{*3} = \sqrt{\frac{1}{2}\left(\frac{\tau_1^2}{std_1^2} + \frac{\tau_2^2}{std_2^2}\right)}\sigma.$$

«Метрики» для оценок оборота.

Пусть $T_*(d)$, $\tau(d)$ и $T_{max}(d)$ — оценка оборота портфеля, настоящий оборот портфеля (т.е. с сокращением торговых операций) и оборот портфеля без сокращения торговых операций в день d соответственно, а p — это количество торговых дней. Определим следующие «метрики»:

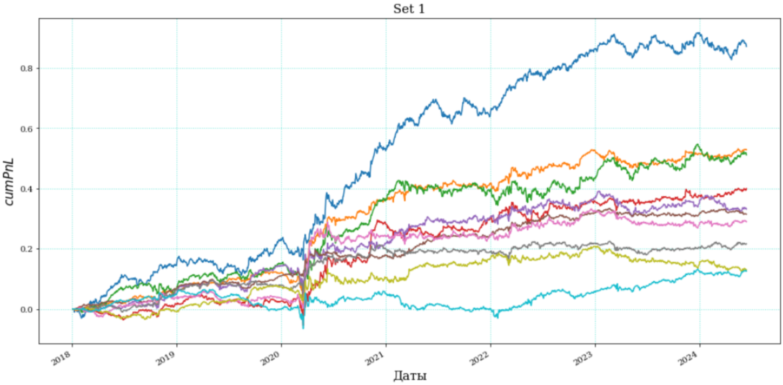
$$\rho_1(T_*) = \frac{1}{p-1}\sum_{d=2}^{p}(T_*(d) - \tau(d)),$$

$$\rho_2(T_*) = \frac{1}{p-1}\sum_{d=2}^{p}|T_*(d) - \tau(d)|,$$

$$\rho_3(T_*) = \frac{\rho_1(T_*)}{\rho_1(T_{max})}, \quad \rho_4(T_*) = \frac{\rho_2(T_*)}{\rho_1(T_{max})}.$$

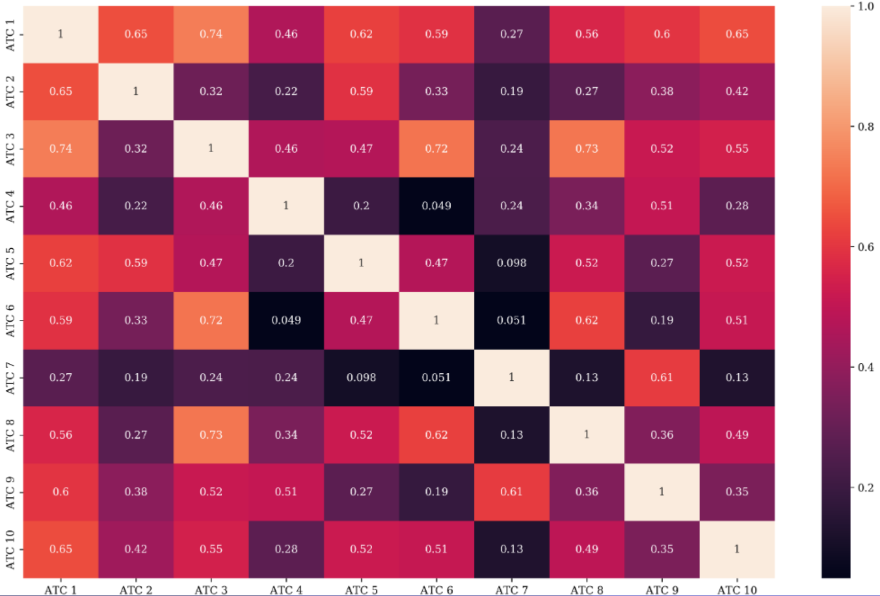
Заметим, что $\rho_1(T_{max}) > 0$. Значения ρ_1 и ρ_3 берутся по модулю перед усреднением по всем парам АТС. Метрики считаются за 2019–2024 гг., при этом корреляция считается в скользящем окне длиной 250 дней.

