

Вопрос Хирасавы - Учицы и метод падающей картины

Алексей Миллер

ПОМИ РАН

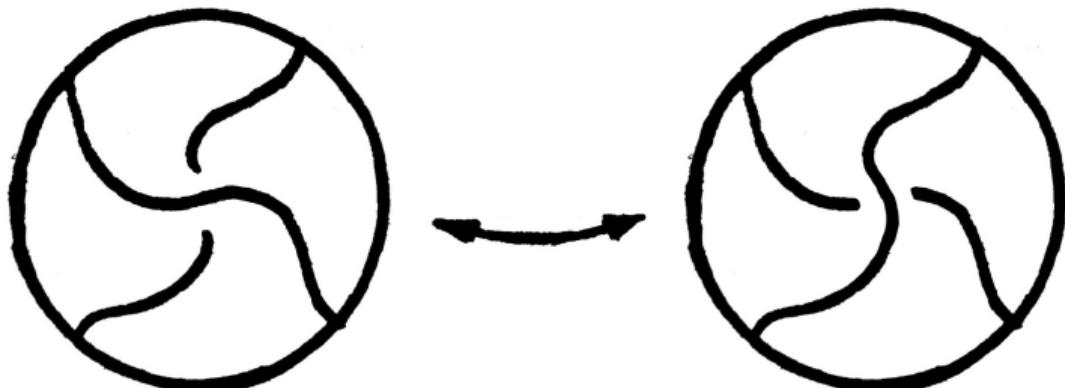
К пятидесятилетию Андрея Валерьевича Малютина

6 ноября 2025

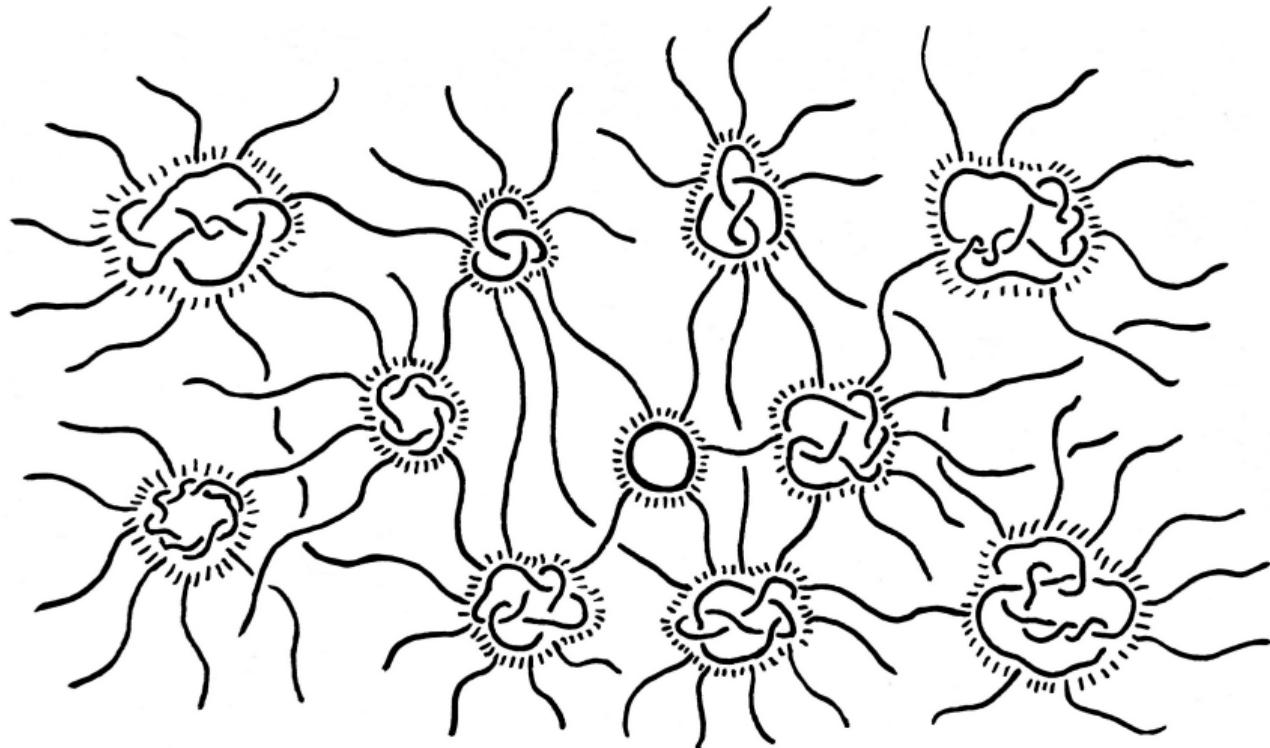
Узлы



Переключение перекрёстков



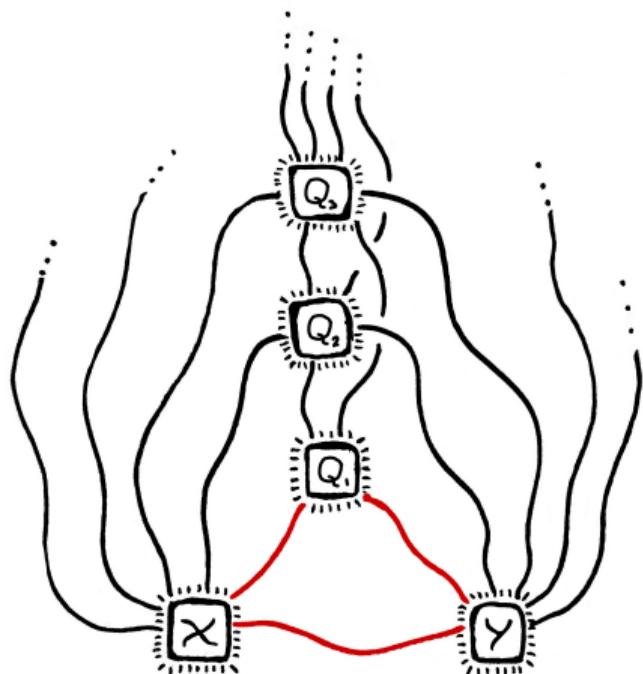
Гордиев граф



Гордиев граф

Мы будем искать геометрические паттерны.

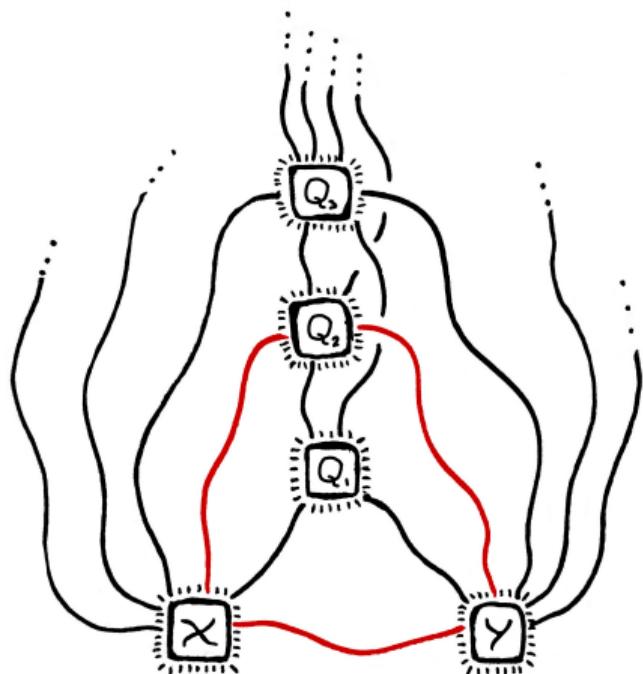
Паттерн Хирасавы - Учида



Теорема (Хирасава, Учиды, 2002):

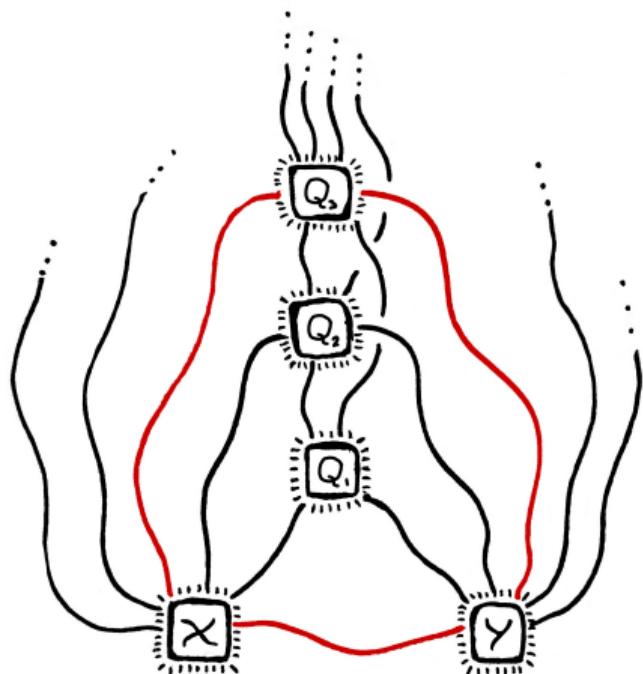
Для любого ребра в гордиевом графе существует бесконечный полный подграф, содержащий это ребро.

Паттерн Хирасавы - Учида



Теорема (Хирасава, Учиды, 2002):
Для любого ребра в гордиевом
графе существует бесконечный
полный подграф, содержащий это
ребро.

