

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВУЛКАНИЧЕСКИХ ИЗВЕРЖЕНИЙ МЕТОДАМИ МЕХАНИКИ МНОГОФАЗНЫХ СРЕД.

Мельник О.Э., Бармин А.А.,
Афанасьев А.А., Веденеева Е.А., Горохова Н.В., Цветкова Ю.Д.

НИИ механики МГУ

ТИПЫ ВУЛКАНИЧЕСКИХ ИЗВЕРЖЕНИЙ

Эксплозивные

Истечение газовой взвеси со скоростями
сотни м/с.



Экструзивные

Лавовые потоки или
выдавливание куполов



СХЕМЫ РЕЖИМОВ ИЗВЕРЖЕНИЯ

Расход
 10^6 - 10^{12} кг/с

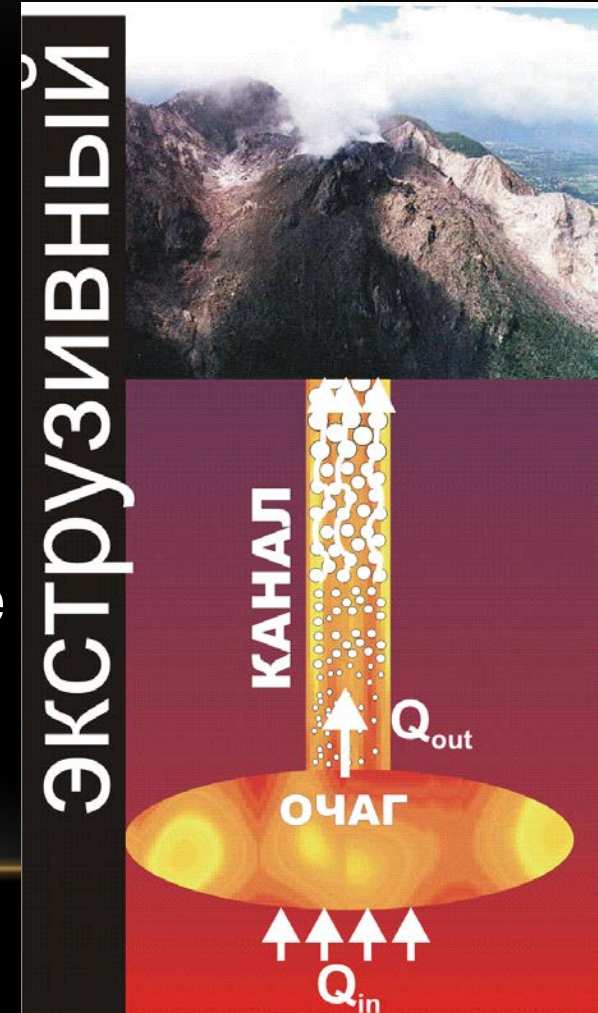


При подъеме магмы из очага в результате падения давления происходит образование и рост пузырьков.

При **эксплозивном** режиме имеет место фрагментация магмы с образованием газовой взвеси.

При **экструзивном** режиме пузырьки образуют проницаемую пену. Существенен отток газа и кристаллизация магмы.

Расход
 10^2 - 10^4 кг/с

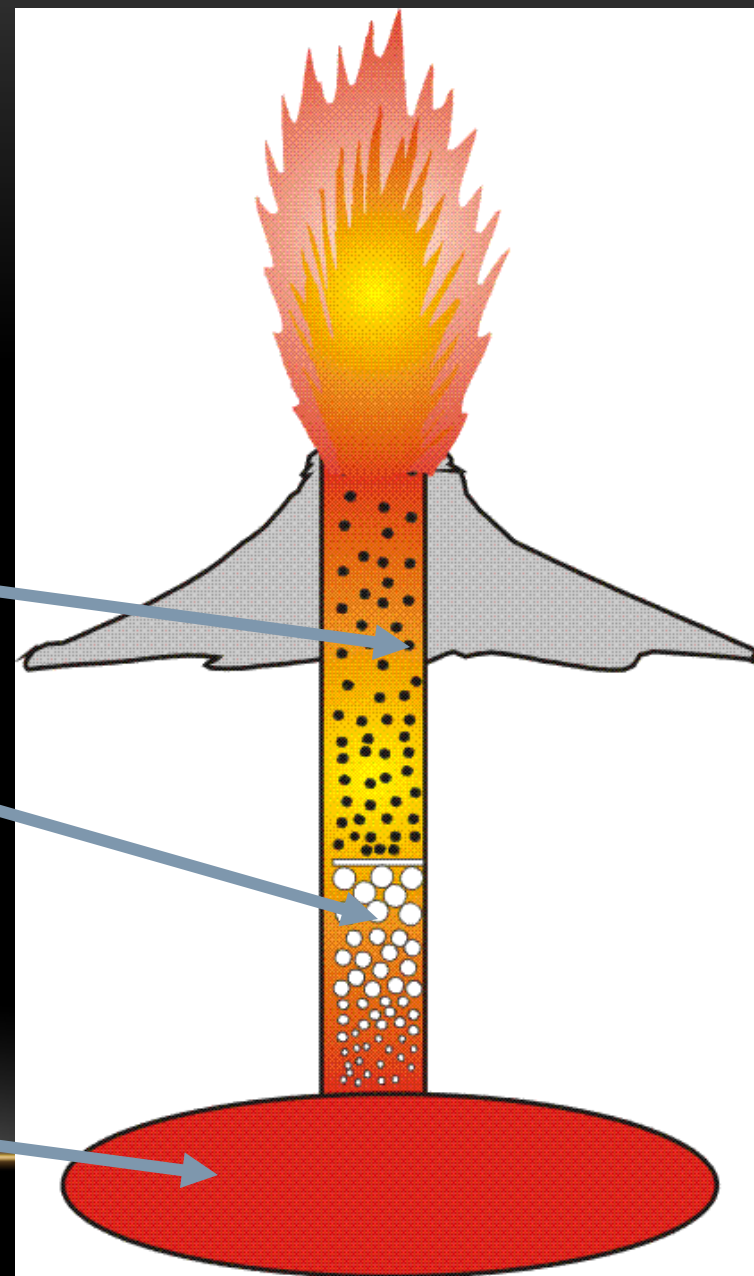


Эксплозивный режим

Газовзвесь: сопротивление и вес малы, до и сверх-звуковые скорости.

Пузырьковая жидкость: большая вязкость, рост пузырьков за счет дегазации, слияние, фильтрация газа.

Очаг: Резервуар содержащий расплав, кристаллы, растворенный газ.



РАЗВИТИЕ ВЗРЫВНОГО ИЗВЕРЖЕНИЯ

Законы сохранения массы

$$\frac{\partial \rho_g}{\partial t} + \frac{\partial \rho_g V}{\partial x} = J, \quad \frac{\partial \rho_l}{\partial t} + \frac{\partial \rho_l V}{\partial x} = -J,$$

Сохранения импульса для магмы

$$\rho \left(\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} \right) = -\frac{\partial p_m}{\partial x} - \rho g - f_c$$

