Dale T. Mortensen
“Modeling Matched Job-Worker Flows”

- Модель найма, увольнения и смены работы.
- Описывается динамика занятости, рациональный выбор места работы и стратегии смены работы, равновесие рынка труда.

работодатели

- Различаются производительностью труда на рабочих местах
- Линейная производственная функция
  выпуск на работника $p \in [0, \overline{p}]$
- Предлагает $v(p)$ вакансий

работодатели

Зарплата $w = \beta p + \left(1 - \beta\right) R$

R-минимальная зарплата, на которую согласен работник

(Pissarides (1990) показал, что такая зарплата – равновесие обобщенной модели переговоров Нэша, где β – переговорная сила работника)

работники

Континуум одинаковых работников [0,1]

Ищут работу все время

Незанятые находят вакансию с частотой пуассоновского процесса λs_0

Занятые находят вакансию с частотой пуассоновского процесса $\lambda s(w)$

Интенсивность поиска s связана с издержками $c(s)$

вакансии

Вакансия находит

незанятого работника с вероятностью η_0

занятого работника с вероятностью η_1

Вакансия становится занятой с вероятностью $\eta_0 + \eta_1 G(w)$

G(w) – вероятность того, что случайный работник зарабатывает меньше *w*

увольнения

Пары работодатель–работник распадаются

- увольнение с частотой пуассоновского процесса δ
- переход работника на место с большей зарплатой с вероятностью $\lambda s(w)\left[1-F(w)\right]$

Для работодателя с зарплатой w частота увольнений $\delta+\lambda s(w)\left[1-F(w)\right]$,

где предложение зарплаты *w* имеет вероятностное распределение *F(w)*

Стратегия агента

- Бесконечный горизонт планирования
- Дисконтирование e^{-rt}
- И работники и работодатели максимизируют дисконтированный поток будущих доходов

Поведение работника

- Выбор интенсивности поиска занятыми: уравнение Беллмана

$$rW(w) = \max_{s \geq 0} \Big\{ w - c(s) + \delta \big[U - W(w) \big] +$$

$$+ \lambda s \int_{w}^{\bar{w}} \Big[\max \big\langle W(\tilde{w}), W(w)) \big\rangle - W(w) \Big] dF(\tilde{w}) \Big\}$$

Поведение работника

- Выбор интенсивности поиска занятыми: решение

$$c''(s(w))s'(w) = \frac{-\lambda\left[1 - F(w)\right]}{r + \delta + \lambda s(w)\left[1 - F(w)\right]}$$

при условии $s(\overline{w}) = 0$

Поведение работника

- Выбор интенсивности поиска незанятыми:
- Минимальная зарплата R $\underline{p} = p_{\min} = w^{-1}(R) = R$
- уравнение Беллмана

$$rU = \max_{s \geq 0} \left\{ b - c(s) + \lambda s \int_{\underline{p}}^{\bar{p}} \left[\max \left\langle W(w(\tilde{p})), U \right\rangle - U \right] dF(w(\tilde{p})) \right\}$$

- решение

$$s_0 = s(R) = \arg\max_{s \geq 0} \left\{ \lambda s \int_{R}^{\bar{w}} \left[W(\tilde{w}) - W(R) \right] dF(\tilde{w}) - c(s) \right\}$$

Поведение работодателя

$J(p)$ - ожидаемый поток будущей прибыли

Уравнение Беллмана:

$$rJ(p) = p - w(p) - \delta J(p) - \lambda s\big(w(p)\big)\big[1 - F(w(p))\big]J(p)$$

- Решение *J(p)* положительно только при *p* ≥ *R*

Оптимальное число вакансий

$$v(p) = \arg\max_{v \geq 0}\left\{v\left[\eta_0 + G\big(w(p)\big)\eta_1\right]J(p) - f(v)\right\}$$