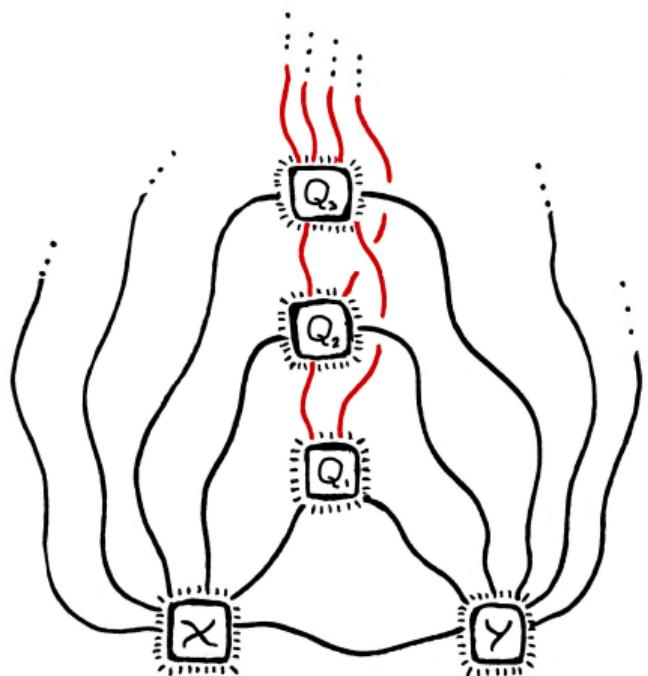
Паттерн Хирасавы - Учида



Теорема (Хирасава, Учиды, 2002):

Для любого ребра в гордиевом графе существует бесконечный полный подграф, содержащий это ребро.

Паттерн Хирасавы - Учида



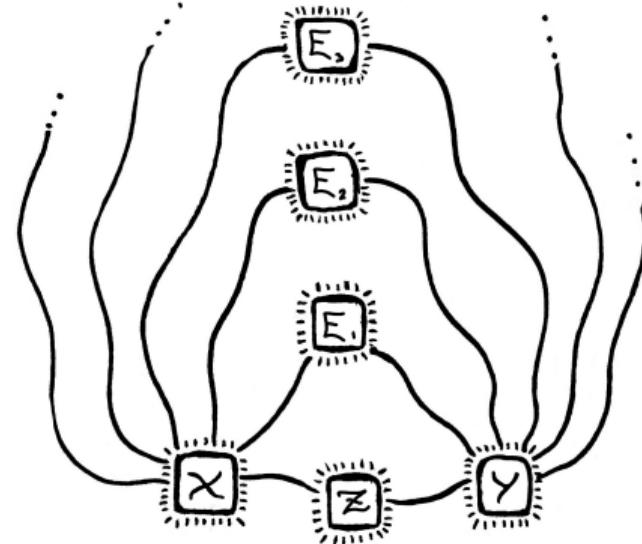
Теорема (Хирасава, Учиды, 2002):

Для любого ребра в гордиевом графе существует бесконечный полный подграф, содержащий это ребро.

Паттерн Баадера

Теорема (Baader, 2006):

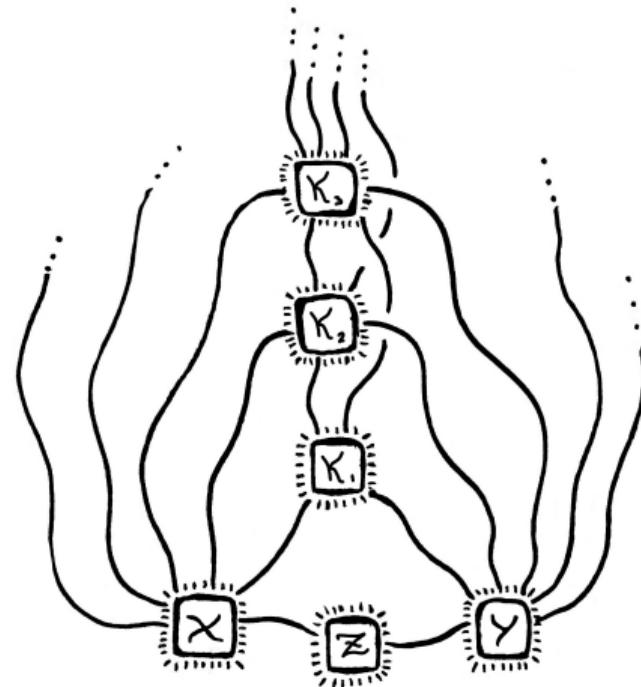
Для любой пары вершин на расстоянии ровно два в гордиевом графе существует бесконечное число вершин на расстоянии ровно один от обеих исходных вершин.



Наш первый паттерн

Теорема:

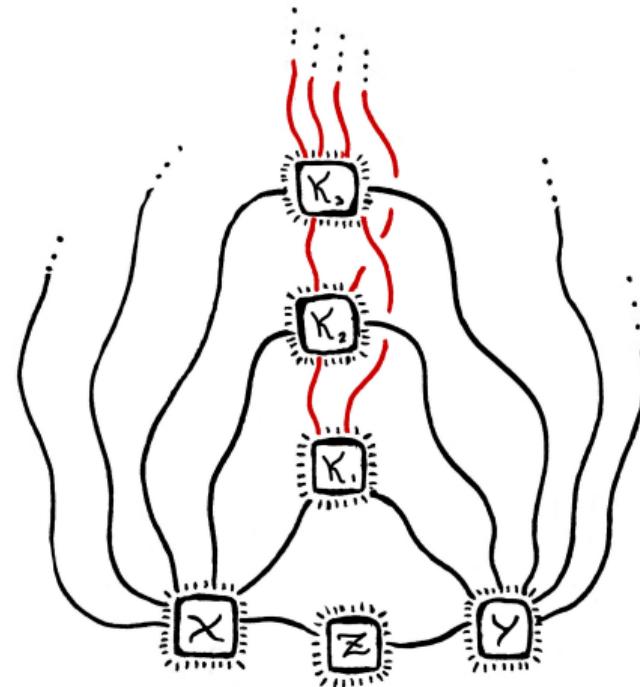
Для любой пары вершин на расстоянии ровно два в гордиевом графе существует бесконечный полный подграф, каждая вершина которого находится на расстоянии ровно один от обеих исходных вершин.



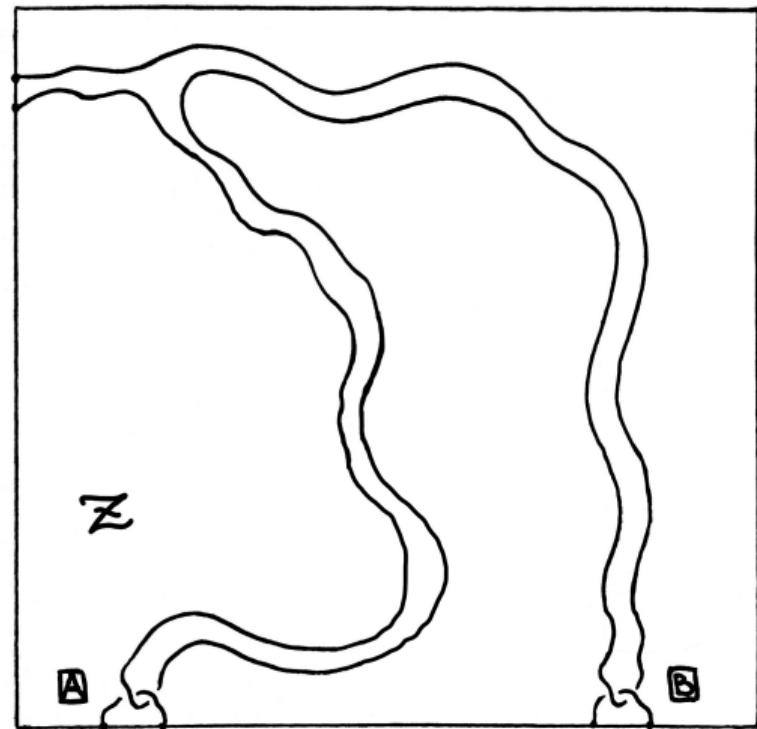
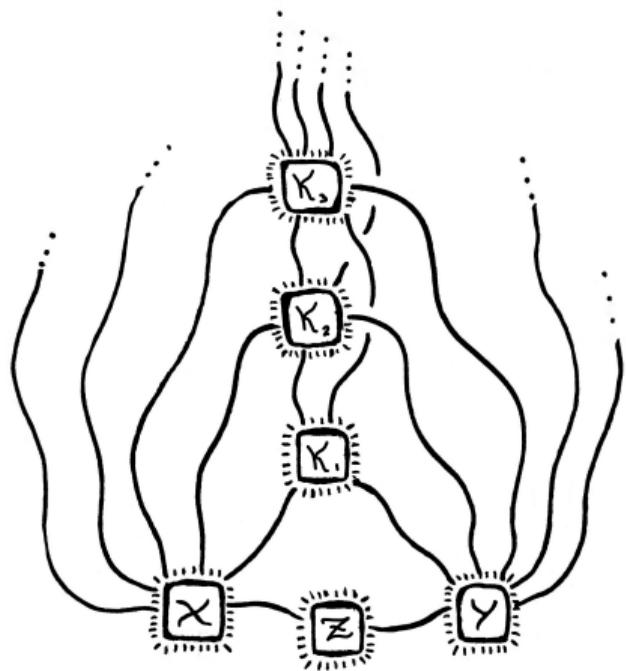
Наш первый паттерн

Теорема:

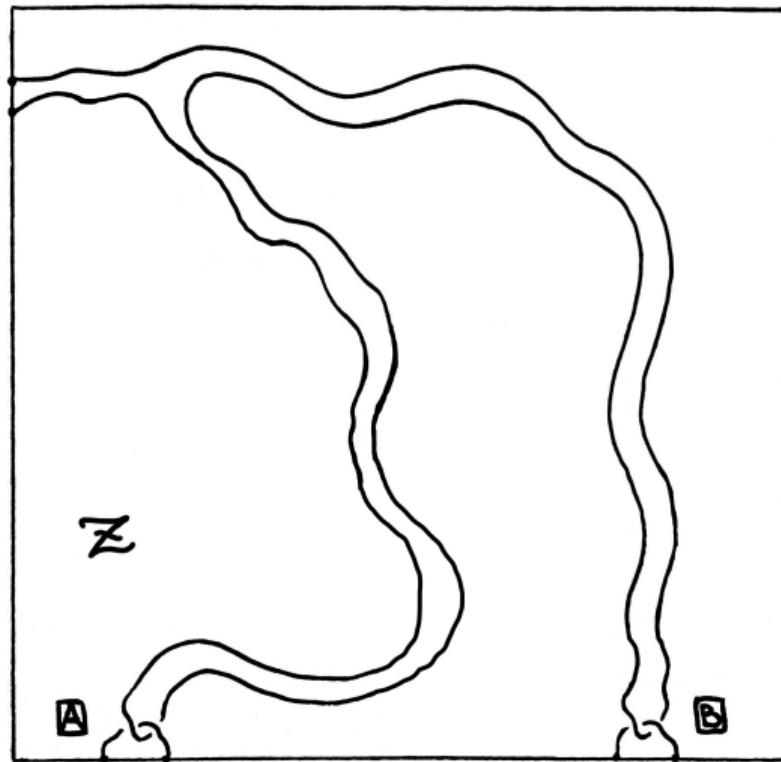
Для любой пары вершин на расстоянии ровно два в гордиевом графе существует бесконечный полный подграф, каждая вершина которого находится на расстоянии ровно один от обеих исходных вершин.