Эксперимент 1. Характеристики АТС

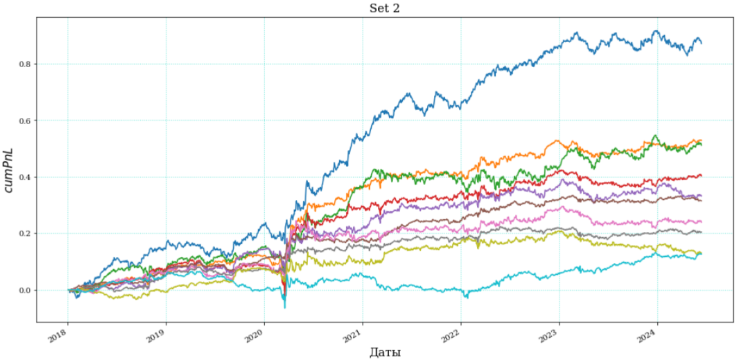


АТС	АТС 1	АТС 2	АТС 3	АТС 4	АТС 5	АТС 6	АТС 7	АТС 8	АТС 9	АТС 10
T	0.571	0.963	0.176	0.216	0.735	0.223	0.217	0.213	0.297	0.767
stdPnL	0.0044	0.0045	0.0047	0.0032	0.0027	0.0034	0.0057	0.0023	0.0054	0.004
cumPnL	0.528	0.4	0.332	0.126	0.217	0.13	0.871	0.315	0.511	0.29
Sharpe	1.179	0.861	0.692	0.385	0.795	0.369	1.482	1.344	0.932	0.704
T/stdPnL	130.29	212.3	37.48	67.57	276.31	64.96	37.69	92.87	55.42	190.77

Эксперимент 1. Матрица попарных корреляций.