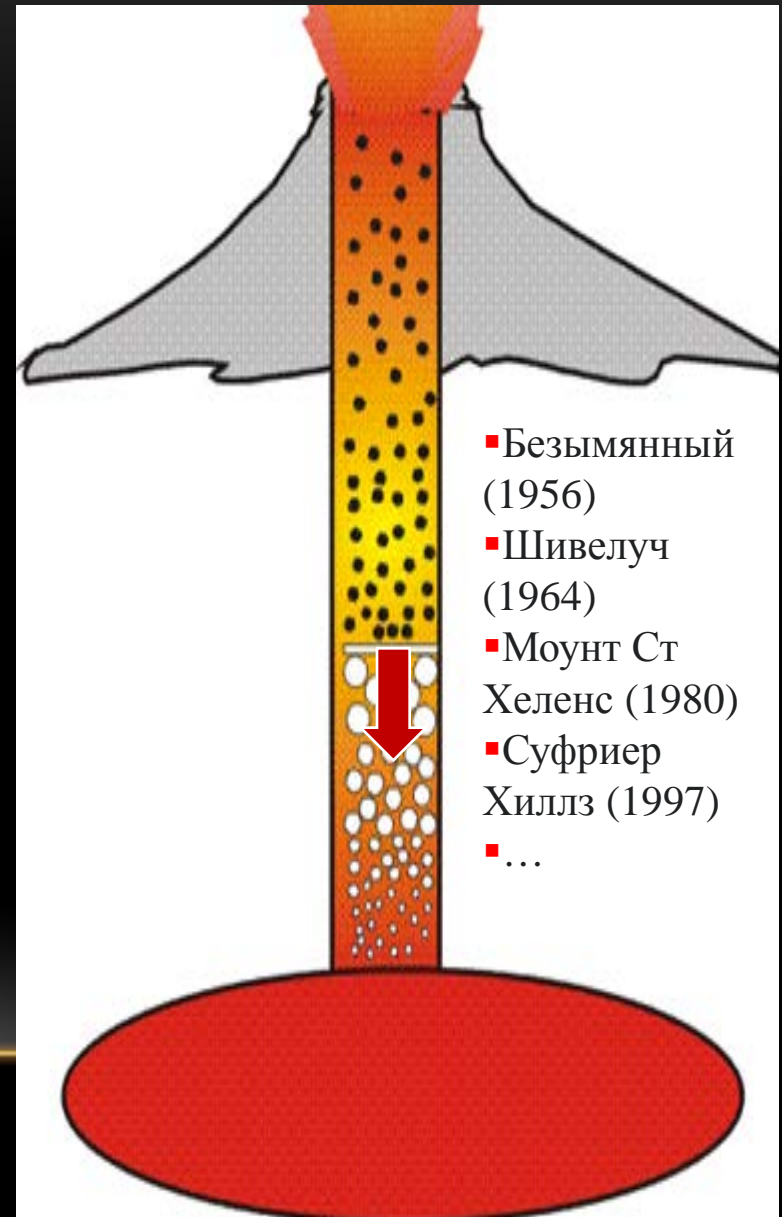
$$p_m = (1 - \alpha) p_l + \alpha p_g$$

Роста пузырька

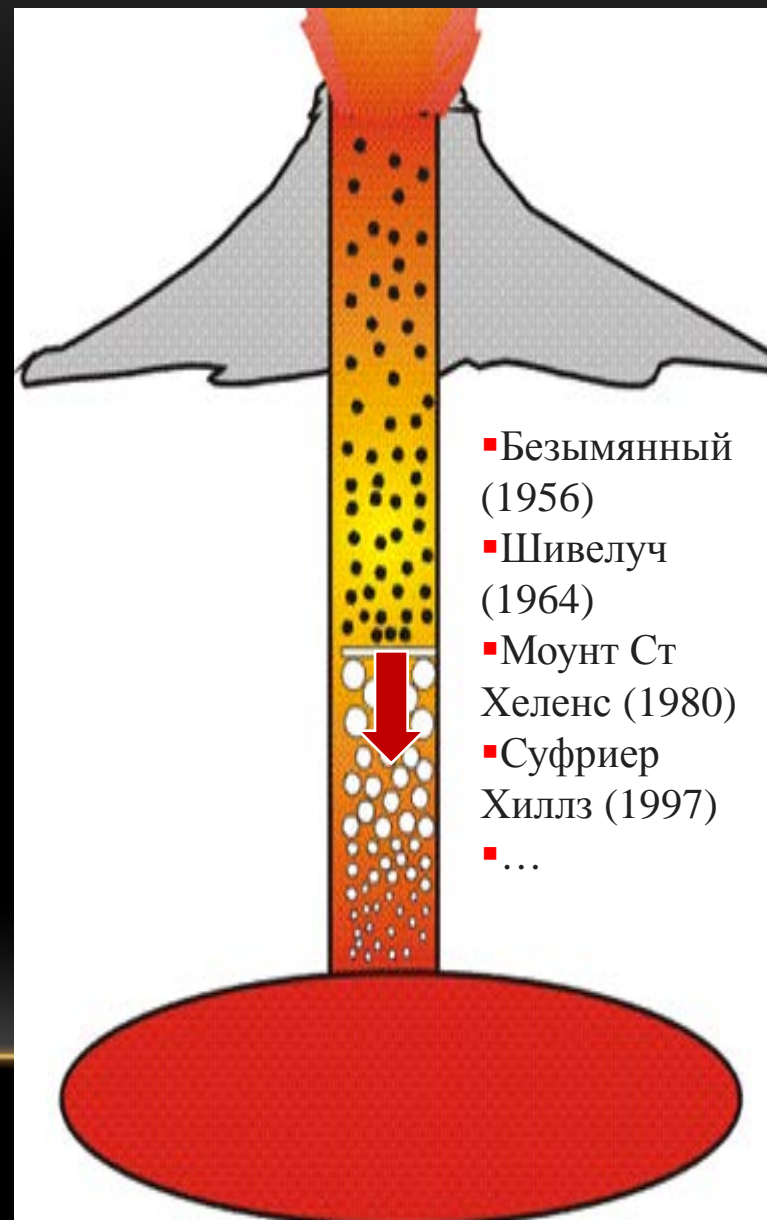
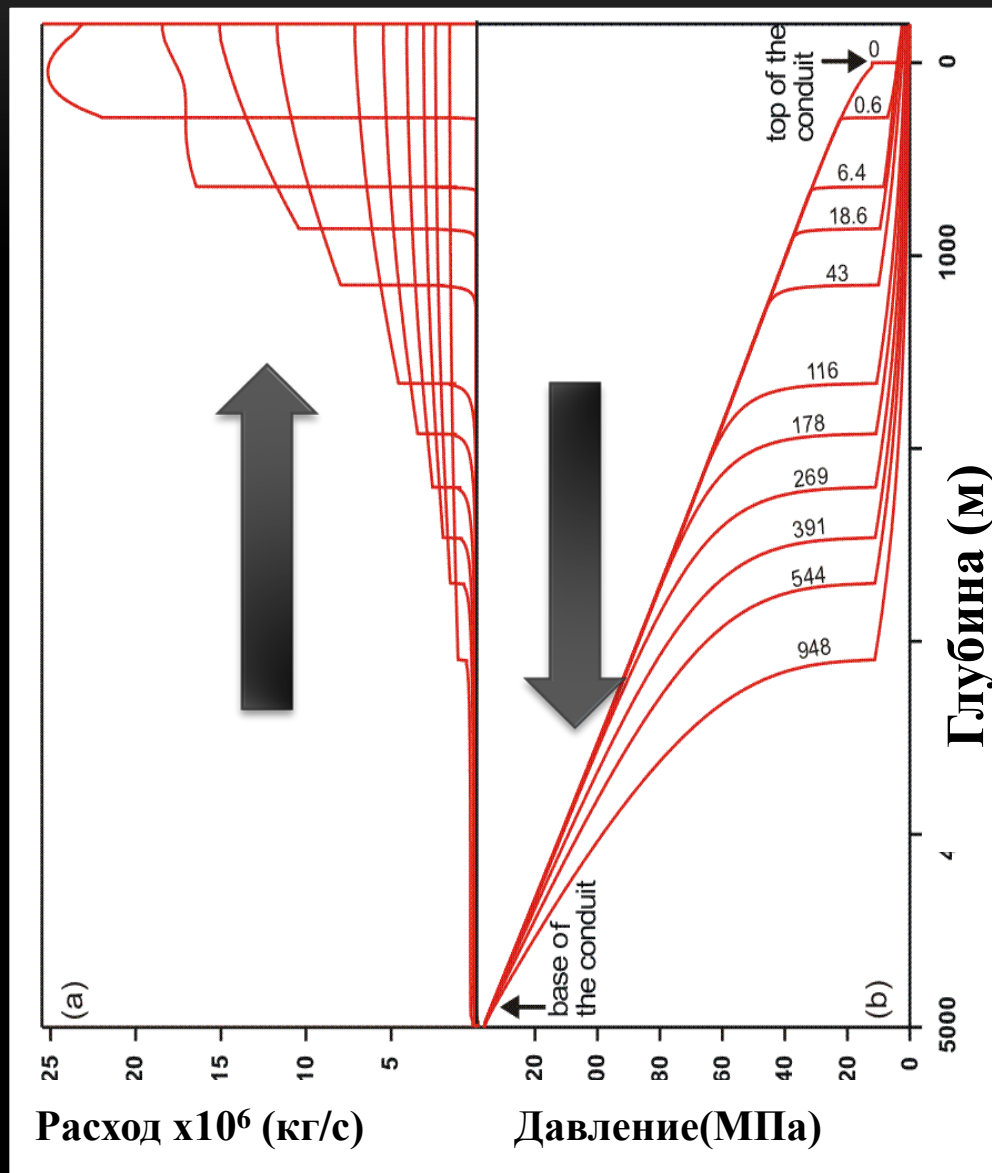
$$\frac{\partial a}{\partial t} + V \frac{\partial a}{\partial x} = \frac{a}{4\mu_m} (p_g - p_l)$$

Критерий фрагментации

$$p_g - p_l = \Delta p_*$$

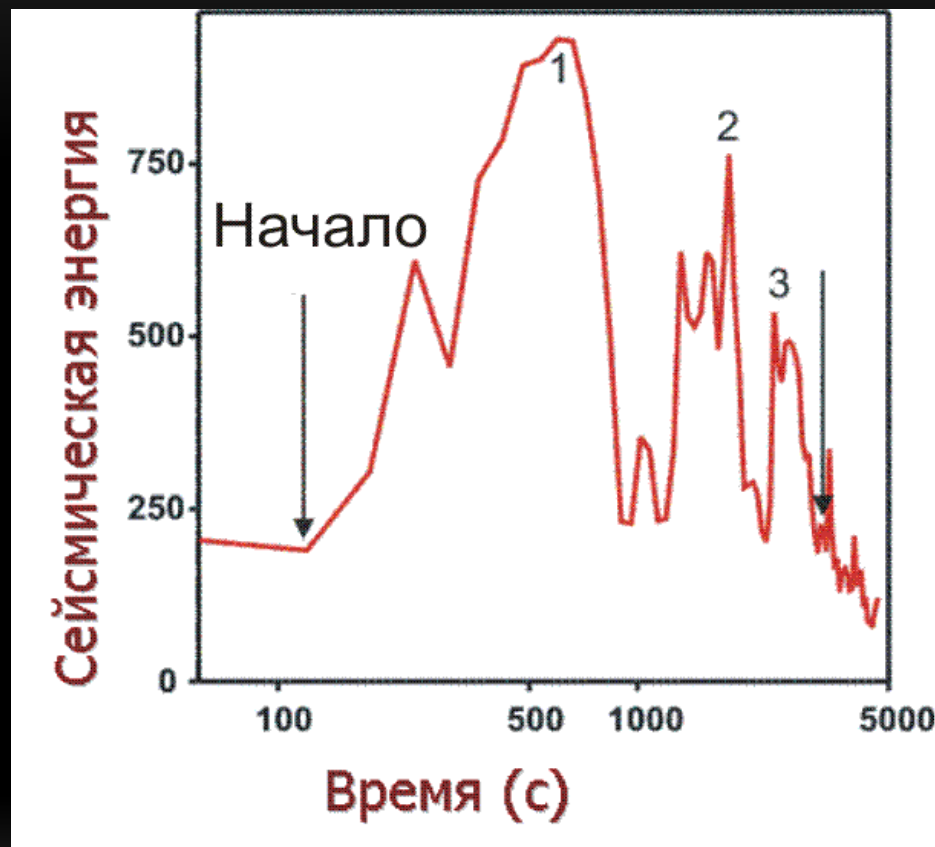
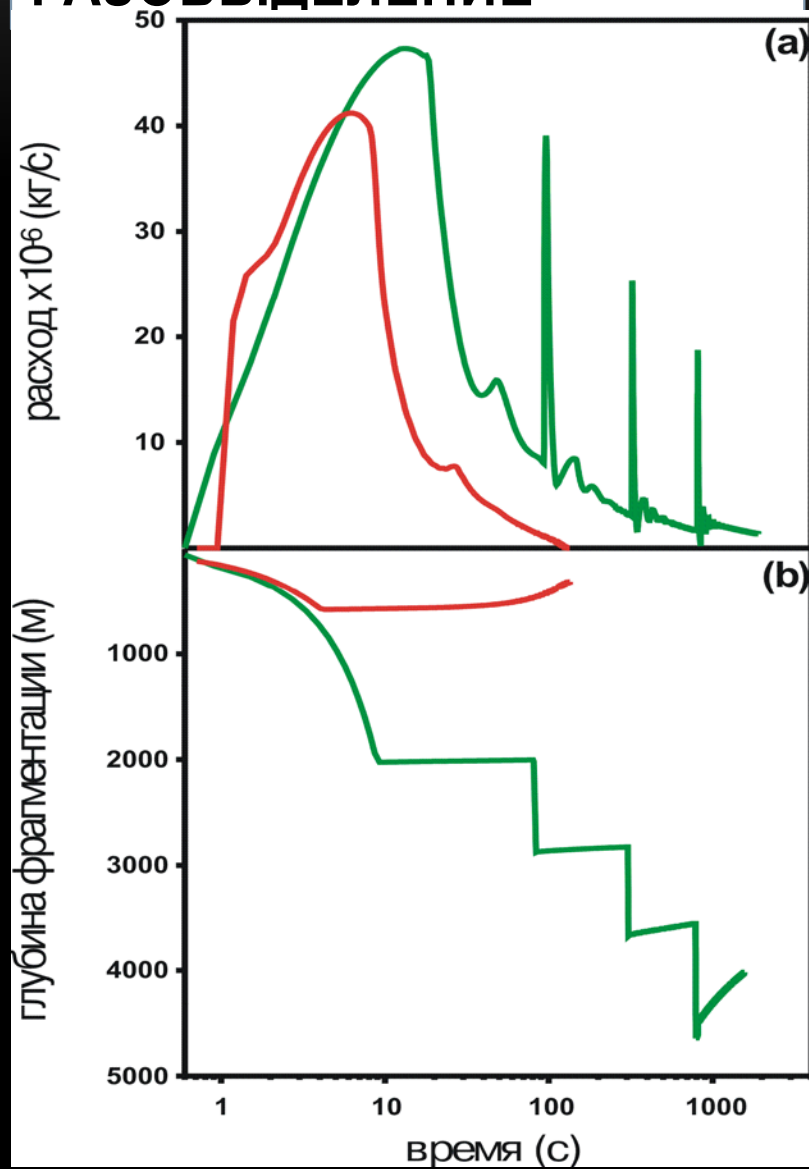