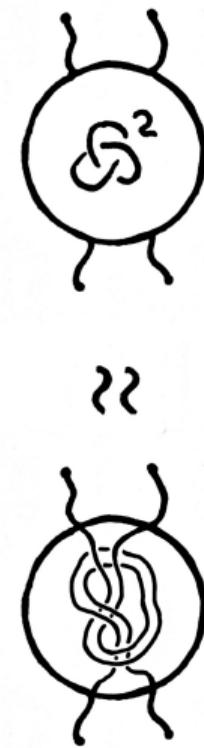
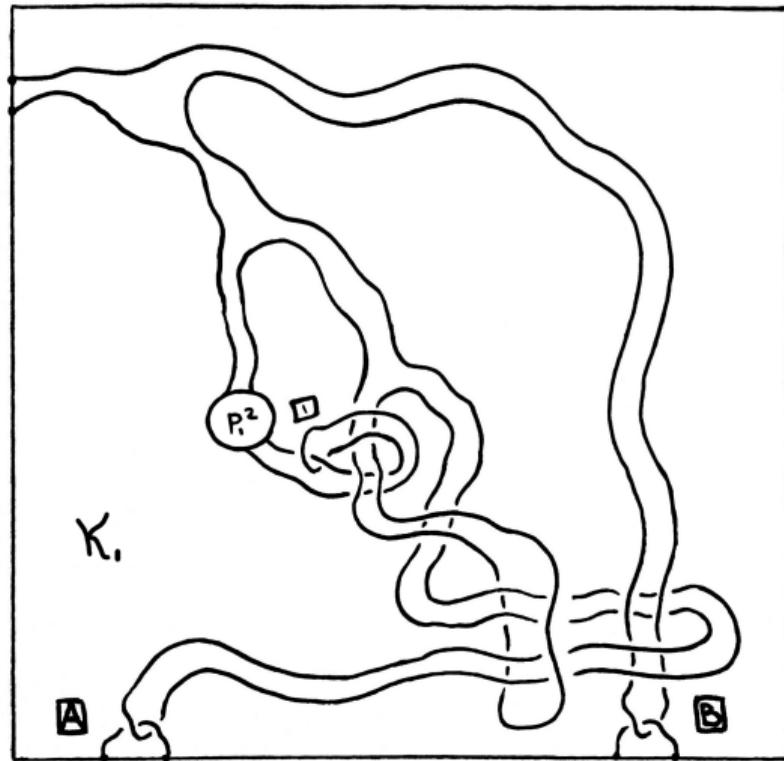
Наш первый паттерн



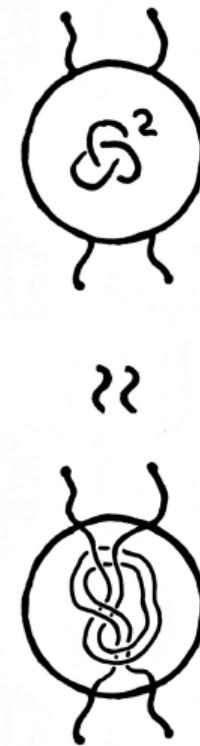
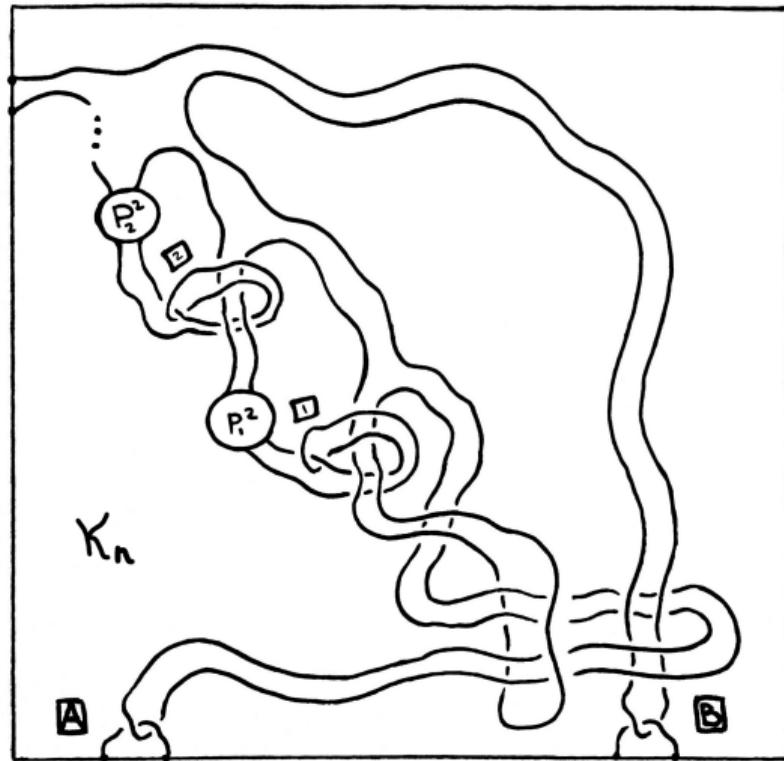
Наш первый паттерн



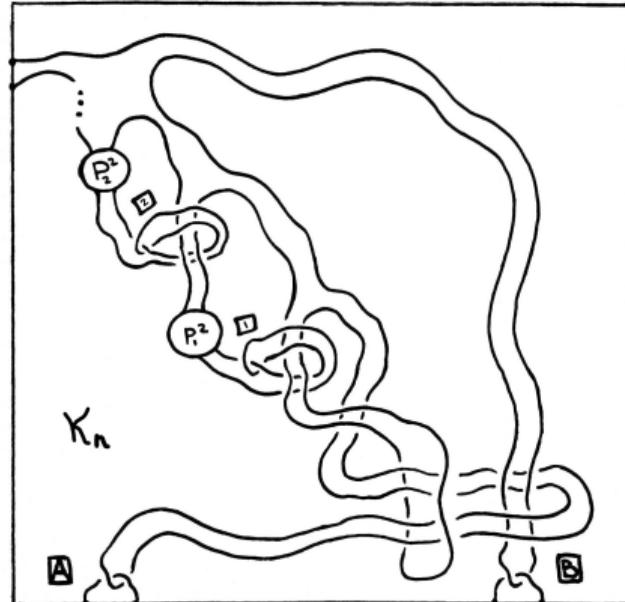
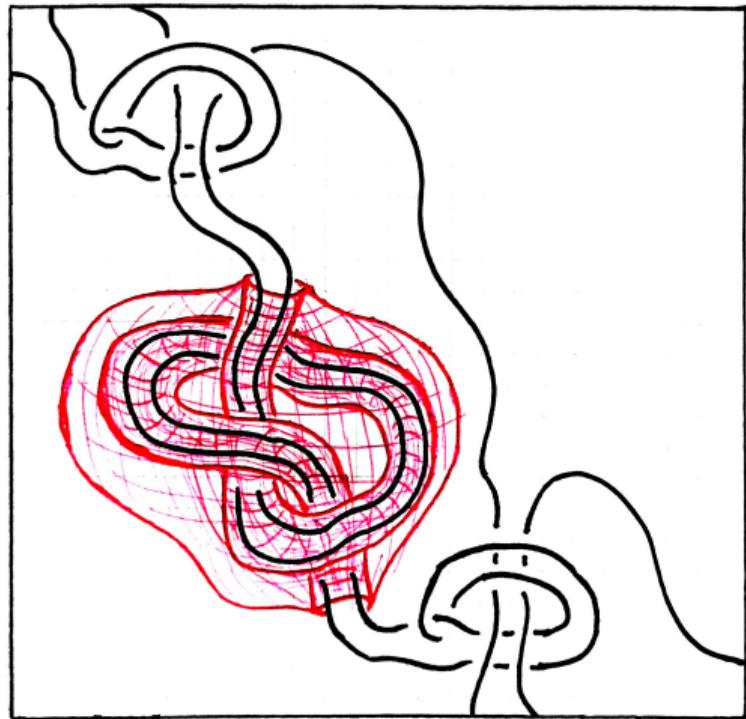
Наш первый паттерн



Наш первый паттерн



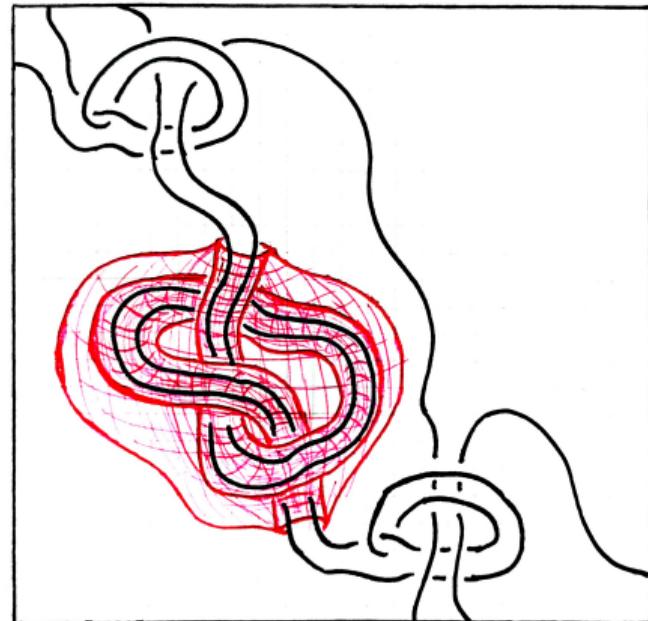
Несжимаемые не параллельные краю торы и компаньоны