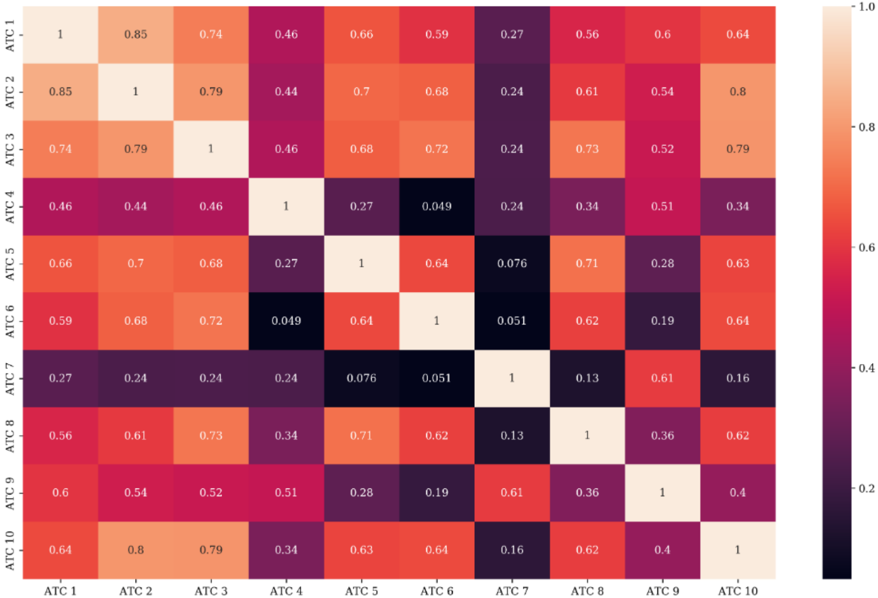


Эксперимент 2. Характеристики АТС

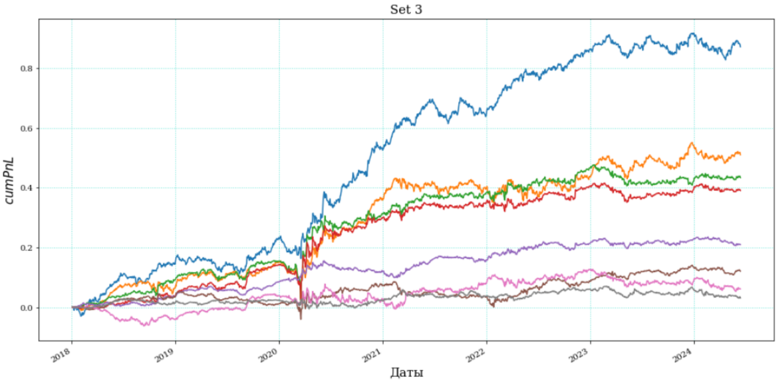


АТС	АТС 1	АТС 2	АТС 3	АТС 4	АТС 5	АТС 6	АТС 7	АТС 8	АТС 9	АТС 10
T	0.571	0.355	0.176	0.216	0.383	0.223	0.217	0.213	0.297	0.43
$stdPnL$	0.0044	0.0046	0.0047	0.0032	0.0024	0.0034	0.0057	0.0023	0.0054	0.0039
$cumPnL$	0.528	0.403	0.332	0.126	0.204	0.13	0.871	0.315	0.511	0.239
$Sharpe$	1.179	0.857	0.692	0.385	0.816	0.369	1.482	1.344	0.932	0.598
$T/stdPnL$	130.29	77.2	37.48	67.57	157.02	64.96	37.69	92.87	55.42	110.16

Эксперимент 2. Матрица попарных корреляций.

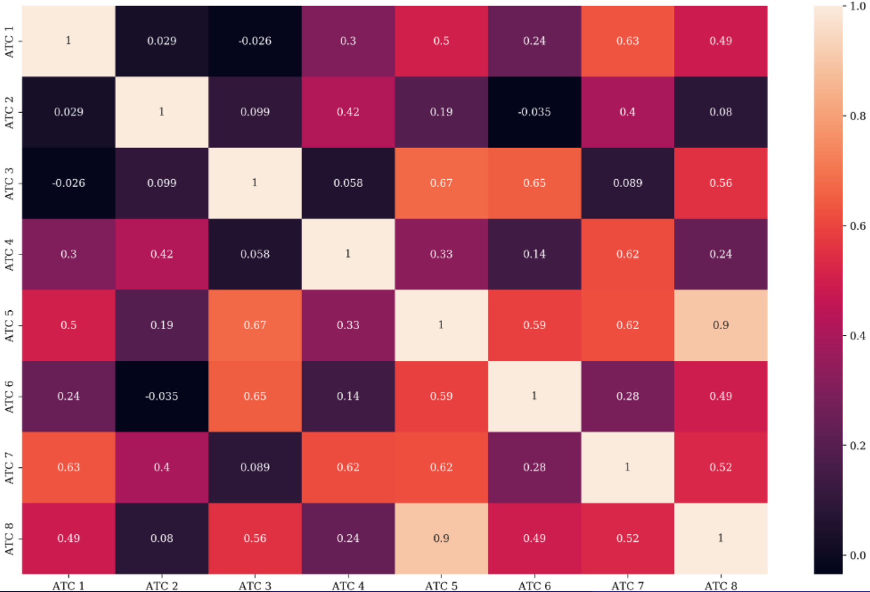


Эксперимент 3. Характеристики АТС.



