МОДЕЛЬНЫЕ НАЧАЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-РАЗНОСТНЫХ УРАВНЕНИЙ

Н. В. Зайцева[1]

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова

Рассмотрим в области $D = \{(x,t)\colon x \in (-\infty,+\infty),\ t \in (0,T)\}$, где $T > 0$ — заданное действительное число, два гиперболических уравнения:

$$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} - a^2 \frac{\partial^2 u(x-h,t)}{\partial x^2} = 0, \quad (x,t) \in D, \tag{1}$$

и

$$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} - a^2 \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} + b\,u(x-h,t) = 0, \quad (x,t) \in D. \tag{2}$$

Здесь a, b, h — заданные не равные нулю действительные числа.

Уравнение (1) содержит суперпозицию дифференциального оператора и оператора сдвига по пространственной переменной, изменяющейся на всей вещественной оси, а уравнение (2) — сумму указанных операторов.

Для каждого уравнения исследован вопрос классической разрешимости модельной задачи с неполными начальными данными на одной границе области, а именно, задачи с одним условием

$$u(x,0) = 0, \quad x \in (-\infty,+\infty).$$

Решения обеих задач построены в явном виде — в виде свёртки фундаментального решения уравнений (найденного с помощью классической операционной схемы) с произвольной интегрируемой на всей числовой оси функцией. При этом, для существования классического решения задачи для уравнения (2) должно выполняться условие положительности вещественной части символа дифференциально-разностного оператора в уравнении (в случае уравнения (1) дополнительного условия не требуется).

[1] e-mail: zaitseva@cs.msu.ru

С подробными результатами можно ознакомиться, например, в работе [1].

Список литературы

1. *Зайцева Н.В.* Модельная задача в полосе для гиперболического дифференциально-разностного уравнения // Дифференц. уравнения. – 2025. – т. 61, № 1. – сс. 5–12.