Несжимаемые торы и зацепленная окружность

Лемма:

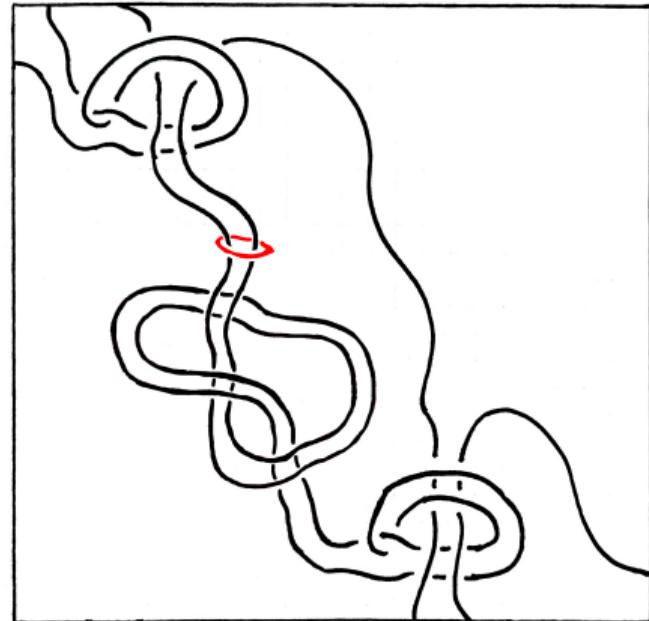
Этот тор несжимаем в дополнении узла тогда и только тогда, когда его меридиан зацеплен за этот узел.



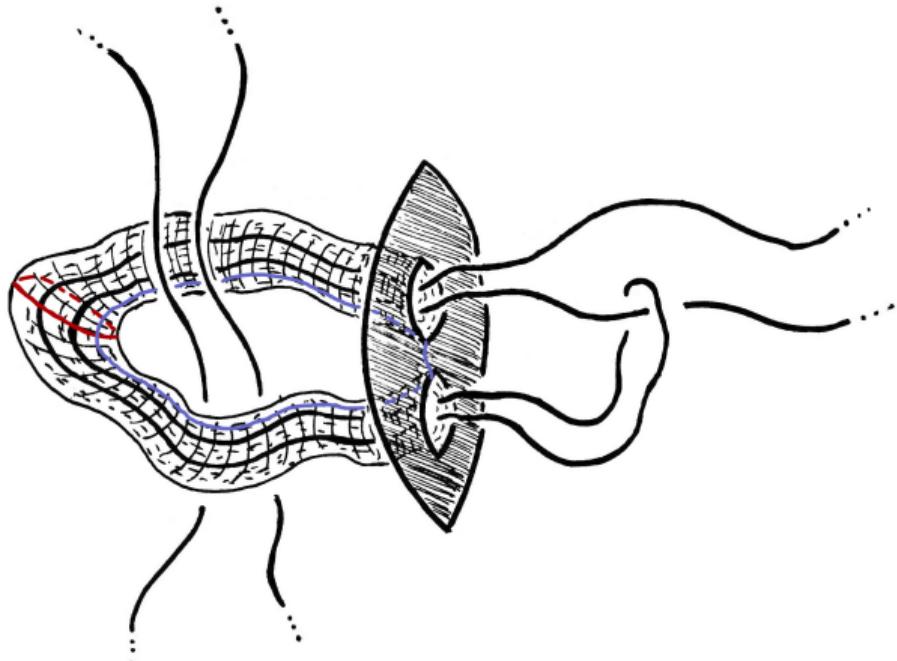
Несжимаемые торы и зацепленная окружность

Лемма:

Этот тор несжимаем в дополнении узла тогда и только тогда, когда его меридиан зацеплен за этот узел.



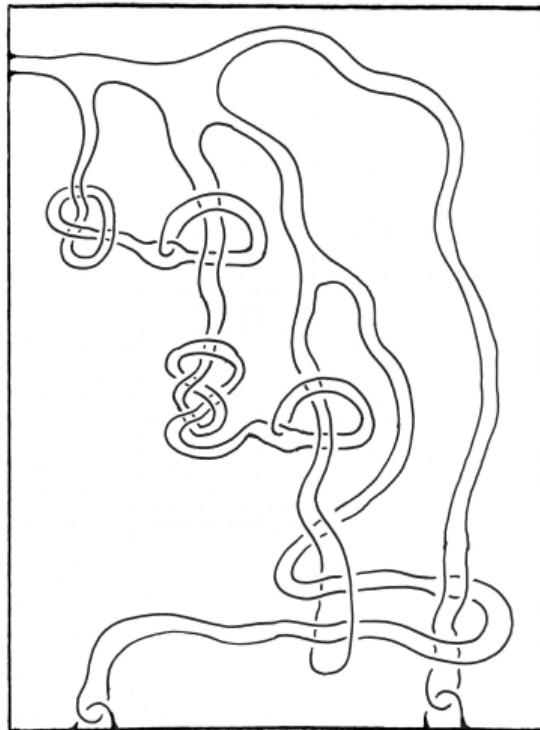
Томская лемма



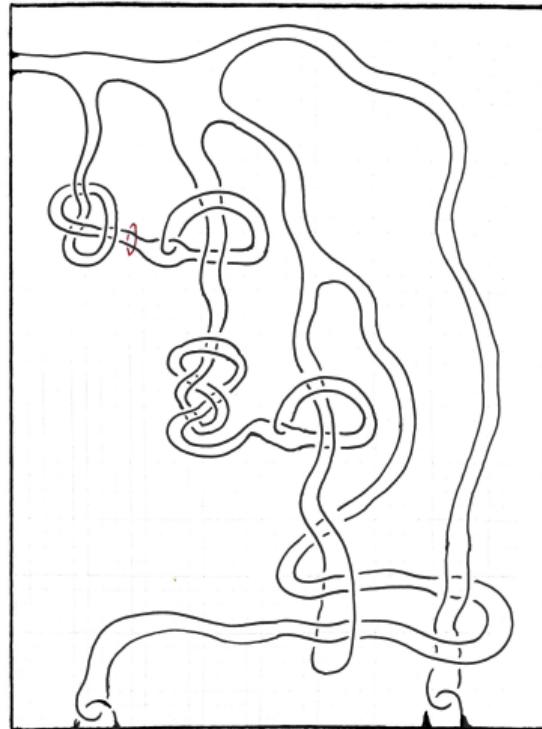
Лемма (Tomsk, 2023):

Пусть K - узел в S^3 и H - незаузленный тор с дырой в $S^3 \setminus K$. Тогда если и меридиан, и параллель тора с дырой H зацеплены за K , то и край ∂H зацеплен за K .

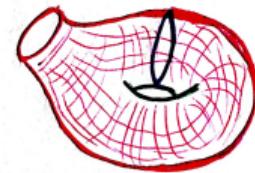
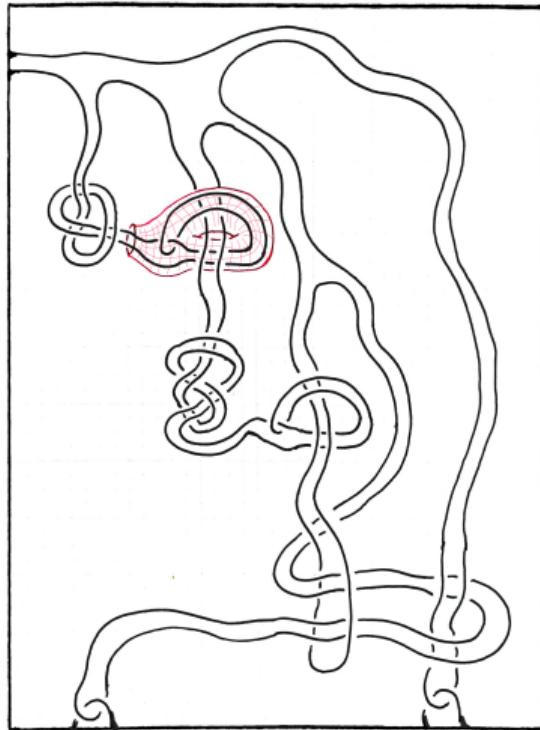
Гропы



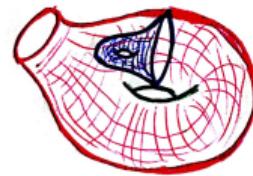
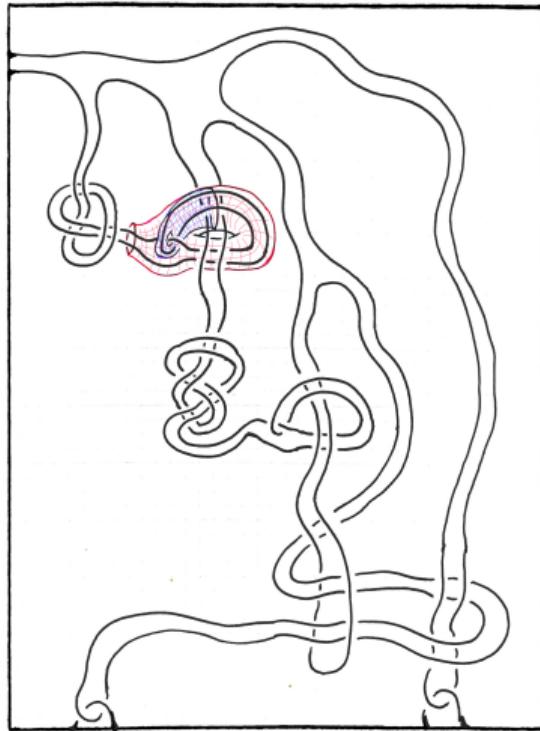
Гропы



