

# Оценки энтропийных чисел оператора вложения Соболева на гёльдеровой области

О. В. Бесов

Пусть  $G$ -область с условием конуса в  $n$ -мерном евклидовом пространстве  $\mathbb{R}^n$  (например,  $G = (0, 1)^n$ ),  $1 < p < q < \infty$ ,  $L_p(G)$ -лебегово пространство функций.

В 30-х годах прошлого века С.Л.Соболевым доказана теорема о вложении пространств:

$$W_p^s(G) \subset L_q(G), \quad 1 < p < q < \infty, \quad s - n(1/p - 1/q) \geq 0,$$

где  $L_p$ ,  $L_q$ -лебеговы пространства функций,

$$\|f\|_{W_p^s(G)} = \|f\|_{L_p(G)} + \sum_{|\alpha|=s} \|D^\alpha f\|_{L_p(G)},$$

$D^\alpha$  оператор дифференцирования.

При  $s - n(1/p - 1/q) > 0$  оператор этого вложения компактен.

Гёльдеровой областью называется область, граница которой локально является графиком функции, удовлетворяющей условию Гёльдера. Теорема вложения С.Л.Соболева была обобщена на случай гёльдеровой области при соответствующем соотношении параметров  $s, p, q$ .

А.Н.Колмогоров в 30-е годы ввёл понятие метрической энтропии компакта  $K$  метрического пространства. Если  $N_\varepsilon(K)$  для данного  $\varepsilon > 0$  обозначает минимальное число шаров радиуса  $\varepsilon$ , покрывающих  $K$ , то  $\log_2 N_\varepsilon(K)$  называется  $\varepsilon$ -энтропией компакта  $K$ .

**Определение 1.** Пусть  $A, B$ —банаховы пространства и линейный непрерывный оператор  $T \in L(A, B)$ . Пусть  $U_A = \{a \in A : \|a\|_A \leq 1\}$ . Тогда для  $k \in \mathbb{N}$   $k$ -м энтропийным числом  $e_k(T)$  оператора  $T$  называется

$$e_k(T) = \inf\{\varepsilon > 0 : T(U_A) \subset \bigcup_{j=1}^{2^{k-1}} (b_j + \varepsilon U_B) \text{ при некоторых } b_1, \dots, b_{2^{k-1}} \in B\}.$$

Оценки энтропийных чисел оператора вложения Соболева на кубе  $(0, 1)^n$  были получены в работе М.Ш.Бирмана и М.З.Соломяка 1967г. В докладе будет изложено доказательство обобщения этого результата на случай гёльдеровой области.