Равновесие рынка

- Итак, работодатели и работники действуют оптимально, опираясь на частоты процессов $\lambda s(w), \eta_0, \eta_1$
- Как они связаны между собой?
  - Механизм мэтчинга
  - Условия стационарного состояния

Равновесие рынка: мэтчинг

- Пусть есть функция встреч *M(V,S)*, которая зависит от усилий поиска вакансий *S* и найма *V*

$$V = \int_R^{\bar{p}} v(p)\,d\mu(p), \quad S = us(R) + (1-u)\int_R^{\bar{w}} s(w)\,dG(w)$$

линейно однородная

$$M\left(\frac{V}{S}, 1\right) = m(\theta), \quad \theta = \frac{V}{S}$$

Равновесие рынка: мэтчинг

- Через M(V,S) определяются параметры

$$\lambda s(w) = \frac{s(w)M(V,S)}{s} = s(w)m(\theta),$$

$$\eta_0 = \frac{m(\theta)}{\theta}\left(\frac{us_0}{us(R) + (1-u)\int\limits_R^{w(\bar{p})} s(w)dG(w)}\right),$$

$$\eta_1 = \frac{m(\theta)}{\theta}\left(\frac{\int\limits_R^{\bar{w}} s(w)dG(w)}{us(R) + (1-u)\int\limits_R^{w(\bar{p})} s(w)dG(w)}\right).$$

Равновесие рынка: стационарное состояние

- Осталось найти безработицу *u* и *G(w)*
- В стационарном состоянии

$$u = \frac{\delta}{\delta + \lambda s(R)}$$ - равенство потока работников из незанятых и потока в незанятые

- Распределение зарплат

$$G(w) = \frac{\lambda s(R) F(w) u}{(1-u)\left[\delta + \lambda s(w)\left[1 - F(w)\right]\right]}$$

Равновесие рынка

Равновесие стационарного состояния

- стратегия найма *v(p)*
- стратегия поиска предложений *s(w)*
- плотность рынка *θ*
- распределения *F(w)* и *G(w)*

которые определяются схемой мэтчинга, условиями оптимальности и связью

$$F\left(w(p)\right) = \frac{\int_{R}^{p} v(p)\,d\mu(p)}{\int_{R}^{\bar{p}} v(p)\,d\mu(p)}$$

Динамика найма

- Рассмотрим фирму с производительностью *p*
- Фирма выбирает оптимальный размер штата и начинается поиск работников на эти места

Процесс для численности штата n(t)

- За малый промежуток времени:
  - нанят новый работник или
  - кто-то увольняется или
  - ничего не происходит
- Размер штата {n(t)} можно описать марковской цепью с целочисленными значениями

Процесс для численности штата n(t)

- частота «рождения» $h(p) = \left[\eta_0 + \eta_1 G\left(w(p)\right)\right] v(p)$
- частота «гибели» $d(p) = \delta + \lambda s\left(w(p)\right)\left[1 - F\left(w(p)\right)\right]$
- При $t \to \infty$ распределение n(t) при любом заданном n(0)=n$_0$ сходится к распределению Пуассона со средним

$$E\{n\} = n(p) = \frac{h(p)}{d(p)} = \frac{\left[\eta_0 + \eta_1 G\left(w(p)\right)\right] v(p)}{\delta + \lambda s\left(w(p)\right)\left[1 - F\left(w(p)\right)\right]}$$

Процесс для численности штата n(t): динамика

- Вероятность $P_n(t+\Delta)$ того, что численность штата равна n в момент t

$$P_n\left(t+\Delta\right)=P_{n-1}\left(t\right)h\Delta+P_{n+1}\left(t\right)(n+1)d\Delta+$$
$$+\left[1-h\Delta-dn\Delta\right]P_n\left(t\right)+O\left(\Delta\right)$$

$$P_0\left(t+\Delta\right)=P_1\left(t\right)d\Delta+\left[1-h\Delta\right]P_0\left(t\right)+O\left(\Delta\right)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty}P_n\left(t\right)=1$$