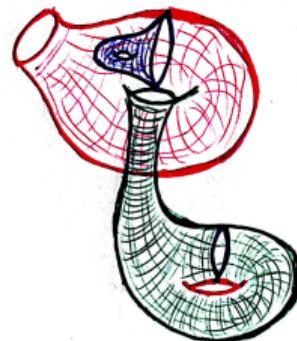
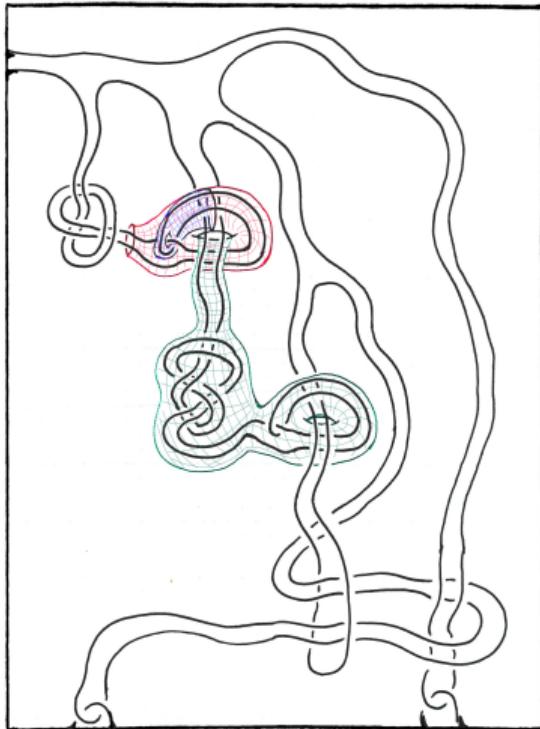
Гропы



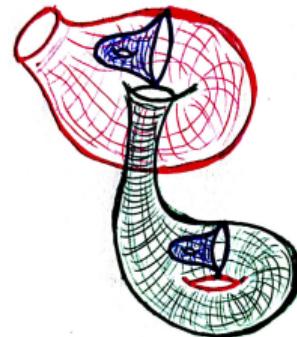
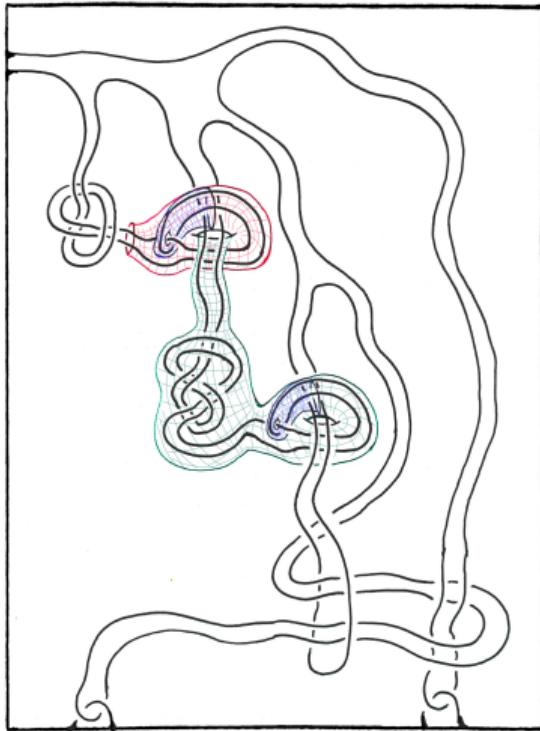
Гропы



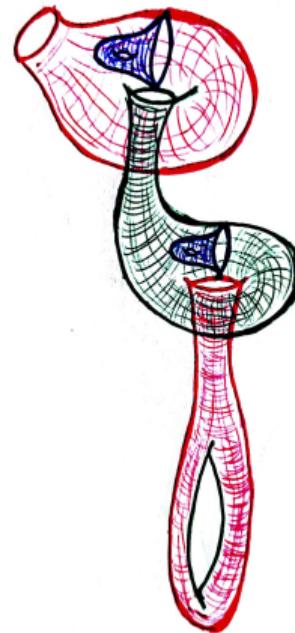
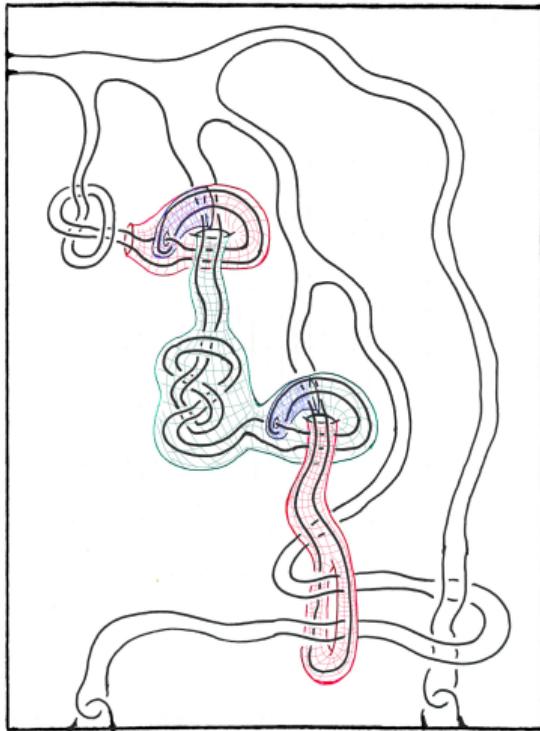
Гропы



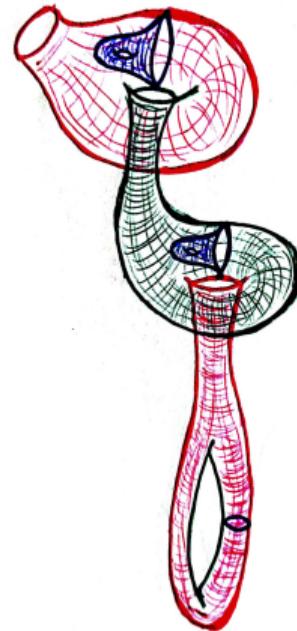
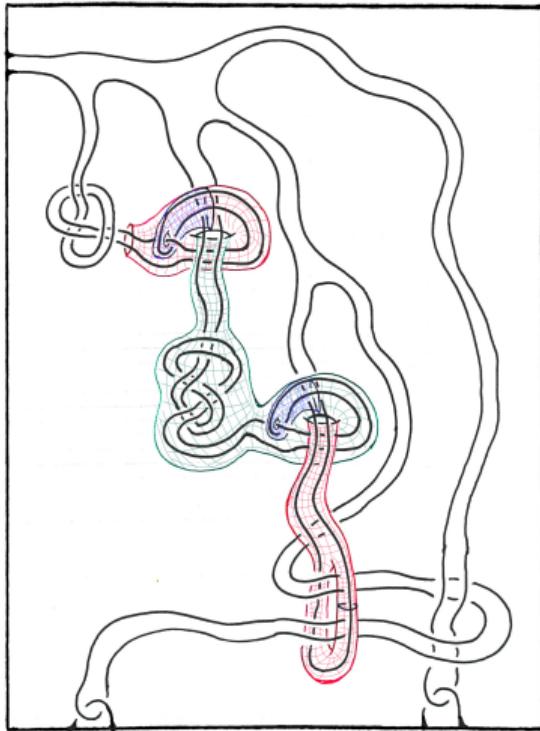
Гропы



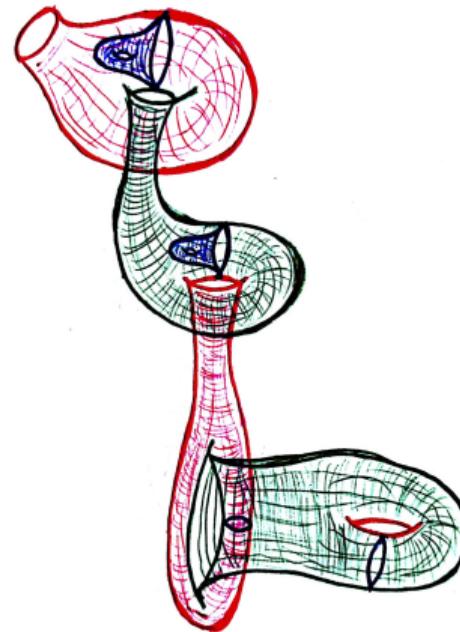
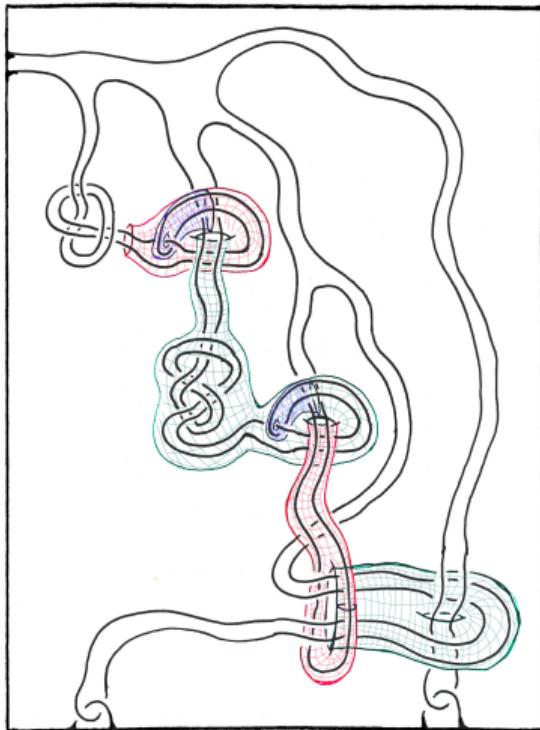
Гропы



