

ОПЕРАТОРНЫЙ ПОДХОД К КВАНТОВАНИЮ ПОЛУГРУПП

М.А. АУХАДИЕВ, С.А. ГРИГОРЯН

Пусть \mathcal{A} – унитарная C^* -алгебра. Унитарный $*$ -гомоморфизм $\Delta: \mathcal{A} \rightarrow \mathcal{A} \otimes \mathcal{A}$, удовлетворяющий условию коассоциативности, называется *копроизведением*. Пару (\mathcal{A}, Δ) принято называть *компактной квантовой полугруппой* (А. Ван Даэль).

Компактная квантовая полугруппа (\mathcal{A}, Δ) является *компактной квантовой группой*, если каждое из множеств

$$(1 \otimes \mathcal{A})\Delta(\mathcal{A}), (\mathcal{A} \otimes 1)\Delta(\mathcal{A})$$

является линейно плотным в $\mathcal{A} \otimes \mathcal{A}$ (С.Л. Воронович).

Теории компактных квантовых групп посвящено достаточное количество статей. Большинство из нетривиальных примеров, продемонстрированных в этих работах, построены по следующему принципу. Из классической группы (например $SU(2)$) конструируется $*$ -алгебра Хопфа, которая пополняется и замыкается по универсальной C^* -норме ($SU_q(2)$). Затем доказывается, что копроизведение в алгебре Хопфа продолжается на полученную C^* -алгебру, и превращает эту алгебру в компактную квантовую группу.

С другой стороны, вопрос о задании структуры компактной квантовой группы по конкретной C^* -алгебре остается открытым. Эта проблема открыта даже для алгебры Теплица.

Работ, посвященных компактным квантовым полугруппам, не так уж много. Задача построения нетривиальной структуры компактной квантовой полугруппы на конкретной C^* -алгебре стала активно изучаться лишь в последние годы. К примеру, в работе К. Кавамура приводится попытка определения копроизведения на прямой сумме алгебр Кунца.

Доклад посвящен построению компактных квантовых полугрупп по полугрупповым C^* -алгебрам, порожденным деформацией коммутативной C^* -алгебры непрерывных функций на компактной абелевой группе G . Такие алгебры образуют класс некоммутативных C^* -алгебр, близких по своим характеристикам к алгебре $C(G)$.

Построенная таким образом категория компактных квантовых полугрупп является двойственной к категории абелевых полугрупп с сокращением и фиксированным порядком.

Также показывается связь с теорией инверсных полугрупп. Доказывается, что каждая из построенных компактных квантовых полугрупп содержит в себе плотную слабую алгебру Хопфа (Ф.Ли).