Процесс для численности штата n(t): динамика

- В пределе при $\Delta \to 0$

$$\frac{d}{dt}P_n = \lim_{\Delta \to 0}\left\{\frac{P_n\left(t+\Delta\right)-P_n\left(t\right)}{\Delta}\right\} =$$

$$= hP_{n-1}\left(t\right) + d(n+1)P_{n+1} + (h+nd)P_n$$

$$\frac{d}{dt}P_0 = P_1\left(t\right)d - hP_0$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} P_n\left(t\right) = 1$$

Процесс для численности штата n(t): стационарное состояние

- Стационарное распределение

$$P_n(h,d) = \frac{e^{-h/d}}{n!}\left(\frac{h}{d}\right)^n$$

- Интересный вывод: средний размер предприятия *n* возрастает с ростом производительности *p*

Монетарное и бартерное равновесия в стохастической модели обмена товарами между несколькими агентами.

- Исследователей давно интересовала роль денег в экономике. Почему участники рынка часто предпочитают бартерному обмену обмен на деньги – особый товар, не имеющий сам по себе ценности?
- Американские ученые N.Kiyotaki и R.Wright в работах

  A contribution to the pure theory of money (Journal of Economic Theory (1991)),

  A search-theoretic approach to monetary economics (American Economic Review (1993))

  провели модельное исследование этой проблемы. В их стохастической модели имелось континуум агентов и континуум продуктов. Они показали, что появление денег в экономике ускоряет обмен товарами и увеличивает благосостояние агентов.

- На основе их модели была построена модель экономики с конечным числом агентов. Также, как и у N.Kiyotaki и R.Wright возможны бартерные обмены и обмены на деньги.
- Целью работы было показать, что в равновесии полезность от обмена на деньги больше полезности от бартера за счет ускорения обмена. Также показано, что деньги не одинаково выгодны при разных соотношениях бартерных и денежных обменов.

Описание модели

- Рассматривается сообщество из N идентичных агентов, которые производят и потребляют последовательно по времени единичные объемы одного из континуума наименований продуктов.
- Действия агентов:
  - Производство. В случайные моменты времени предоставляется возможность осуществить проект. Выполнив проект, он получает продукт α. Также, у него появляется представление о желаемом продукте ω, которого у него нет в наличии, но от его потребления он получит наибольшую полезность. **Проект генерирует случайные продукты и цели (α,ω) равномерно распределенные по окружности длины 2.**

  - Потребление. Произведенный продукт нельзя потреблять. Но можно выменять на продукт потребления. Выполнив проект, он должен обменяться тем что произвел с другим агентом.

  - Обмен. Нужно согласие обоих агентов. Возможность обмена появляется у участника рынка случайно – он случайно встречается с контрагентом.

Обмен

- Бартерный обмен. Полезность от операции есть функция $u(\alpha, \omega)$, убывающая с расстоянием между α и ω. Обменявшись, агенты потребляют то, что получили и переходят в состояние производства.

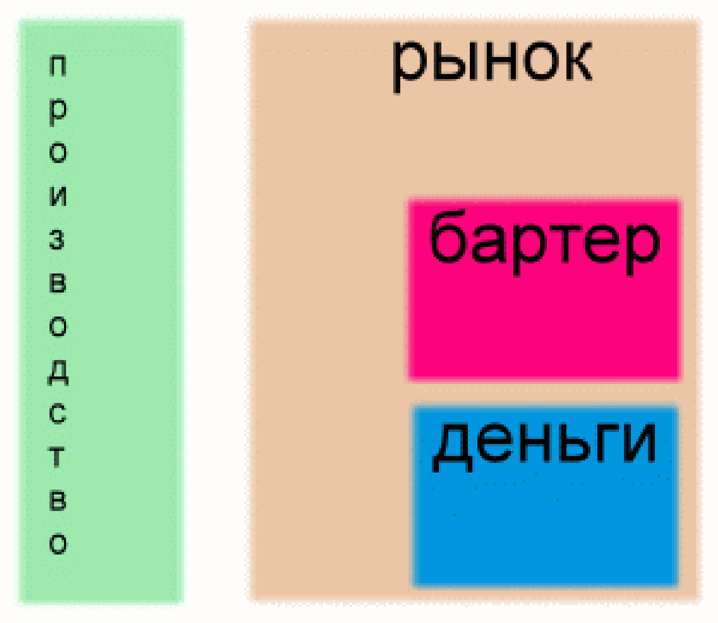
- Обмен на деньги. Продукт можно поменять на единицу денег. Агент, отдавший деньги потребляет продукт и уходит с рынка в производство. Агент, получивший деньги, остается на рынке.