РАЗВИТИЕ ВЗРЫВНОГО ИЗВЕРЖЕНИЯ



Изменение расхода и глубины фрагментации

СЛАБОЕ И ИНТЕНСИВНОЕ ГАЗОВЫДЕЛЕНИЕ



Взаимодействие с грунтовыми водами

КАНАЛ

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial x} = J_{ex} \quad \frac{\partial \rho_g}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_g v)}{\partial x} = J_{dif} + J_{ex} \quad \frac{\partial \rho_m}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_m v)}{\partial x} = -J_{dif}$$

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v^2 + P)}{\partial x} = -\rho g - f_\mu$$

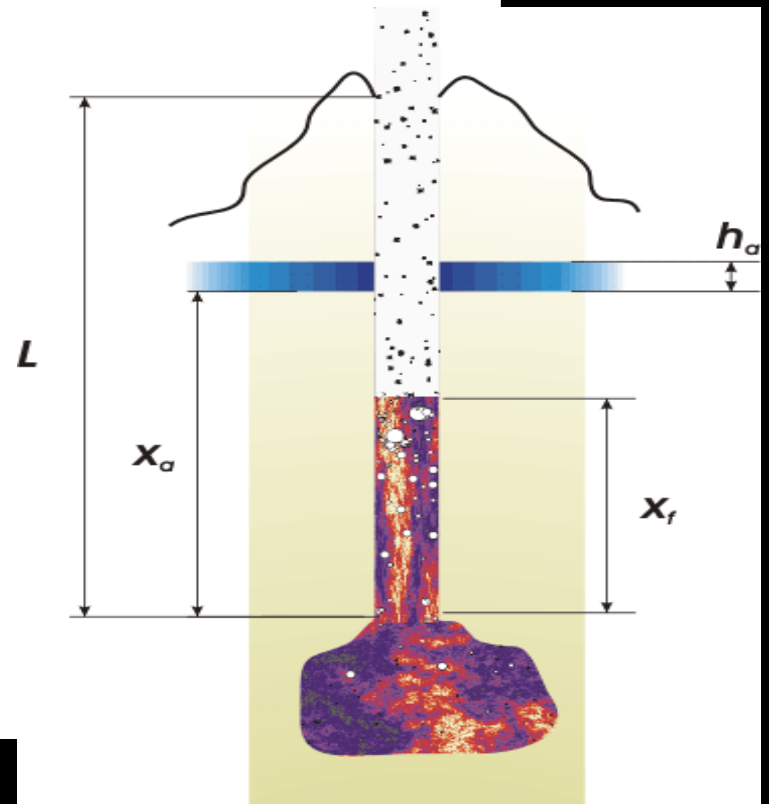
$$\frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial(P + E)v}{\partial x} = -Q_{ex}(J_{ex}) - \rho$$

ПЛАСТ

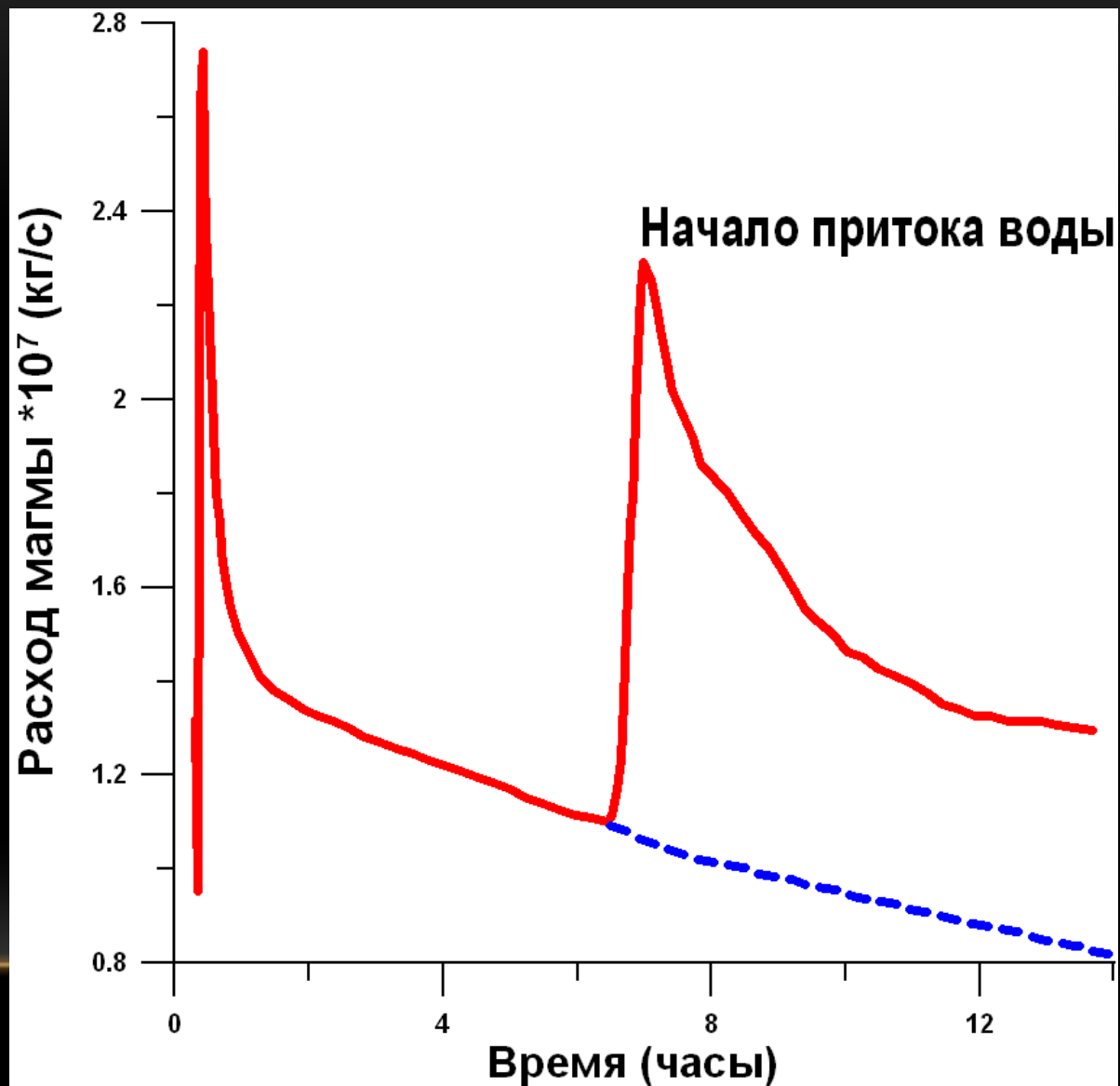
$$m \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r \rho u)}{\partial r} = 0$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r \rho h u)}{\partial r} = 0$$

$$u = -\frac{k(s)}{\mu} \frac{\partial P}{\partial r}$$



УСИЛЕНИЕ ИЗВЕРЖЕНИЯ ВЕЗУВИЯ



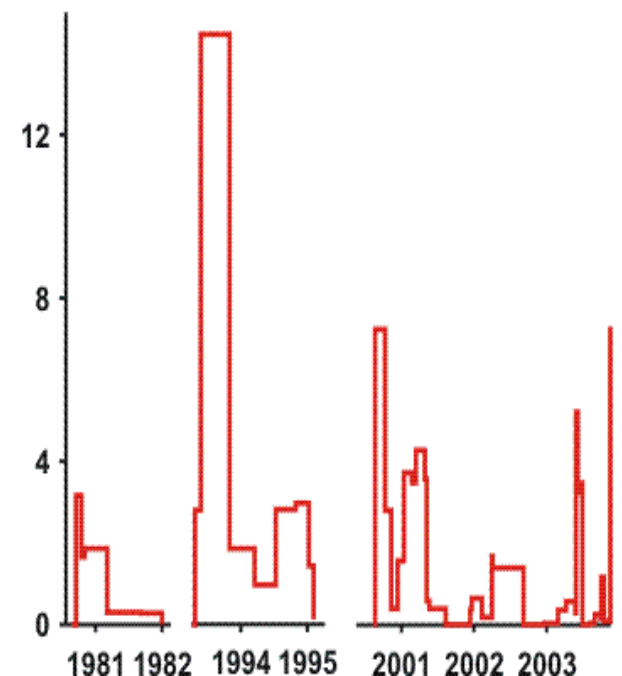
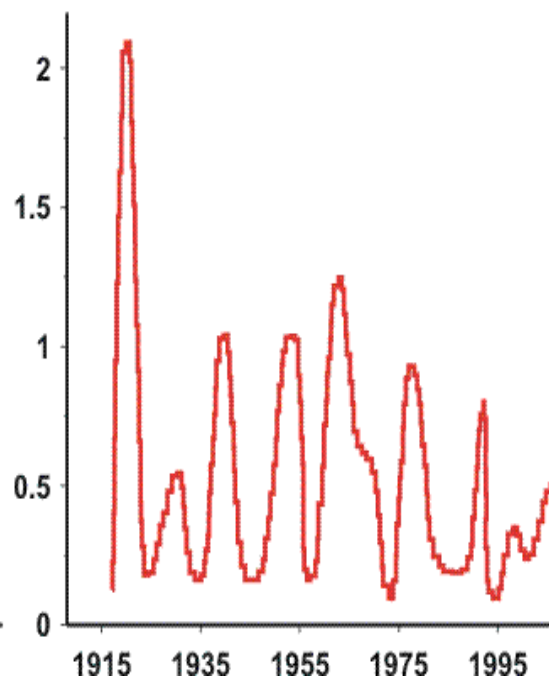
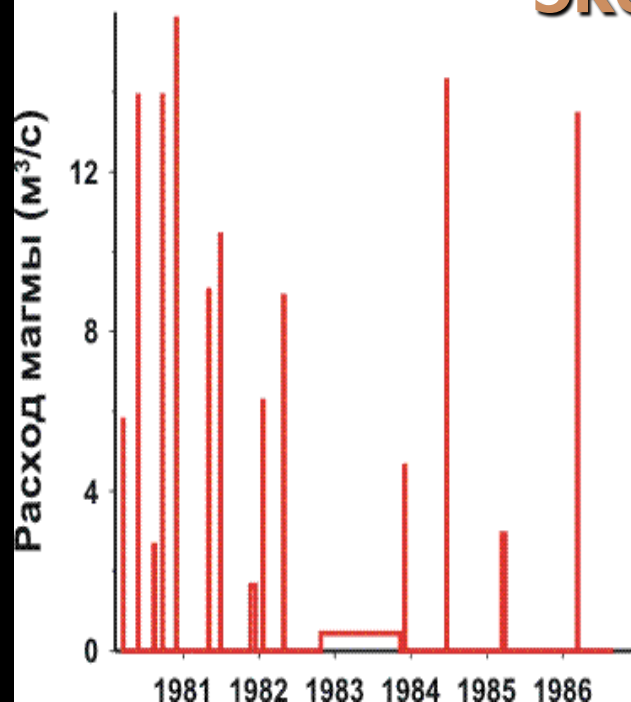
Маунт Сент Хеленс (США)

