Предельные теоремы для сумм независимых случайных величин и оценки скорости сходимости

И. Г. Шевцова[1,2]

[1]*МГУ имени М. В. Ломоносова, Москва*
[2]*Московский центр фундаментальной и прикладной математики, Москва*

Упоминая общие предельные теоремы [1] для сумм независимых случайных величин о сходимости к безгранично делимым распределениям, мы остановимся подробнее на важном частном случае — центральной предельной теореме (ЦПТ), в которой манифестируется сходимость к нормальному распределению. Рассмотрим современные оценки скорости сходимости в ЦПТ в разнообразных метриках.

Далее заметим, что на практике зачастую наблюдается недостаточное согласие реальных данных с ожидаемым нормальным распределением, в частности, в отношении «хвостов» распределения (то есть скорости убывания массы на бесконечности). Этот парадокс можно объяснить тем, что, как правило, регистрируемые события, формирующие накапливаемую сумму, наступают в случайные моменты времени, а для сбора статистики фиксируется определенный временной интервал, так что объем выборки (число слагаемых) сам является наблюдением (случайной величиной). При этом если сами слагаемые удовлетворяют условиям ЦПТ, то при замене их числа на случайное класс предельных законов уже не исчерпывается одним нормальным распределениям. Предельными распределениями в этом случае будут так называемые смешанные нормальные законы, то есть нормальные распределения со случайными математическим ожиданием и дисперсией (определяемыми асимптотическим поведением индекса суммирования). В частности, могут возникать распределения с тяжелыми «хвостами», как раз и наблюдаемые на практике, например, Коши и Стьюдента, у которых конечны даже не все степенные моменты и для сходимости к которым в классической схеме суммирования (при детерминированном числе слагаемых) необходимо отсутствие соответствующих моментов у случайных слагаемых.

Мы рассмотрим конкретные примеры распределений для случайного числа слагаемых (пуассоновское, геометрическое, обобщенное отрицательное биномиальное), опишем соответствующие предельные распределения, а также представим оценки скорости сходимости.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гнеденко Б. В., Колмогоров А. Н. *Предельные распределения для сумм независимых случайных величин.* М.: Наука, 1949.
2. L. Mattner, *A convolution inequality, yielding a sharper Berry–Esseen theorem for summands Zolotarev-close to normal.* Theor. Probability and Math. Statist., 2024

Шевцова Ирина Геннадьевна, МГУ имени М. В. Ломоносова, Москва, **e-mail:** ishevtsova at cs.msu.ru