Безусловные фреймы Шаудера, состоящие из экспонент и унимодулярных функций в пространствах L^p, $p \neq 2$.

Антон Целищев

Пусть $\Omega \subset \mathbb{R}^d$ — множество конечной меры. Хорошо известно, что в пространствах $L^p(\Omega)$ при $p \neq 2$ не существует безусловных базисов, состоящих из комплексных экспонент, то есть функций вида $\{e^{2\pi i\lambda\cdot t}\}$. Этот факт является следствием результата В. Ф. Гапошкина, доказанного ещё в 1958 году и заключающегося в том, что, более того, в пространствах L^p, $p \neq 2$, вообще не существует нормированных безусловных базисов, состоящих из равномерно ограниченных функций.

Мы покажем, что, если отказаться от свойства *минимальности* в понятии безусловного базиса, то ситуация меняется: при всех $1 < p < \infty$ существует система $\{(g_n, g_n^*)\}_{n=1}^{\infty} \subset L^p(\Omega) \times L^{p'}(\Omega)$, в которой все функции $\{g_n\}$ унимодулярны, и любая функция $f \in L^p(\Omega)$ представляется в виде безусловно сходящегося ряда

$$f = \sum_{n=1}^{\infty} \langle f, g_n^* \rangle g_n.$$

С другой стороны, оказывается, что при $p \neq 2$ в качестве функций g_n всё же нельзя взять комплексные экспоненты и при такой постановке задачи — мы также обсудим и этот результат. Кроме того, сформулируем некоторые вопросы, остающиеся открытыми.

Доклад основан на недавней совместной работе с Ниром Левом.