Сантьягито (Гватемала)

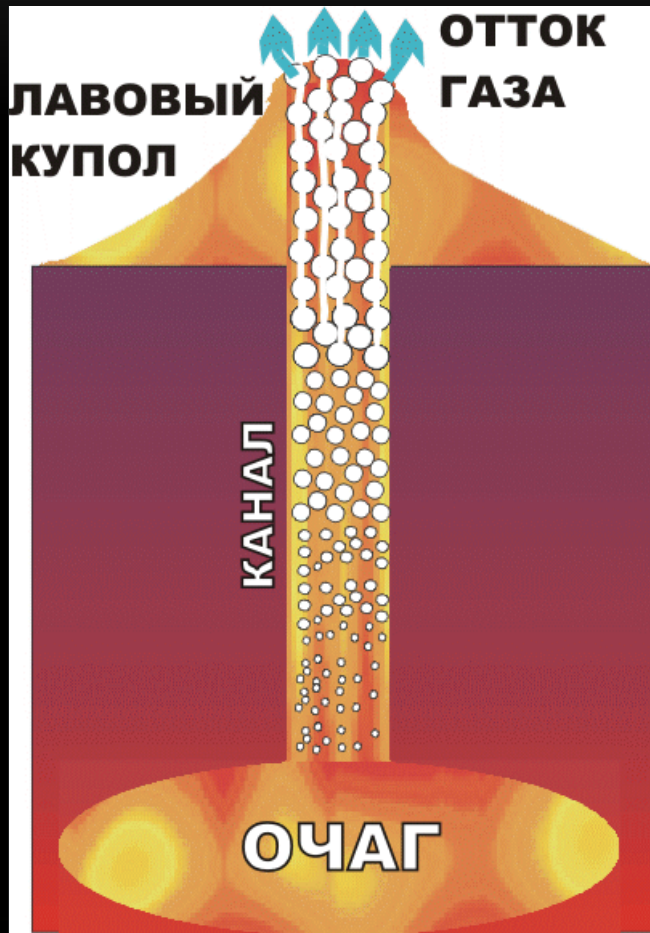
Шивелуч (Россия)



ЭКСТРУЗИВНЫЕ ИЗВЕРЖЕНИЯ



ЭКСТРУЗИВНЫЙ РЕЖИМ ИЗВЕРЖЕНИЯ

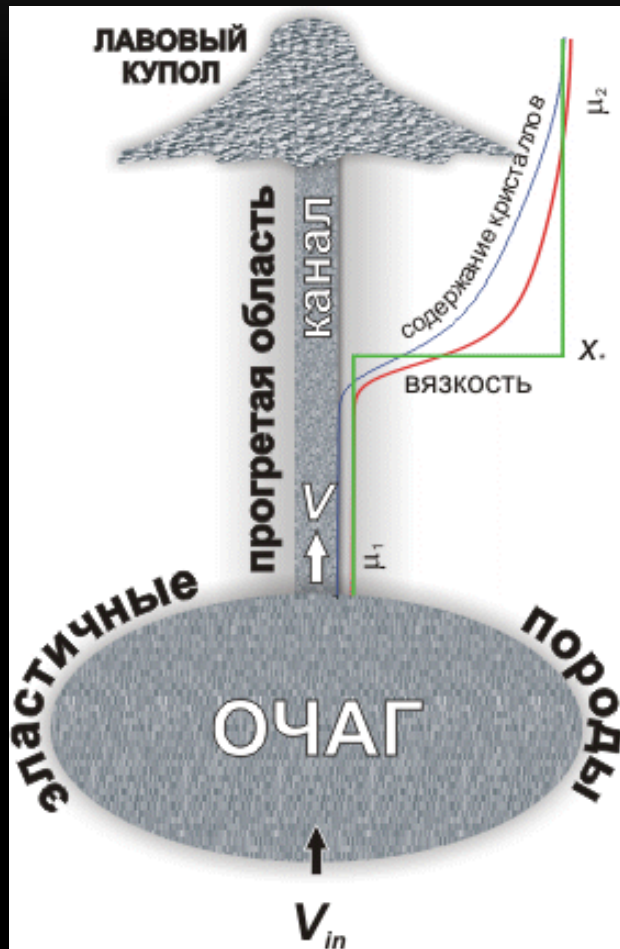


Медленный подъем
(0.1-30 мм/с)



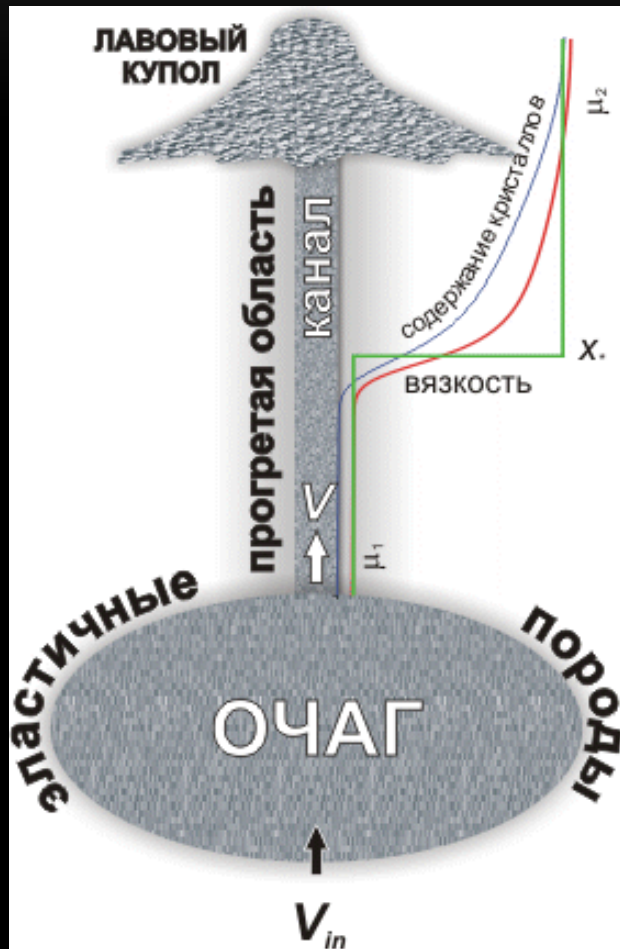
- ✓ Кристаллизация магмы при подъеме приводит к росту вязкости
- ✓ Слияние пузырьков и фильтрация газа через них
- ✓ Подпитка очага в процессе извержения свежей магмой

Механическая модель



- ✓ Магма - Ньютоновская жидкость.
- ✓ Вязкость ступенчатая функция концентрации кристаллов.
- ✓ Скорость роста кристаллов постоянна, их нуклеация происходит в очаге извержения.
- ✓ Канал цилиндрический.
- ✓ Очаг извержения находится в упругих породах и подпитывается с постоянным расходом.

Уравнения и граничные условия



$$\frac{\partial}{\partial x} V = 0; \quad \frac{\partial}{\partial t} n + \frac{\partial}{\partial x} nV = 0; \quad \rho = \rho_0$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\rho g - \frac{32\mu V}{D^2}; \quad \mu = \begin{cases} \mu_1, & \beta < \beta_* \\ \mu_2, & \beta \geq \beta_* \end{cases}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \beta + V \frac{\partial \beta}{\partial x} = 4\pi n R^2 U = (36\pi n)^{1/3} \beta^{2/3} U$$

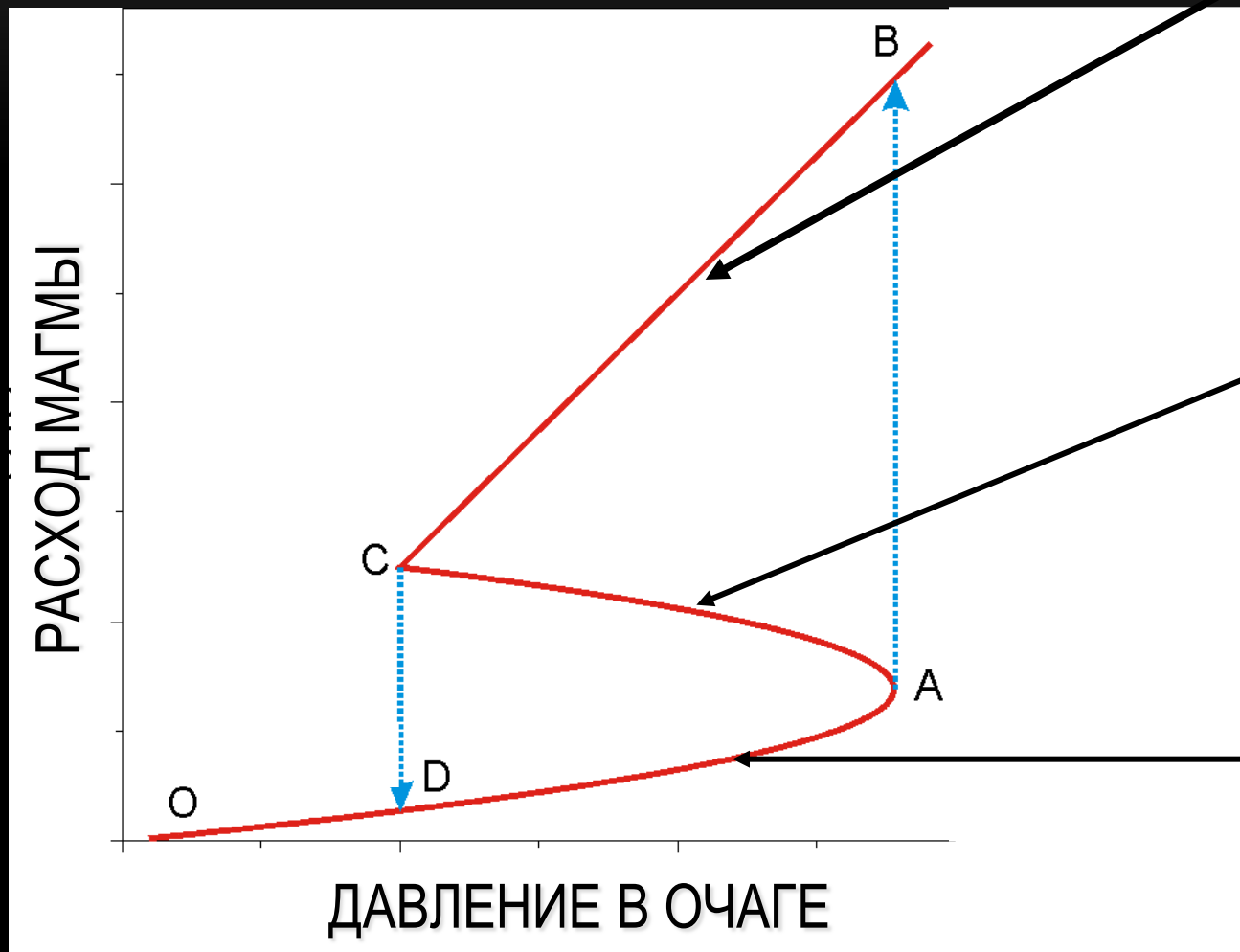
Граничные условия

$$x = 0: \quad \frac{dp_{ch}}{dt} = \frac{E}{\rho V_{ch}} (Q_{in} - Q_{out}); \quad \beta = \beta_{ch} = \text{const}$$

