Голубев Г. К. : chaining и энтропийное неравенство Дадли

В классической форме теорема (энтропийное неравенство) Дадли формулируется следующим образом. Пусть $X(t),\ t \in T$ – сепарабельный гауссовский случайный процесс, определенный на компактном множестве T относительно полу-нормы

$$d(t,s) = \sqrt{\mathbf{E}[X(t) - X(s)]^2}.$$

Обозначим $H_{T,d}(\epsilon)$ ϵ-энтропию множества T, т. е. минимальное число открытых шаров радиуса ϵ, необходимых для того, чтобы покрыть множество T.

Теорема 1 *Справедливо следующее неравенство*

$$\mathbf{E} \sup_{t \in T} |X(t)| \leq 12 \int_0^\infty \sqrt{\log[H_{T,d}(\epsilon)]}\, d\epsilon.$$

Доказывается этот результат с помощью chaining (метода зацепления).

Цель лекции – познакомиться с этим методом, его обобщениями и применениями в теории эмпирических процесса и математической теории обучения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Dudley, Richard M. (1967). The sizes of compact subsets of Hilbert space and continuity of Gaussian processes. *J. Functional Analysis* v. 1, pp. 290–330. MR0220340.

[2] Koltchinskii V. (2008) Oracle Inequalities in Empirical Risk Minimization and Sparse Recovery Problems. *Saint Flour Lectures*

[3] Massart P. (2007) Concentration inequalities and model selection, Lecture Notes in Math., 1896, Springer, 2007.

[4] Van der Vaart, A. and Wellner, J. (1996) *Weak convergence and empirical processes*. Springer-Verlag, NY.