Монетарная экономика

- К имеющимся ***N*** агентам добавляется фиксированное число ***m*** агентов, наделенное деньгами (каждый по единице).
- Деньги отличны от всех продуктов и не имеют собственной полезности.
- Агент, получивший деньги, остается на рынке. Таким образом, число агентов с деньгами постоянно.
- Требования обязательности и однократности обменов сохраняются.

Переходы между состояниями

- Агент может находиться в одном из трех состояний:
  - ОП – ожидание проекта;
  - ОО(α,ω) – ожидание обмена с продуктом α и интересом ω;
  - ОД(ω) – ожидание обмена с деньгами и интересом ω.



$\frac{M}{2}$

Переходы между состояниями

Моменты смены состояний

- Моменты появления проектов у агента i є (1,..,N+m) образуют пуассоновский процесс $\xi_{i,i}(t)$, свой у каждого агента не зависящий от остальных процессов модели. Частота Λ одинакова для всех агентов.
- Моменты возможных обменов пары агентов (i, j), i≠j образуют пуассоновский процесс $\xi_{i,j}(t)$, свой у каждой пары и не зависящий от остальных процессов модели. Частота   одинакова для всех пар (i, j) агентов.

$$\frac{M}{2}$$

Цель агента

- Агент оценивает результат своих действий значением ожидаемой дисконтированной полезности

$$K = \underset{?}{\mathsf{E}}\left\{\sum_{\tau_k > t} \mathrm{e}^{-r(t-\tau_k)} u(\beta(\tau_k), \omega(\tau_k))\right\}$$

где τ_k – моменты будущих смен состояний, r – предпочтение времени.

- Чтобы вычислить математическое ожидание, нужно построить марковский процесс. Стратегия агента зависит от состояния экономики – распределения агентов по состояниям – точки в прямом произведении состояний каждого агента.

Построение модели

Значение стратегии есть точка в прямом произведении множества последовательностей скачков и состояния агента. Множество стратегий сложное, и для того, чтобы упростить задачу поиска оптимальной стратегии, используем другой способ анализа модели.

- Сначала выберем простой класс стратегий.
- Затем выберем описание состояния экономики, удовлетворяющее этому классу стратегий.
- Выберем подходящие информационные ограничения так, чтобы оптимальная стратегия принадлежала этому простому классу.

Процесс изменения числа агентов с продуктом, n(t)

- Пусть вероятность бартерного обмена θ и продажи δ постоянны.
- Пусть p(t,n) – вероятность что в момент времени t ровно n агентов – продавцы продукта.
- Рассмотрим **производящую функцию**

$$E\{z^{n(t)}\} = \sum_{k=0}^{N} p(t,k) z^k = \Phi(t,z)$$

- Ее эволюция

$$(E\{z^{n(t+dt)}\}, \{n(t)=k\}) = \left(1 - \Lambda (N-k)\,dt - \frac{\theta\, M\, k\,(k-1)\,dt}{2} - \frac{\delta\, M\, k\, m\, dt}{2}\right) z^k$$

$$+ (N-k)\,\Lambda\, dt\, z^{(k+1)} + \frac{\theta\, M\, k\,(k-1)\,dt\, z^{(k-2)}}{2} + \frac{\delta\, M\, k\, m\, dt\, z^{(k-1)}}{2}$$