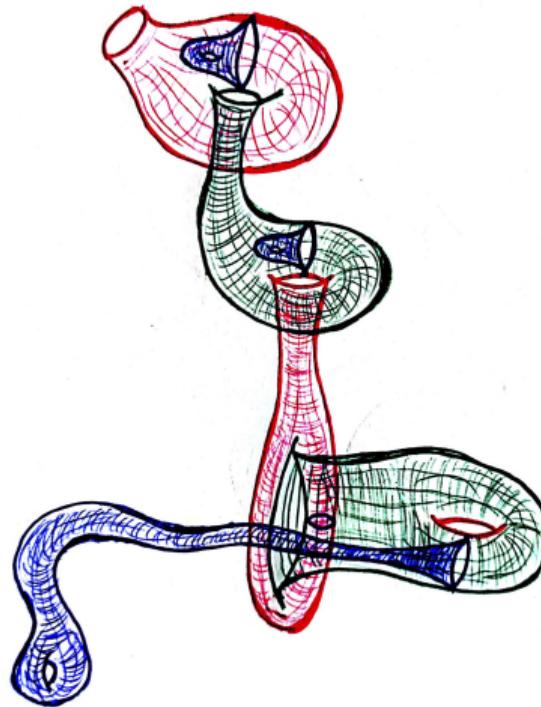
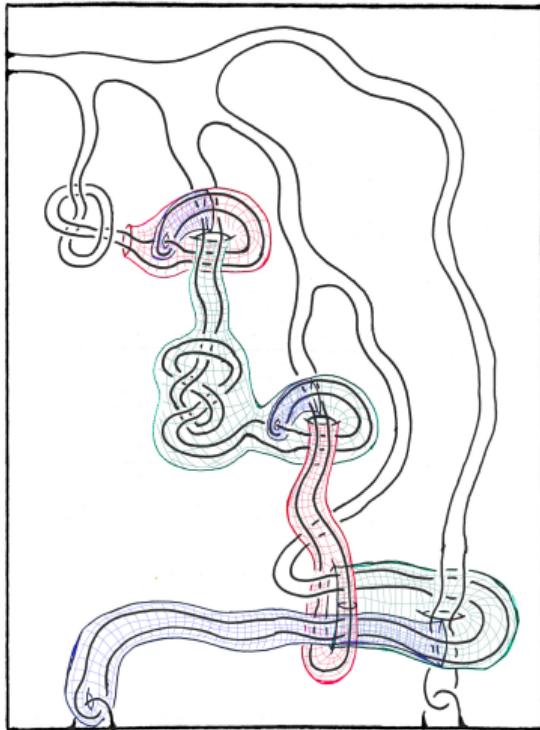
Гропы



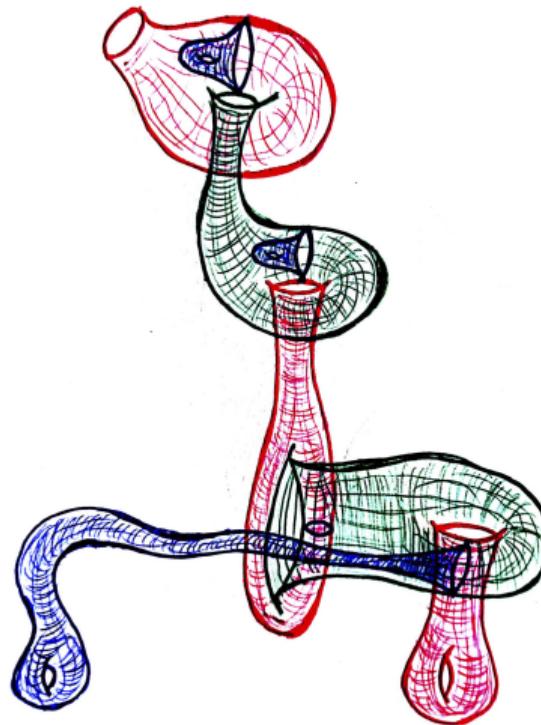
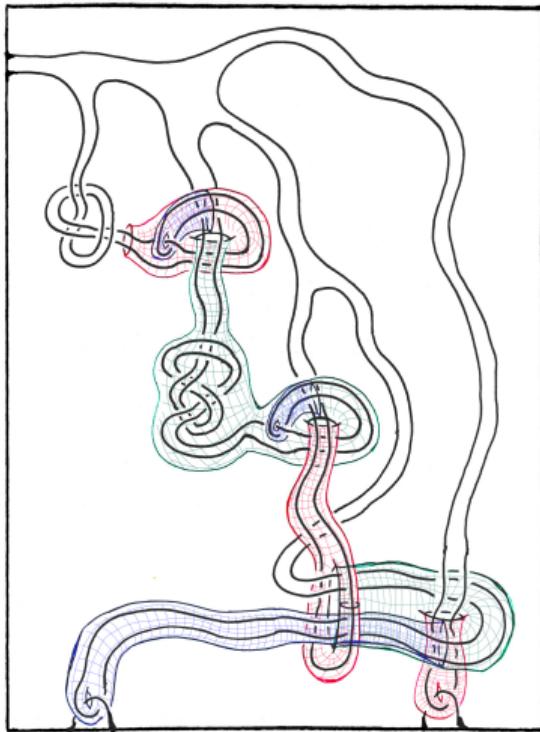
Гропы



Гропы



Гропы



Вопрос Хирасавы - Учида

Вопрос (Hirasawa, Uchida 2002):

Правда ли, что для любого полного подграфа в гордиевом графе можно найти бесконечный полный подграф, содержащий его?

Вопрос Хирасавы - Учида

Вопрос (Hirasawa, Uchida 2002):

Правда ли, что для любого полного подграфа в гордиевом графе можно найти бесконечный полный подграф, содержащий его?

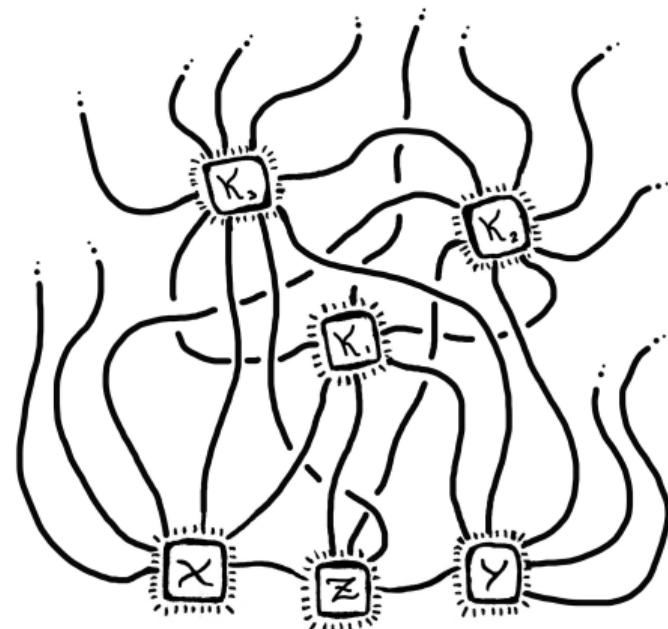
Ответ:

Да.

Наш ответный паттерн

Теорема:

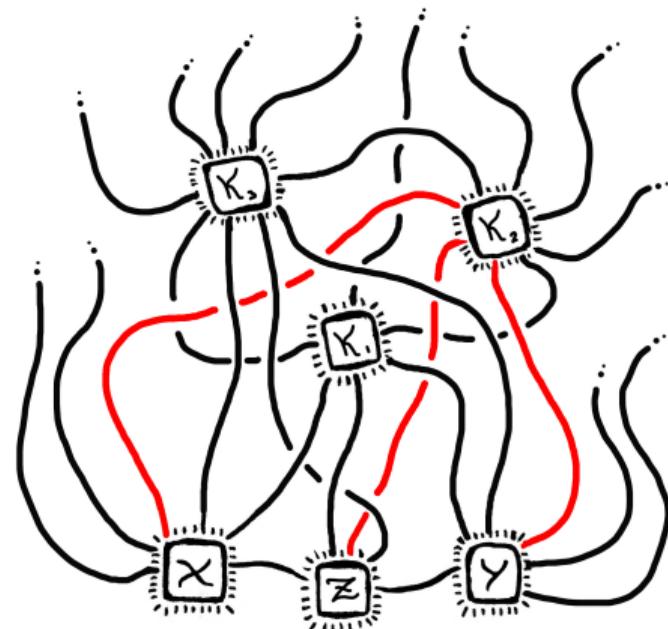
Для любого подграфа-звезды в гордиевом графе можно найти бесконечный полный подграф, содержащий его.



Наш ответный паттерн

Теорема:

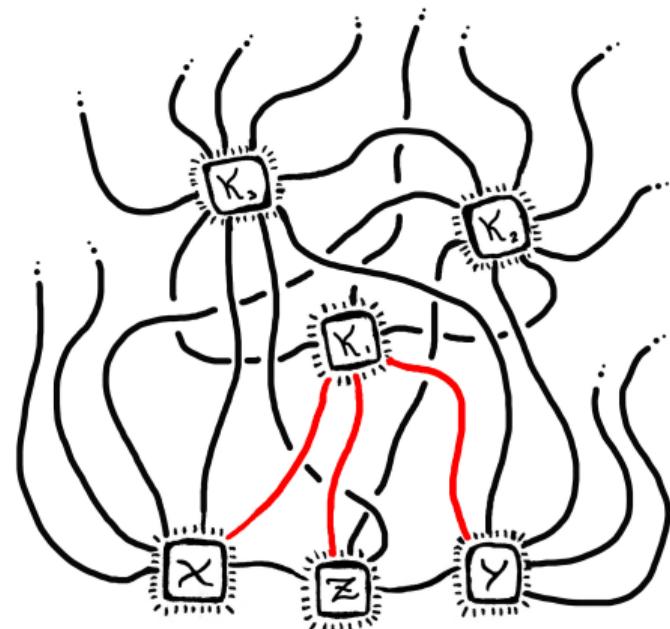
Для любого подграфа-звезды в гордиевом графе можно найти бесконечный полный подграф, содержащий его.