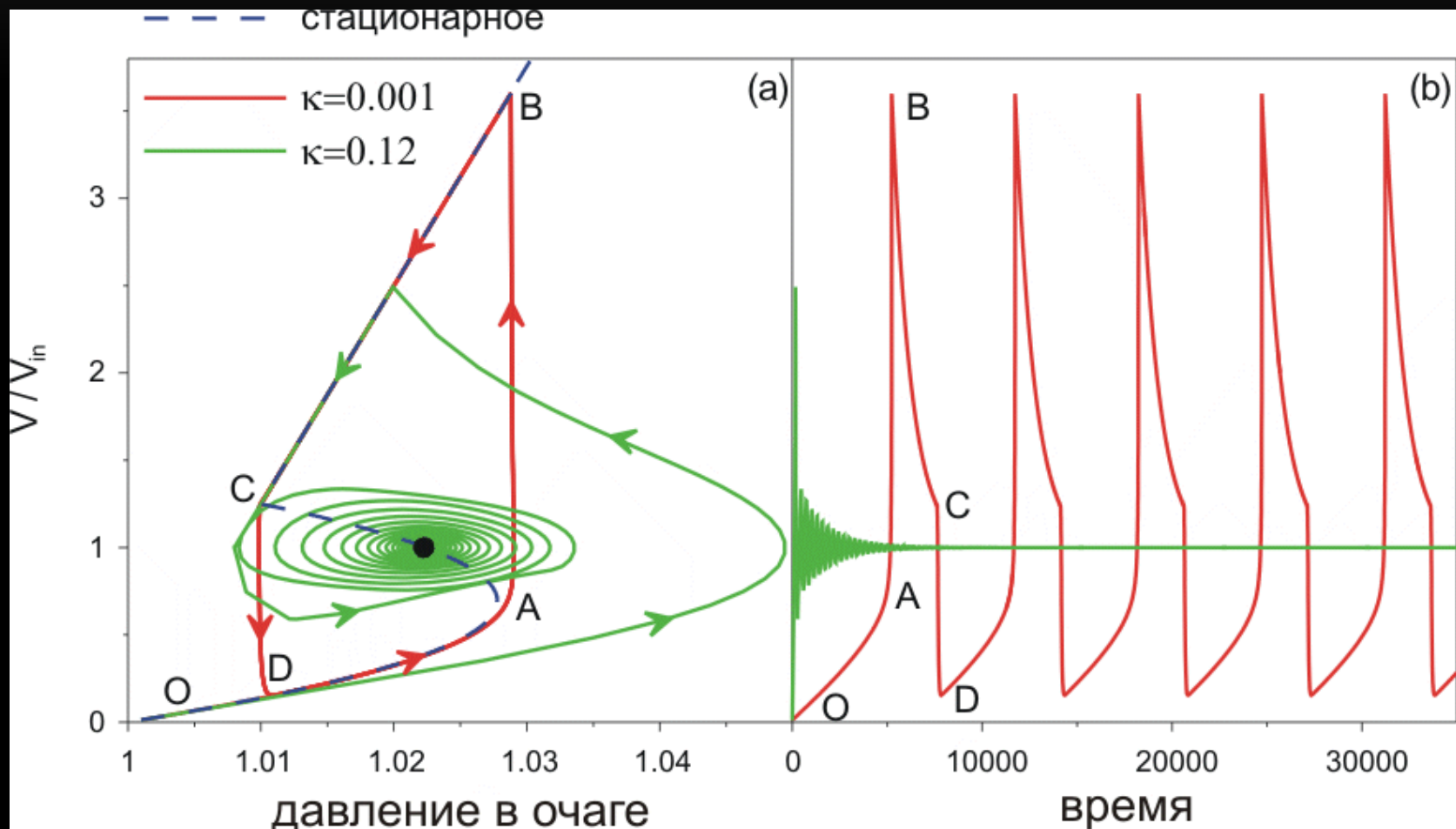
$$x = L: \quad p = 0$$

Система сведена к обыкновенным дифференциальным уравнениям.

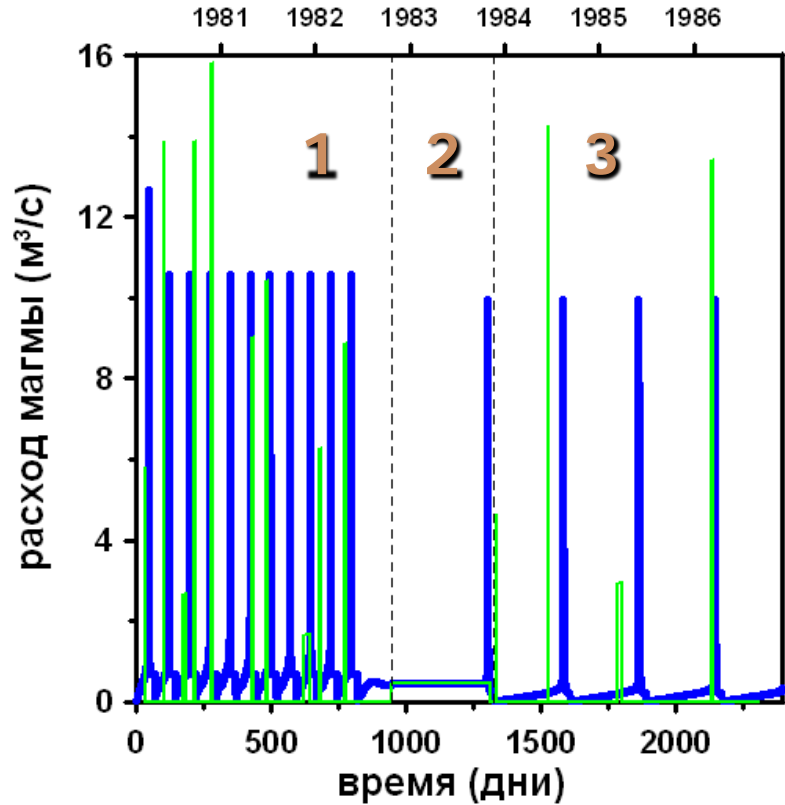
Стационарное решение



$$\frac{dp_{ch}}{dt} = \kappa (Q_{in} - Q_{out}); \quad \kappa = \frac{E}{\rho V_{ch}}$$



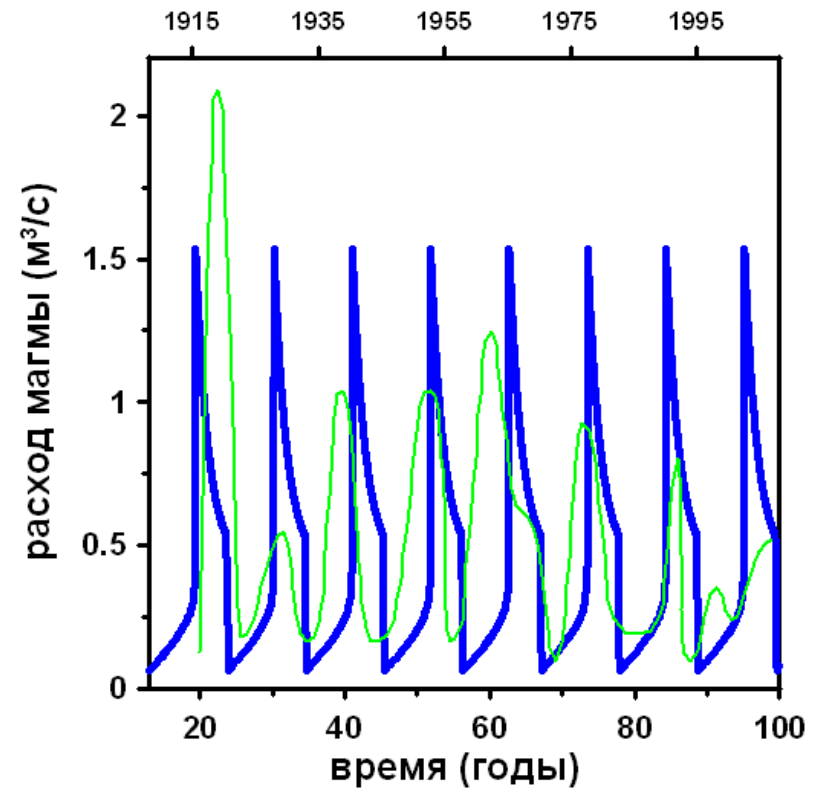
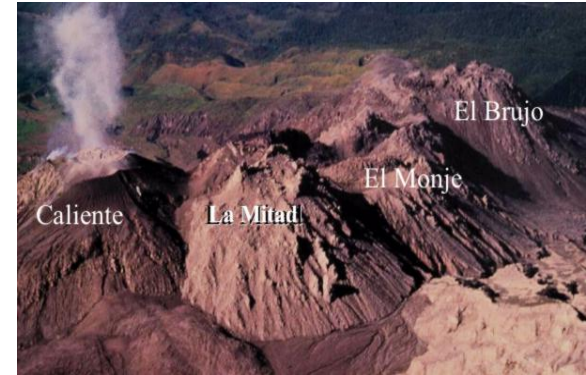
СТ ХЕЛЕНС