- После усреднения по k

$$\frac{\partial}{\partial t}\Phi(t,z) = -\Lambda N(1-z)\Phi(t,z) + \left(1-z\right)\left(\Lambda z + \frac{\delta M m}{2}\right)\frac{\partial \Phi(t,z)}{\partial z} + \frac{1}{2}\theta M(1-z^2)\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2}\Phi(t,z)\right)$$

- Описанный выше марковский процесс имеет конечное число состояний. Вероятность перехода за конечное время из любого состояния n_1 в n_2 не нулевая. Значит процесс эргодический и любое распределение p(t,n) сходится к единственному стационарному p(n).

Стационарное уравнение числа агентов.

- $p(t,k)=p(k)$. Введем **производящую функцию** стационарного распределения – полином.

$$P(z)=\sum_{k=0}^{N} p(k) z^k$$

- Вырожденное гипергеометрическое уравнение

$$0=\Lambda\, N\, \mathrm{P}(z)+\left(-\Lambda\, z-\frac{\delta\, \mathrm{M}\, m}{2}\right)\left(\frac{d}{dz}\mathrm{P}(z)\right)-\frac{1}{2}(z+1)\,\theta\, \mathrm{M}\left(\frac{d^2}{dz^2}\mathrm{P}(z)\right)$$

- Первое граничное условие – $P(1)=1$
- Второе граничное условие – ограниченность в окрестности точки z=-1.

- Заменой $P(z)=a(z)H(z)$ убираем затухание

$$\frac{d^2}{dz^2}H(z)=\frac{1}{4}\frac{H(z)\delta^2\mu^2N^2}{\theta^2(z+1)^2}+F(z),\quad F(z)=\left(\frac{z^2\lambda^2+\lambda\theta}{\theta^2(z+1)^2}+\frac{(2z\delta\mu\lambda+4\lambda z\theta-\mu\delta\theta+4\lambda\theta}{2\theta^2(z+1)^2}\right)H(z)$$

$$\Lambda=\lambda\mathrm{M},\qquad m=\mu N$$

$$\mathrm{H}(z)=2^{(-a)}(z+1)^{\left(1/2+\frac{L}{2}\right)}\mathbf{e}^{\left(\frac{\lambda}{\theta}\right)}\qquad+\frac{1}{2}\left(\frac{2^{(-L)}(z+1)^{\left(1/2+\frac{L}{2}\right)}}{\mu\, L\,\delta\,\theta^2}\int_{-1}^{1}(y+1)^{\left(-3/2+\frac{L}{2}\right)}\mathrm{H}(y)\,\mathrm{R}(y)\,dy\right)$$

$$-\frac{1}{2}\left(\frac{(z+1)^{\left(1/2+\frac{L}{2}\right)}}{\mu\, L\,\delta\,\theta^2}\int_{z}^{1}\mathrm{H}(y)\,\mathrm{R}(y)\,(y+1)^{\left(-3/2-\frac{L}{2}\right)}dy\right)$$

$$-\frac{1}{2}\left(\frac{(z+1)^{\left(1/2-\frac{L}{2}\right)}}{\mu\, L\,\delta\,\theta^2}\int_{-1}^{z}(y+1)^{\left(-3/2+\frac{L}{2}\right)}\mathrm{H}(y)\,\mathrm{R}(y)\,dy\right)$$

$$P(z)+\boxed{\frac{(z+1)^{a}e^{-\frac{\lambda z}{\theta}}}{2\mu\delta\theta^{2}L}\int_{z}^{1}(y+1)^{(-1-a)}R(y)P(y)e^{\frac{\lambda y}{\theta}}dy}=$$