Наш ответный паттерн

Теорема:

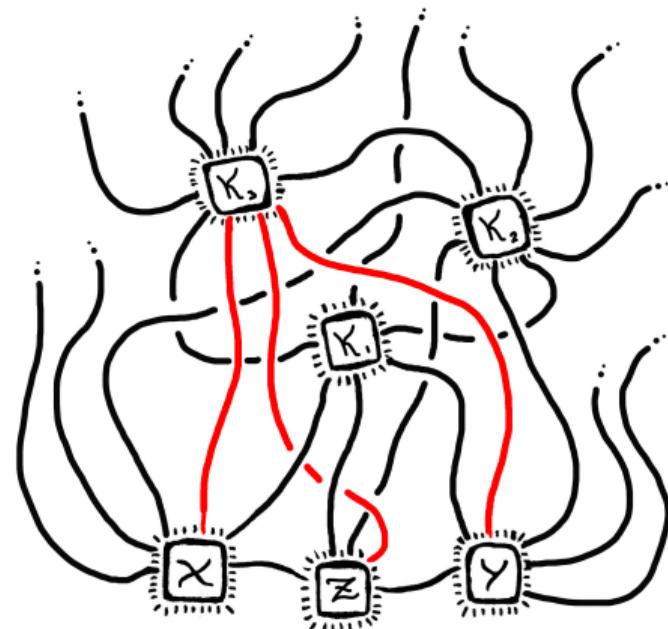
Для любого подграфа-звезды в гордиевом графе можно найти бесконечный полный подграф, содержащий его.



Наш ответный паттерн

Теорема:

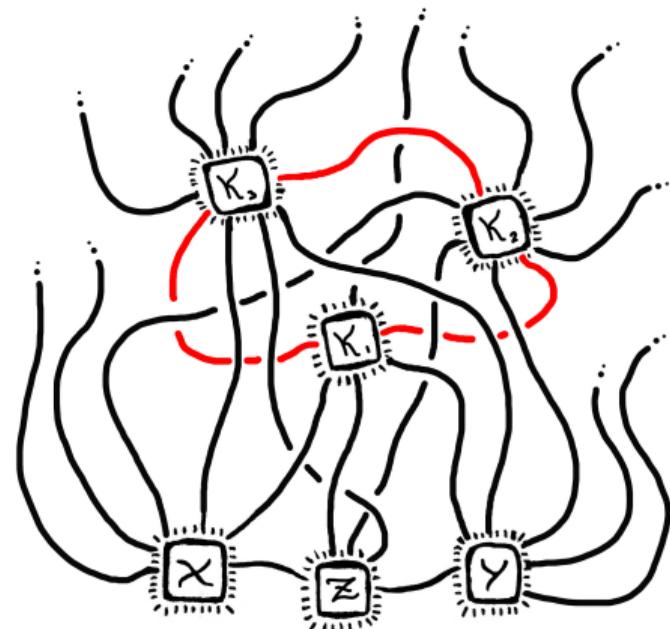
Для любого подграфа-звезды в гордиевом графе можно найти бесконечный полный подграф, содержащий его.



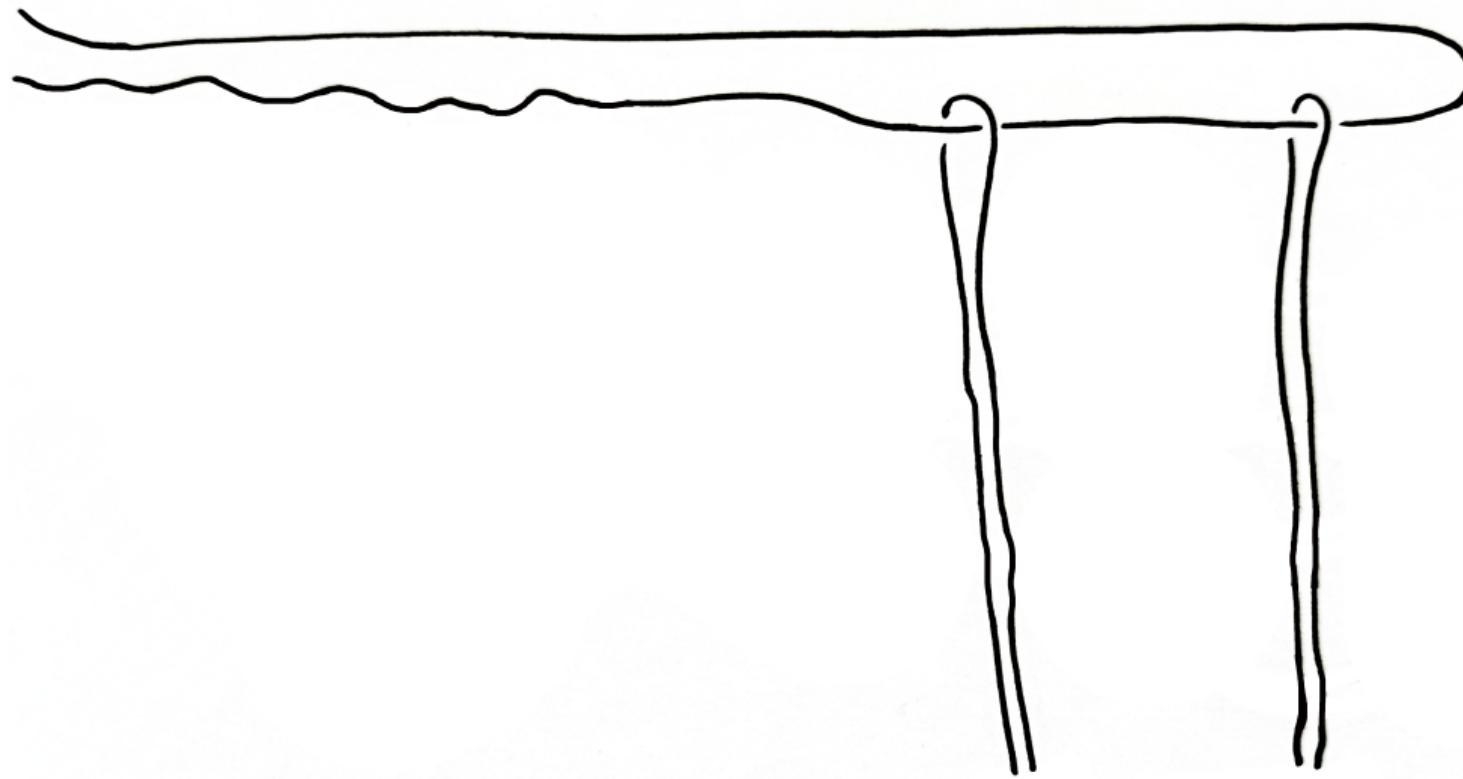
Наш ответный паттерн

Теорема:

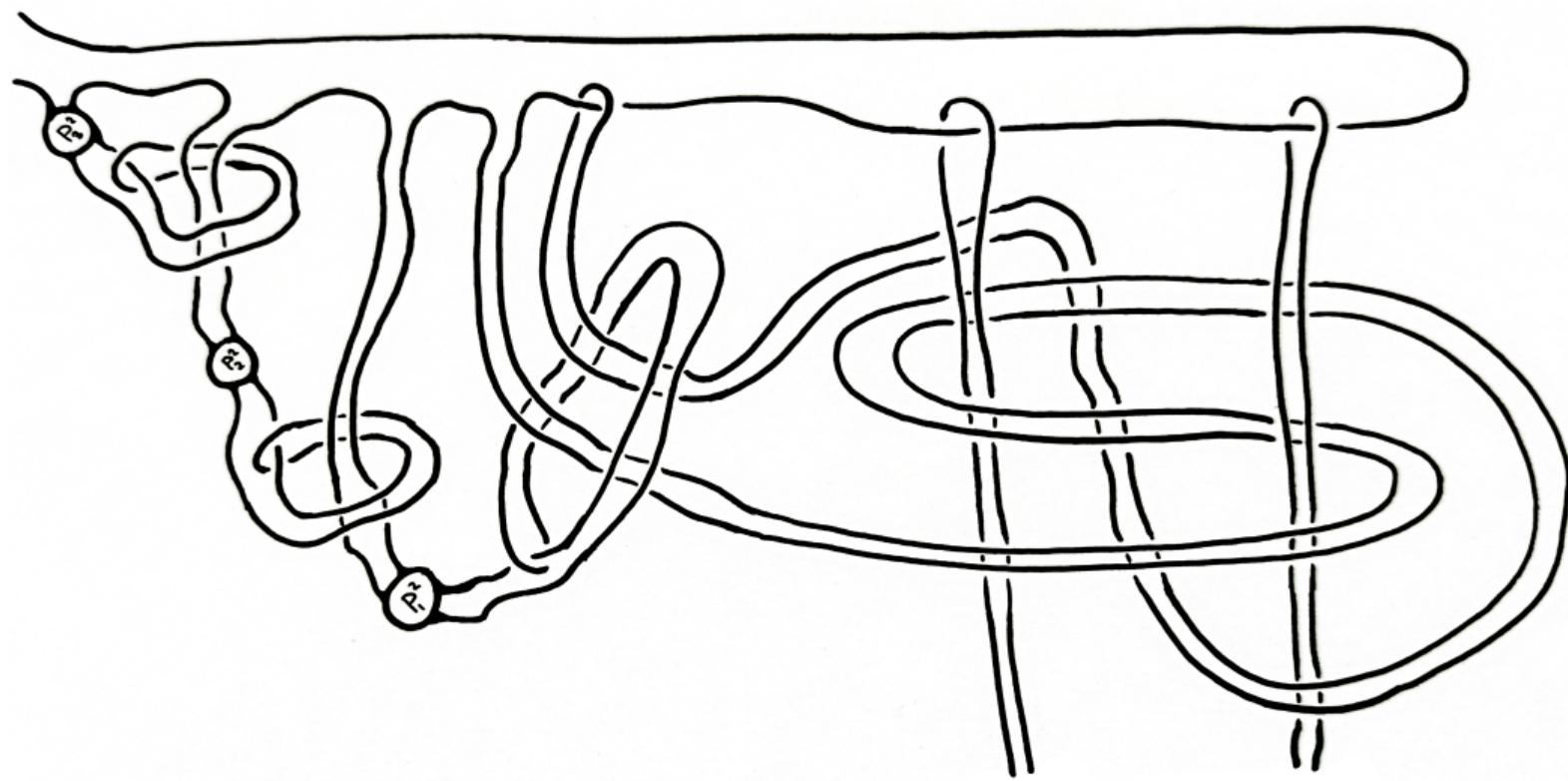
Для любого подграфа-звезды в гордиевом графе можно найти бесконечный полный подграф, содержащий его.,



