

# Принцип неопределенности для разных систем координат.

Павлов А. В.★ , avpavlovmg@my-post.ru

*РТУ-Московский институт радиотехники, электроники и автоматики*

Уравнение аналитической функции  $z = f(p)$  рассматривается в новой системе координат с центром в точке  $(A, 0)$  для новой комплексной переменной  $r$ , если  $p = x + iy, A + r = p$ , константа  $A \neq 0$  действительна,  $G$  - открытая область комплексной плоскости. Второй способ восприятия уравнения  $z = f(p + A)$  вытекает из равенства  $z = f(r + A)$  при всех  $p = r$ . При том же  $z$  используем замену  $r + A = p$  для исходных переменных  $p, r$ , в которой  $r = p$ . Следовательно, это же уравнение совпадает с исходным уравнением  $z = f(p)$  с точки зрения одинаковых обратных к  $f(p + a)$  и  $f(r + A)$  функций  $f^{-1}(z) = p = r \in G$  [1, 2]. То же самое получаем в выражении  $z = h(s) = h(s - A + A)$  после замены  $h(s - A + A) = f(p + A)$  с помощью равенства  $h_0(s - A) = f_0(p)$ , выполненного при всех  $p = s$  для одного многообразия  $M_0$ , заданного уравнениями  $z = f_0(p)$  и  $z = h_0(s)$  в соседних системах координат, (при совпадении концов радиус векторов  $\bar{p}, \bar{s} - A$ ); здесь  $z = f_0(p) = f(p + A)$  - уравнение сдвинутого влево на  $A > 0$  многообразия  $M$ . Аналогичный факт основан на следующем рассуждении: рассмотрим отображение точек плоскости  $(x, y) \rightarrow z$ , совпадающее всегда с неподвижным  $M$  во второй и третьей системе координат, где, по определению, во второй системе координат комплексная ось  $ix$  направлена вдоль исходной оси  $OX$ , а действительная ось  $y$  направлена вдоль исходной оси  $OY$ ,  $p = x + iy \in G$ ; в третьей системе координат координаты  $x$  и  $y$  поменялись местами, (ось  $iy$  стала осью  $ix$ , ось  $x$  стала осью  $y$ , комплексное  $i$  осталось на месте). Два сопоставления неподвижных точек  $z$  многообразия  $M$  переменной  $x + iy$  и переменной  $ix + y$  при тех же действительных  $(x, y)$  в одной второй системе координат имеют разные аналитические выражения [2], и не могут одновременно совпадать с исходной аналитической функцией  $z = f(x + iy) = u(x, y) + v(x, y)i$ , (с точки зрения действительных функций  $u, v$  второе сопоставление совпадает с исходным  $z = u + iv$ ). Значение новой функции-поля в точках  $ix + y$  совпадает со значением исходной функции  $f$  в точке  $x + iy$  во второй системе координат, так как вторая система координат является результатом поворота третьей системы (с уравнением исходного многообразия  $z = f(y + ix)$ ) на угол  $\pi/2$  против часовой стрелки и изменения направления новой оси  $iOX$ , (направленной вдоль исходной оси  $OX$  в отрицательную сторону), на противоположное; в результате этих действий уравнение неподвижного исходного многообразия (графика) во второй системе координат совпадает с исходным уравнением  $z = f(p) = u + iv$ . Уравнение  $z = f(4A - p)$  отраженного относительно точки  $p = 2A$  многообразия  $M$  совпадает также с уравнением  $z = h(2A - r) = f(2A - p)$  (как значение в точке).

## Список литературы

- [1] A.V. Pavlov A. V., Different coordinate systems and periodicity. Volgograd State Univer. *Math. Phys. and Computer Simulation*, **26**, 3, 114–118 (2023)
- [2] Павлов А. В., Принцип неопределенности для разных систем координат. *Мат. физ. и комп. модел.*, **27**, 4, 17–22 (2024).