

## ПОСТРОЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ДИНАМИКИ СИСТЕМ С ПРОГРАММНЫМИ СВЯЗЯМИ

Р. Г. Мухарлямов<sup>1</sup>

*Российский университет дружбы народов имени Патриса Лумумбы*

Степень соответствия математической модели процессов динамики механических систем и их аналогов [1], используемых в системах управления, определяется допустимой структурой и точностью численного решения соответствующей системы дифференциальных уравнений. Повышению точности решения уравнений динамики способствует известная информация о свойствах системы, представленная уравнениями связей, известными интегралами или заданными целями управления [2]. Выполнение уравнений связей обеспечивается дополнительными силами, которые могут быть представлены как управляющие воздействия. Связи определяются частными интегралами уравнений динамики и соответствуют множеству точек притяжения при отклонении начальных значений от уравнений связей. Необходимым условием ограничения отклонений, вызванных погрешностями численного решения дифференциально-алгебраических уравнений и задания начальных условий, является требование асимптотической устойчивости интегрального многообразия системы дифференциальных уравнений замкнутой системы, определяемого уравнениями связей и целями управления. Условия устойчивости тривиального решения уравнений возмущений связей устанавливаются методом функций Ляпунова. Для составления функции Ляпунова Н.Г. Четаевым было предложено использовать первые интегралы уравнений динамики [3]. Для ограничения отклонений от уравнений связей вводятся уравнения программных связей, уравнения возмущений связей и формулируются условия устойчивости программных связей. Уравнения динамики могут быть получены из принципов динамики с определением множества виртуальных перемещений системы. Подбор уравнений возмущений связей позволяет построить уравнения динамики

---

<sup>1</sup> e-mail: robgar@mail.ru

ки расширенной системы, учитывающей отклонения от уравнений связей, с циклическими координатами, соответствующими неголономным связям. Получено решение задачи Бертрана [4] об определении центральной силы, под действием которой материальная точка совершает устойчивое движение по траектории, соответствующей коническому сечению.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского научного фонда, № 25-21-00153 (URL: <https://rscf.ru/project/25-21-00153/>).

### Список литературы

1. Layton R.A. *Principles of Analytical System Dynamics*. Springer, 1998. 158 p.
2. R.G. Mukharlyamov. *On the Construction of Differential Equations of Systems with Program Constraints* // Lobachevskii Journal of Mathematics, 2024, Vol. 45, No 11, Pp. 5649–5657. URL: <https://doi.org/10.1134/S1995080224606738> .  
Сдано в печать: Июль 2024, Сентябрь 12, 2024.  
Принята: Сентябрь 15, 2024. Опубликовано 17 марта 2025.
3. Четаев Н.Г. Устойчивость движения. Работы по аналитической механике. – М. Изд. АН СССР 1962. – 535 с.
4. Bertrand M.G. *Theoreme relative au mouvement d'un point attire vers un centre fixe* // *Compte rendus*, 1873, v. 77. Т. LXXVII, No 16, 20 Octobre 1873, Pp. 849–853.