АТС	АТС 1	АТС 2	АТС 3	АТС 4	АТС 5	АТС 6	АТС 7	АТС 8
T	0.119	0.09	0.152	0.217	0.163	0.098	0.231	0.209
$stdPnL$	0.003	0.002	0.0035	0.0057	0.0044	0.0022	0.0055	0.0048
$cumPnL$	0.12	0.031	0.061	0.871	0.39	0.21	0.51	0.433
$Sharpe$	0.395	0.153	0.169	1.482	0.857	0.92	0.911	0.89
$T/stdPnL$	39.77	45.35	42.93	37.69	36.6	43.94	42.2	43.83

Эксперимент 3. Матрица попарных корреляций.



Результаты.

В экспериментах 1–3 отношение $\frac{\tau}{stdPnL}$ отличается до 7 раз, до 4 раз и до 24% соответственно. Чем меньше значение метрики, тем лучше оценка. АТС с равными весами $x_1 = x_2 = \frac{1}{2}$.

Set 1	ρ_1	ρ_2	ρ_3	ρ_4
T_{KL}	0.023	0.028	0.511	0.580
T_{*1}	0.039	0.044	0.597	0.702
T_{*2}	0.058	0.062	1.053	1.110
T_{*3}	0.060	0.065	0.929	1.034
T_{max}	0.067	0.067	1.000	1.000

Set 2	ρ_1	ρ_2	ρ_3	ρ_4
T_{KL}	0.023	0.027	0.544	0.610
T_{*1}	0.030	0.034	0.556	0.660
T_{*2}	0.025	0.029	0.553	0.642
T_{*3}	0.042	0.046	0.795	0.902
T_{max}	0.053	0.053	1.000	1.000

Set 3	ρ_1	ρ_2	ρ_3	ρ_4
T_{KL}	0.013	0.016	0.517	0.616
T_{*1}	0.007	0.012	0.274	0.450
T_{*2}	0.008	0.012	0.304	0.460
T_{*3}	0.007	0.012	0.259	0.464
T_{max}	0.027	0.027	1.000	1.000

Абсолютная точность оценок оборота (ρ_1 и ρ_2) растет при увеличении номера эксперимента, а относительная точность (ρ_3 и ρ_4) не меняется у оценки Какушадзе и Лью и растет у наших оценок.

При этом наши оценки становятся точнее оценки Какушадзе и Лью.

Выводы.

Использовать оценки для оборота портфеля с учетом взаимного сокращения позиций стоит в том случае, если отношения $\frac{\tau_i}{std_i}$ для АТС «не сильно» различаются. И в этом случае наши оценки предпочтительней. Если отношения $\frac{\tau_i}{std_i}$ для АТС «сильно» различаются, то лучше использовать оценку Какушадзе и Лью.

Практическая ценность работы.

У портфельных управляющих появилось понимание того, что оценки для оборота портфеля можно улучшить и возможность это сделать. Для этого нужно добиться того, чтобы отношения $\frac{\tau_i}{std_i}$ для АТС были «ближе» друг к другу.

Более точные оценки оборота портфеля дадут более точную оптимизируемую функцию при построении портфеля с учетом транзакционных и др. издержек. Что, в свою очередь, приведет к «лучшему» портфелю.

Литература

1. Z. Kakushadze, J.K.-S. Liew, Is it possible to od on alpha? // The Journal of Alternative Investments, **18**:2 (2015), 39-49
2. Z. Kakushadze, Spectral model of turnover reduction // Econometrics, **3**:3 (2015), 577-589.
3. Z. Kakushadze, I. Tulchinsky. Performance v. Turnover: A Story by 4,000 Alphas. The Journal of Investment Strategies, 5(2): 75–89, (2016).
4. I. Tulchinsky et al. Finding Alphas: A Quantitative Approach to Building Trading Strategies. New York, NY: Wiley, 2020.
5. Z. Kakushadze, J.A. Serur. 151 Trading Strategies. Cham, Switzerland: Palgrave Macmillan, an imprint of Springer Nature, 1st Edition, XX, 480 pp., 2018.
6. E.P. Chan. Algorithmic trading. Wiley, 2013.

Спасибо за внимание!