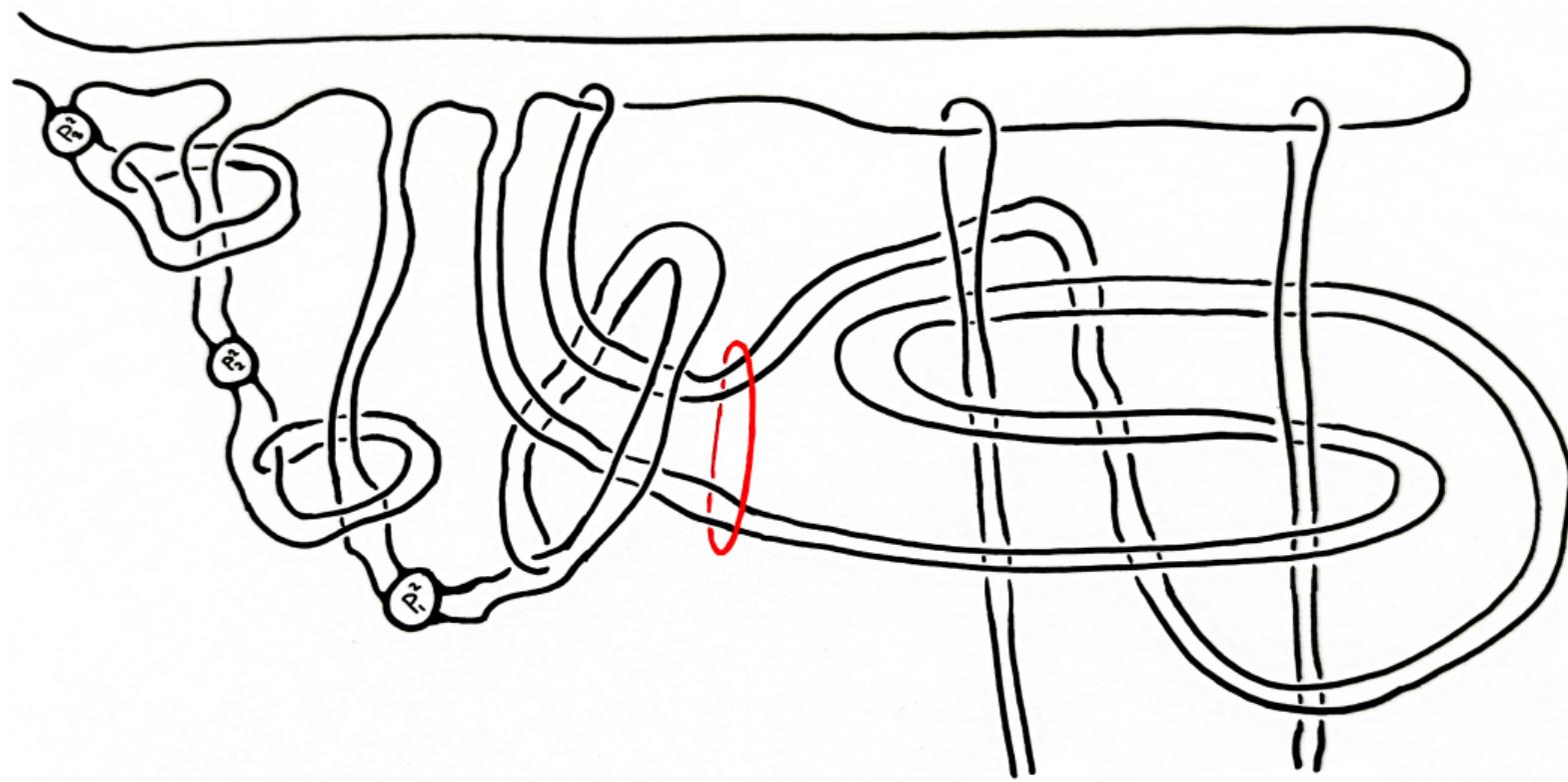
Наш ответный паттерн



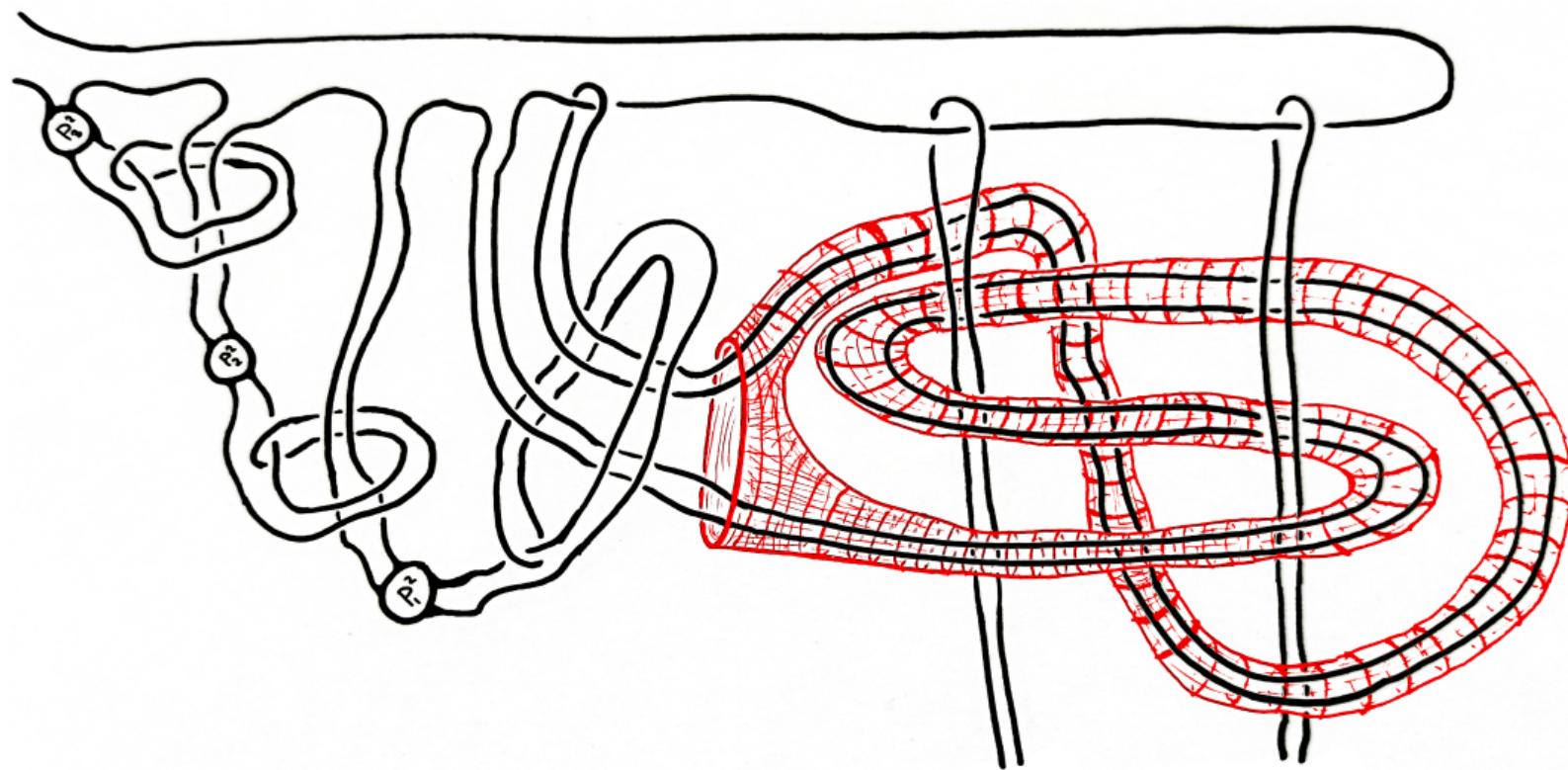
Наш ответный паттерн



Наш ответный паттерн



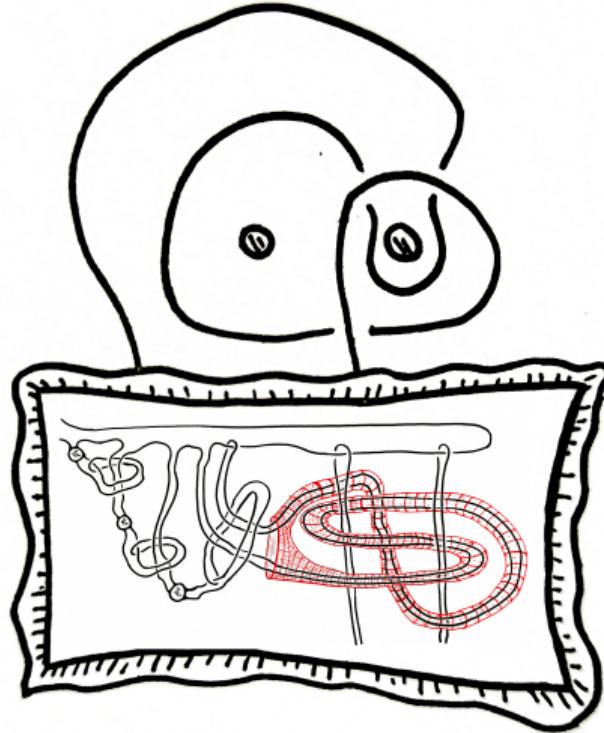
Наш ответный паттерн



Приятное следствие

Следствие:

Единичная окрестность произвольной вершины гордиева графа связна.



С Днём Рождения!

Андрей Валерьевич!