Расчет

Наблюдения

САНТЬЯГИТО



Система уравнений

$$\frac{1}{S} \frac{\partial}{\partial t}(S \rho_m) + \frac{1}{S} \frac{\partial}{\partial x}(S \rho_m V) = -G_{mc} - G_{ph} \quad (1)$$

$$\frac{1}{S} \frac{\partial}{\partial t}(S \rho_{mc}) + \frac{1}{S} \frac{\partial}{\partial x}(S \rho_{mc} V) = G_{mc} \quad (2)$$

$$\frac{1}{S} \frac{\partial}{\partial t}(S \rho_{ph}) + \frac{1}{S} \frac{\partial}{\partial x}(S \rho_{ph} V) = G_{ph} \quad (3)$$

$$\frac{1}{S} \frac{\partial}{\partial t}(S \rho_d) + \frac{1}{S} \frac{\partial}{\partial x}(S \rho_d V) = -J \quad (4)$$

$$\frac{1}{S} \frac{\partial}{\partial t}(S \rho_g) + \frac{1}{S} \frac{\partial}{\partial x}(S \rho_g V_g) = J \quad (5)$$

Сохранение
массы

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\rho g - 4\mu \frac{a^2 + b^2}{a^2 b^2} V \quad (6)$$

$$V_g - V = -\frac{k}{\mu_g} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (7)$$

Уравнения
импульса

Система уравнений

Сохранение энергии

$$\frac{1}{S} \frac{\partial}{\partial t} (S \rho C_m T) + \frac{1}{S} \frac{\partial}{\partial x} (S \rho C_m VT) = L_* (G_{mc} + G_{ph}) \quad (8)$$

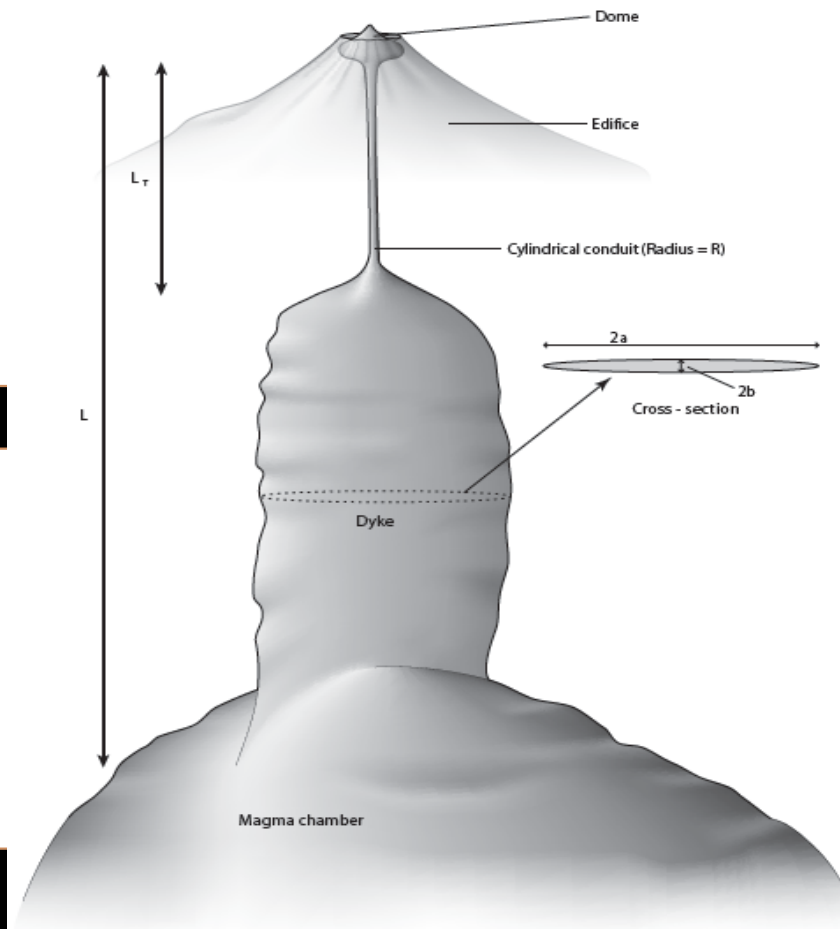
Упругие деформации

$$a = a_0 + \frac{P}{2G} [-(1 - 2\nu)a_0 + 2(1 - \nu)b_0]$$

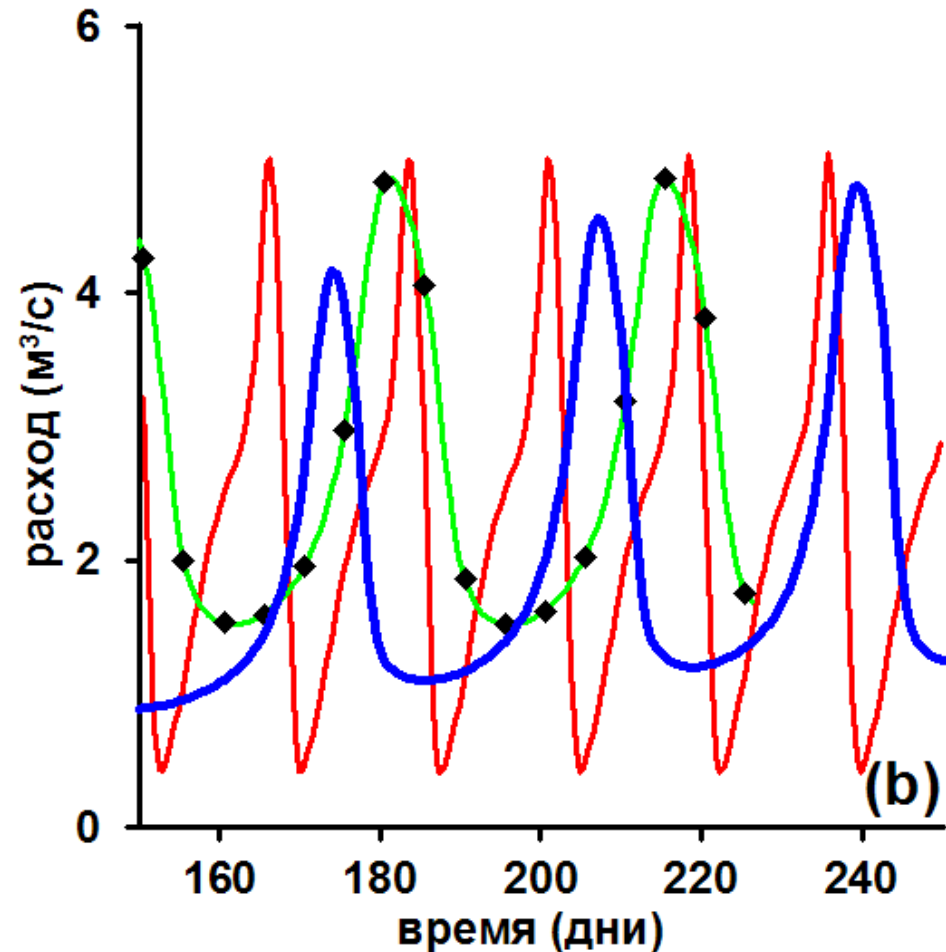
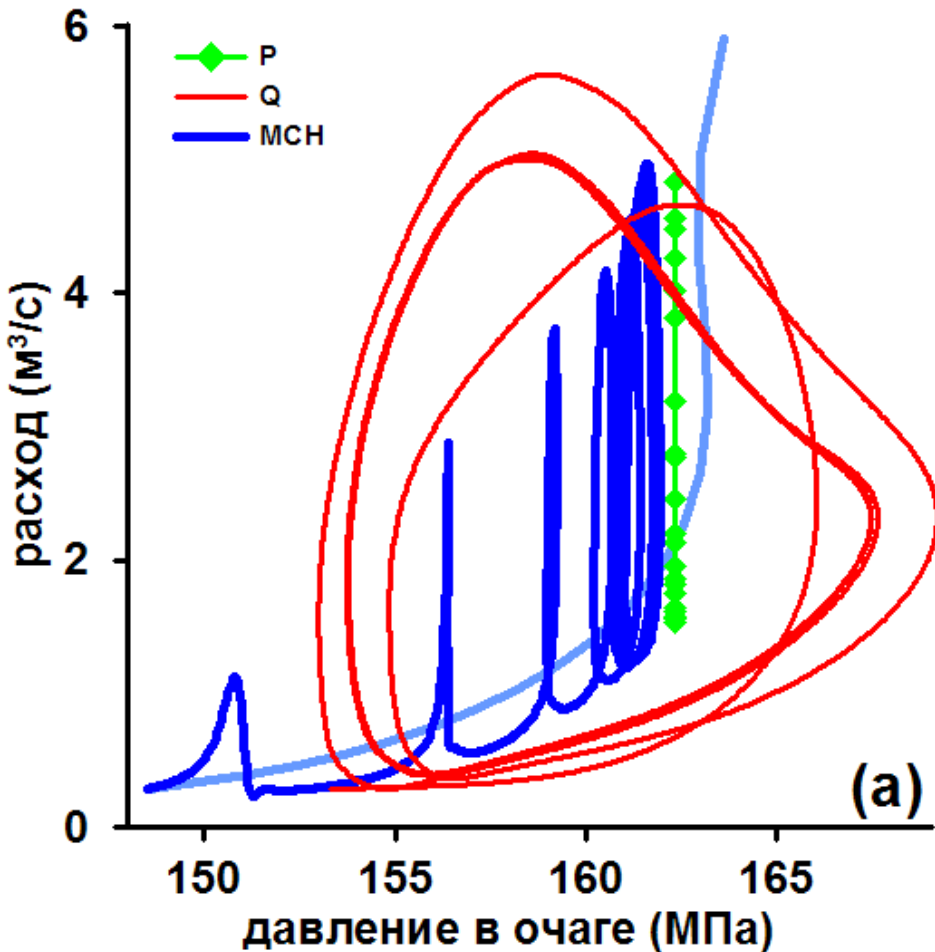
$$b = b_0 + \frac{P}{2G} [2(1 - \nu)a_0 - (1 - 2\nu)b_0]$$

Реология

$$\mu = \mu(c, T) \theta(\beta) \eta_r(\alpha, Ca)$$

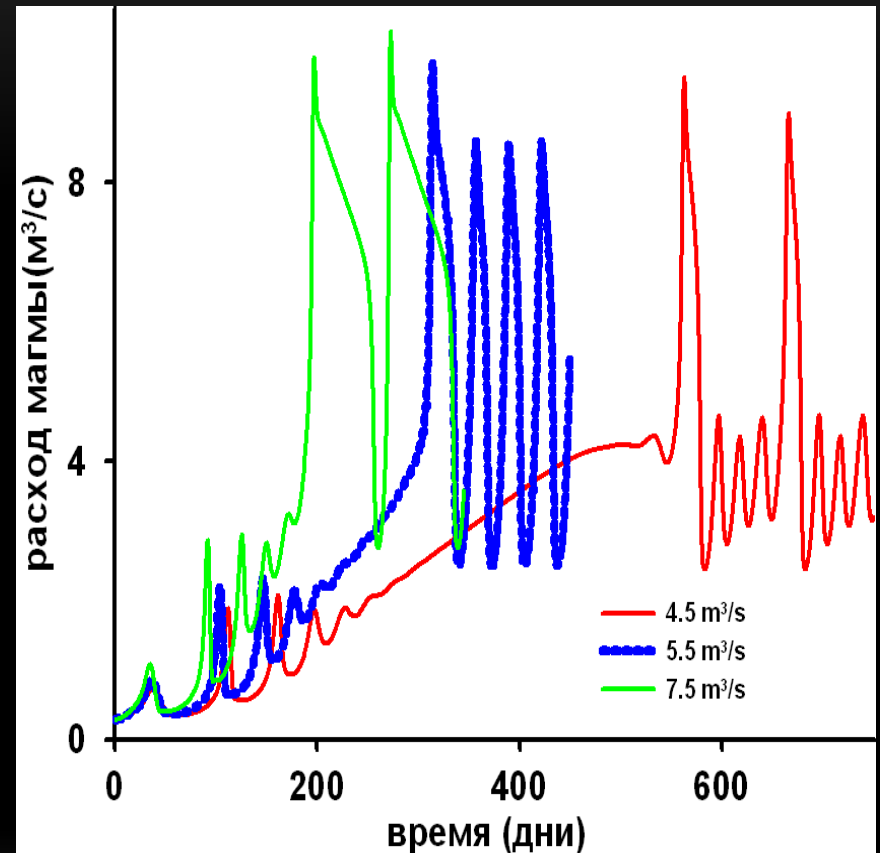
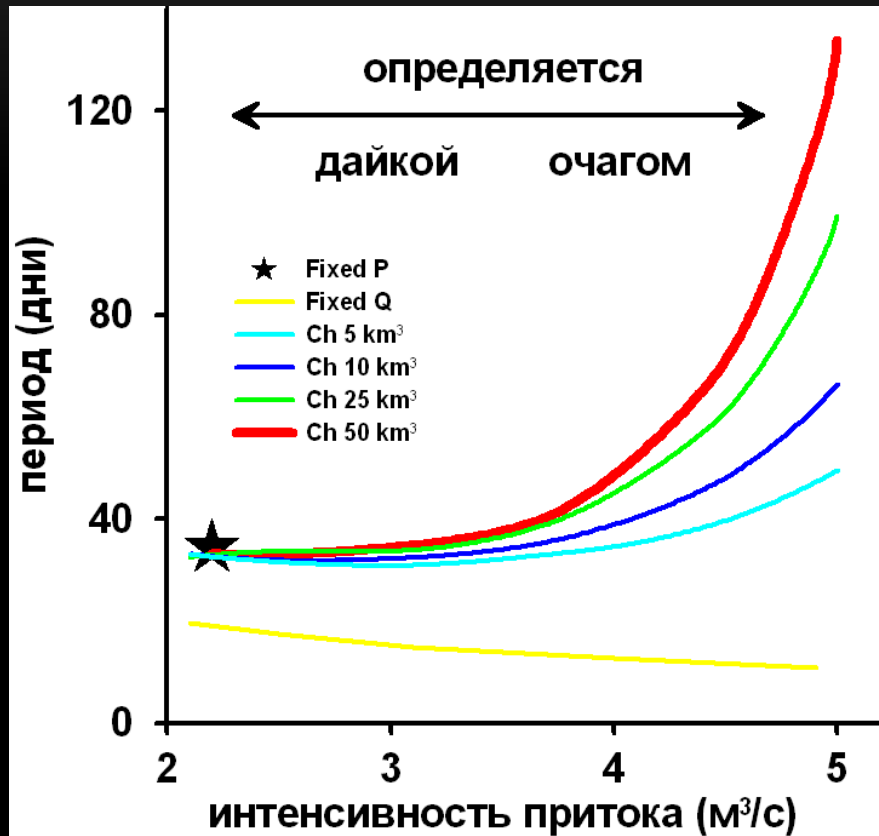


ЭВОЛЮЦИЯ ИЗВЕРЖЕНИЯ



$$\frac{dp_{ch}}{dt} \sim (Q_{in} - Q_{out}) \quad | \quad Q_{in} = \text{const} \quad | \quad P_{ch} = \text{const}$$

Период и форма колебаний



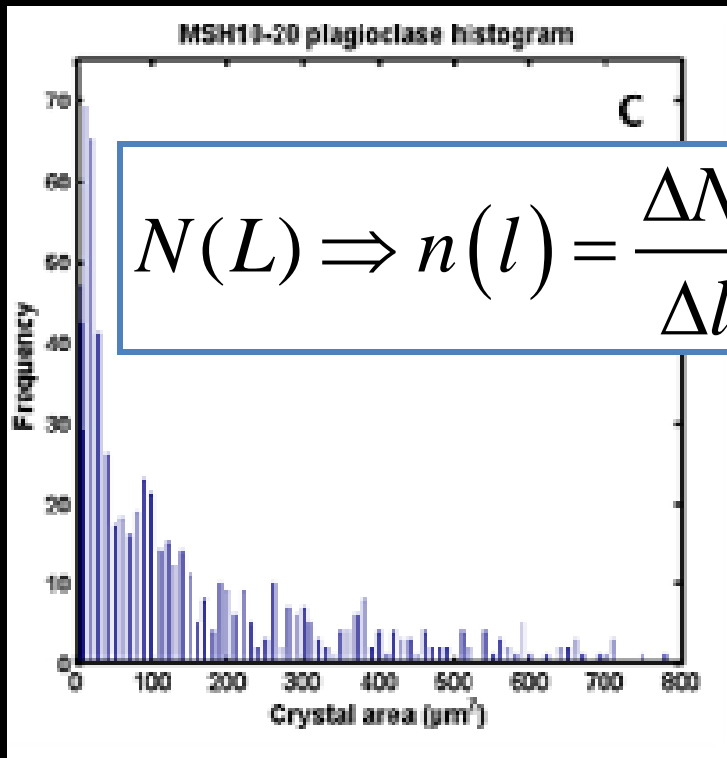
$$\frac{dp_{ch}}{dt} \sim (Q_{in} - Q_{out})$$

3. КАК ОПРЕДЕЛИТЬ ДИАМЕТР КАНАЛА ВУЛКАНА?

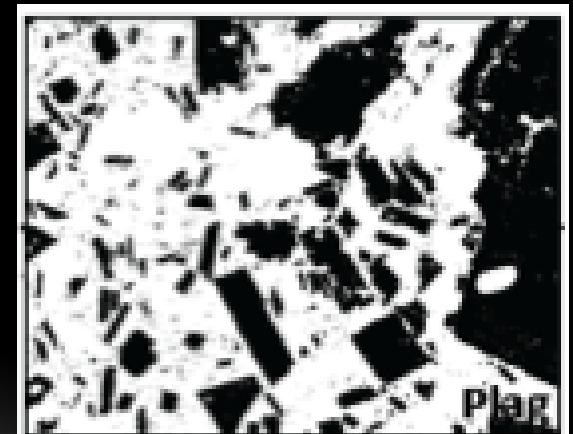
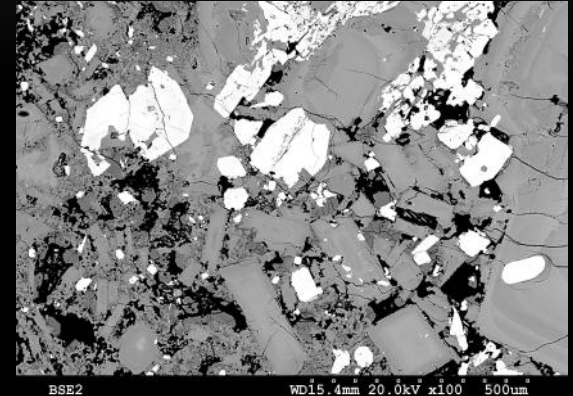
$$Q = \frac{\pi D^4}{128\mu} \frac{\Delta P}{L}$$

CSD

- Распределение кристаллов по размерам



$$N(L) \Rightarrow n(l) = \frac{\Delta N}{\Delta l} = \frac{dN}{dl}$$



ЭВОЛЮЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ КРИСТАЛЛОВ ПО РАЗМЕРАМ (СТАЦИОНАРНОЕ ТЕЧЕНИЕ)

$$\frac{\partial}{\partial t} n + U \frac{\partial}{\partial L} n = 0$$



$$-Q \frac{\partial}{\partial z} n + US \frac{\partial}{\partial L} n = 0$$

Граничные условия

$$n(z, L = 0) = \frac{J(z)}{U(z)};$$

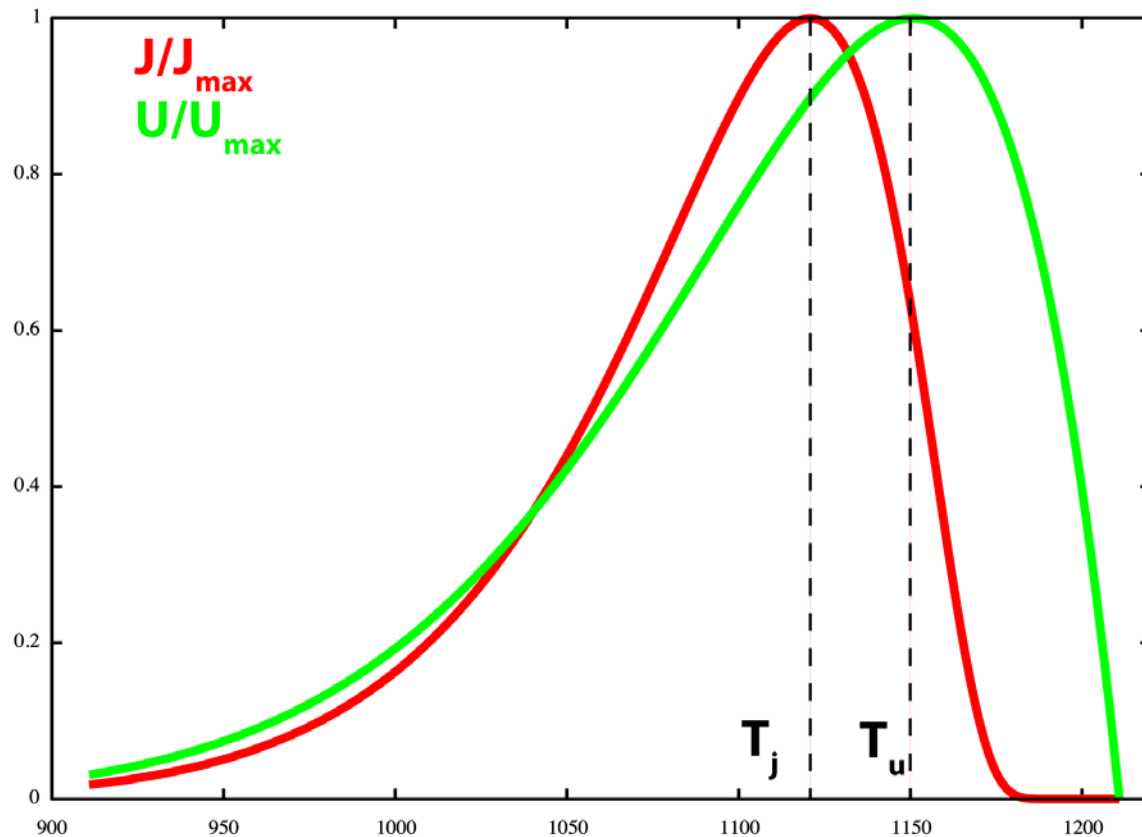
$$n(z = 0, L) = n_{top}(L)$$

- S – площадь поперечного сечения
- V – скорость подъема
- $S^*V = Q$ – расход
- U – скорость роста
- J – скорость нуклеации
- L – длина канала
- z – вертикальная координата

СКОРОСТЬ РОСТА И НУКЛЕАЦИИ

$$I(T) = I_0 \exp\left(-\frac{\Delta G_t}{RT}\right) \exp\left(-\frac{\Delta G_c}{RT}\right); \quad \Delta G_c = \frac{16}{3} \pi \frac{\Sigma^3}{\Delta h_v^2} \frac{T_m^2}{T_m - T}$$

$$U(T) = U_0 \exp\left(-\frac{\Delta G_t}{RT}\right) \left[1 - \exp\left(-\frac{\Delta h_v(T_m - T)}{RT_m T}\right)\right] \quad (5)$$



При определенных
переохлаждениях

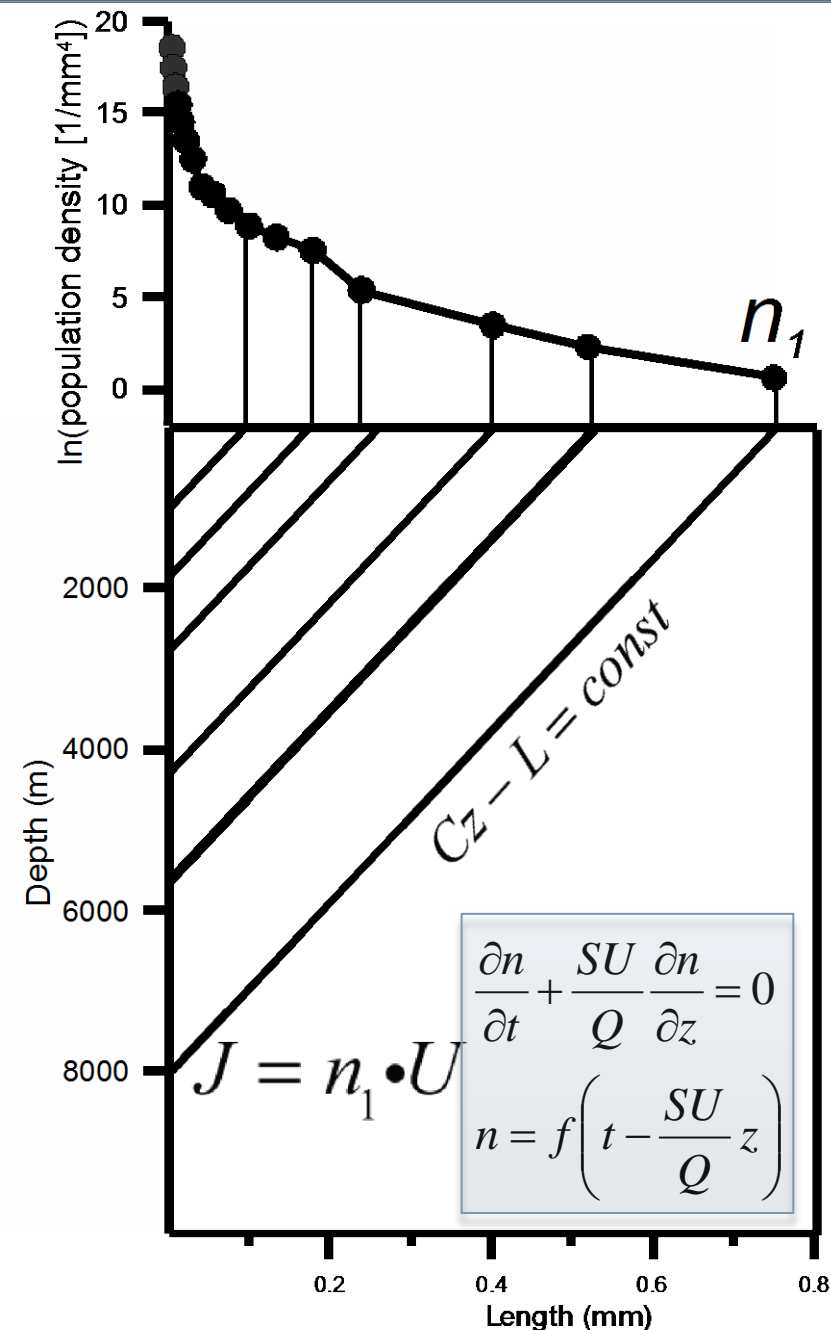
$$\Delta T_u = T_u - T_m$$

и

$$\Delta T_j = T_j - T_m$$

Скорости
нуклеации и роста
максимальны

ПОСТОЯННАЯ СКОРОСТЬ РОСТА И СЕЧЕНИЕ КАНАЛА



- Изотермическое $T = \text{const}$

- Найдем $J(z) = n/U$

- $J = J(\Delta T) \Rightarrow \Delta T$

- $\Delta T = T - T_{\text{liq}}(p) \Rightarrow p(z)$

- Доля кристаллов

$$\beta = \sigma \int_0^{L_{\text{max}}} n(l) l^3 dl; \quad \sigma = \frac{S_c I_c}{L_c^2}$$

- Вязкость $\mu = \mu(p, \beta)$

ПОЛНАЯ МОДЕЛЬ

Предполагаем

$$U = U(p, T, \beta)$$

$$J = J(p, T, \beta)$$

$$V(z) S(z) = Q = \text{const}$$

$$\frac{dp}{dz} = \rho g + \lambda \mu(p, T, \beta) \frac{V(z)}{S(z)}$$

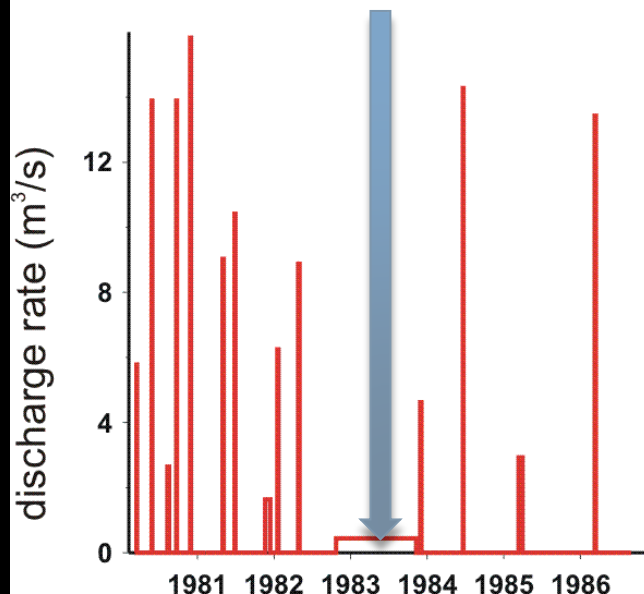
$$\frac{dT}{dz} = \frac{L_*}{C_p} \frac{d\beta}{dz}$$

Модель в канале
может быть более
сложной

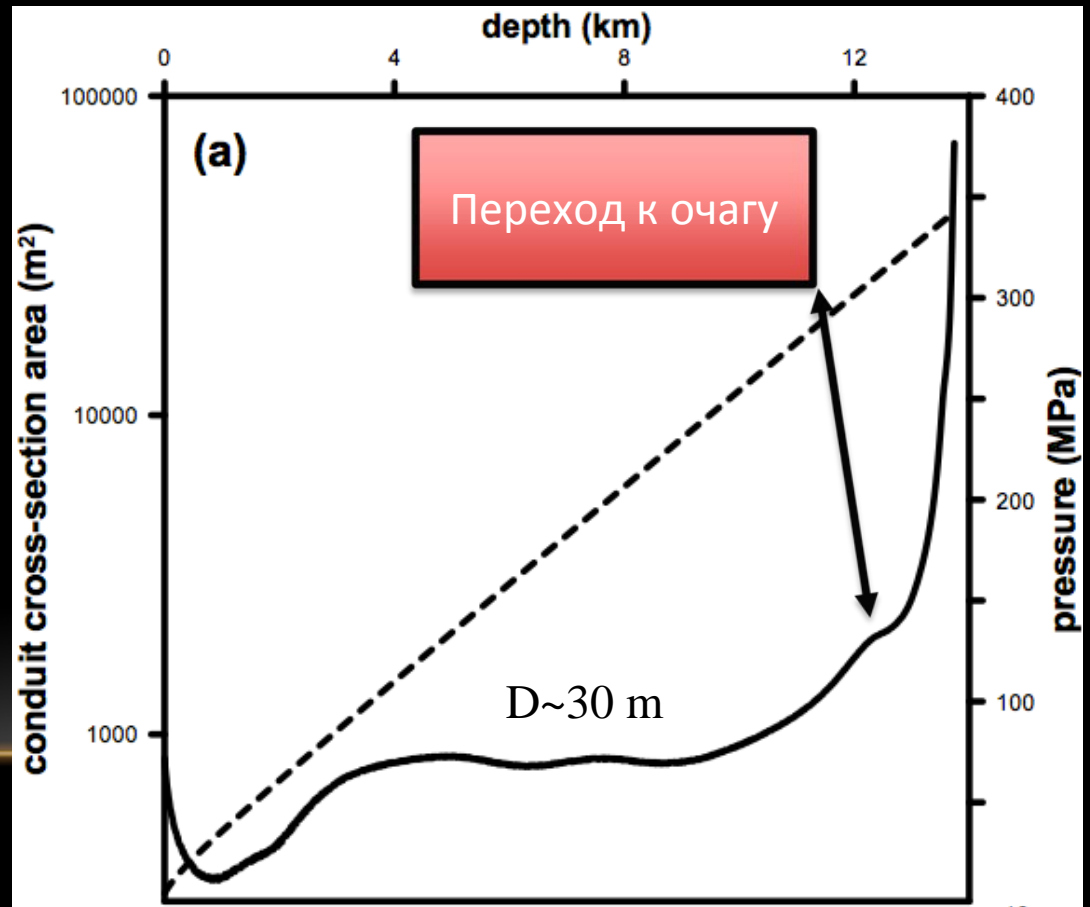
Находим распределения (z)

- Температура
- Давление
- Степень кристаллизации
- Площадь поперечного сечения канала
- Скорости роста и нуклеации
- Вязкость...

ПРИМЕР: МТ ST HELENS, 1983-1984



- Стационарный рост, $Q \sim 0.7 \text{ m}^3/\text{s}$
- кристалличность $\sim 40\%$, PL+OPX



Поздравляем!