$$=-\frac{(z+1)^{a-L}e^{-\frac{\lambda z}{\theta}}}{2\mu\delta\theta^{2}L}\int_{-1}^{z}(y+1)^{(L-1-a)}R(y)P(y)e^{\frac{\lambda y}{\theta}}dy+$$

$$+\frac{2^{-L}(z+1)^{a}e^{-\frac{\lambda z}{\theta}}}{2\mu\delta\theta^{2}L}\int_{-1}^{1}(y+1)^{(L-1-a)}R(y)P(y)e^{\frac{\lambda y}{\theta}}dy -$$

$$+2^{-a}(z+1)^{a}e^{(-\frac{\lambda z}{\theta}+\frac{\lambda}{\theta})}$$

$$P(z)+\frac{(z+1)^{a}e^{-\frac{\lambda z}{\theta}}}{2\mu\delta\theta^{2}L}\int_{z}^{1}(y+1)^{(-1-a)}R(y)P(y)e^{\frac{\lambda y}{\theta}}dy=S(z)$$

- Вернемся к уравнению относительно P(z). Это уравнение вида

$$P() = \Psi(P()) + f()$$

с малым по N коэффициентом сжатия

$$\| \Psi(P()) \| \le \kappa \| P() \|$$

где $\kappa < 1$

- Тогда решение интегрального уравнения можно найти с помощью итераций

$$P() = \left(\sum_{n=0}^{m-1} (\Psi^n)(f()) \right) + r_m()$$

где

$$r_m = \sum_{n=m+1}^{\infty} (\Psi^n)(f())$$

- Оценка ошибки приближения

$$\| r_m() \| \le \frac{\kappa^m \| f() \|}{1-\kappa}$$

κ порядка $\frac{1}{N}$.

Задача оптимизации действий агента.

- Кинетическое уравнение составлено в предположении известных параметров δ и θ. Как они определяются: процесс должен быть самосогласованным. Агенты формируют распределение на рынке торговцев. δ и θ должны быть оптимальными для каждого агента, решать задачу максимизации.
- Для упрощения задачи вводится информационное ограничение. Агент не знает, сколько людей на рынке, но он знает, что он на рынке. Решая задачу максимизации он усредняет по условным вероятностям нахождения других агентов на рынке.

$$\pi(k) = \begin{cases} 0 & k = 0 \\ \dfrac{p(k)}{\sum_{m=1}^{N} p(m)} & 1 \le k \end{cases}$$

- Для описания задачи максимизации составляются уравнения Беллмана.

- Ожидаемые полезности не зависят от состояния.

$$K(О\Pi)=V \qquad K(ОО(\alpha,\omega))=V+b \qquad K(ОД(\omega))=V+d$$

$$\mathbf{K}(О\Pi) = (1-\Lambda\, dt)\,\mathbf{K}(О\Pi)\,\mathbf{e}^{(-r\,dt)} + \Lambda\, dt\,\mathbf{K}(\mathrm{ОО}(\alpha,\omega))\,\mathbf{e}^{(-r\,dt)}$$

$$\mathbf{K}(\mathrm{ОО}(\alpha,\omega)) = \sum_{k=1}^{N} \pi(k)\,(\mathbf{K}(\mathrm{ОО}(\alpha,\omega)) + (-\mathbf{K}(\mathrm{ОО}(\alpha,\omega))\,r$$
$$-(k+m-1)\,\mathrm{M}\,\mathbf{K}(\mathrm{ОО}(\alpha,\omega)) + (k-1)\,\mathrm{M}\,\mathbf{K}(\mathrm{БАР}(\alpha,\omega)) + m\,\mathrm{M}\,\mathbf{K}(\mathrm{ДЕН}(\alpha,\omega)))\,dt)$$

$$\mathbf{K}(\mathrm{ОД}(\omega)) = \sum_{k=1}^{N} \pi(k)\,(\mathbf{K}(\mathrm{ОД}(\omega)) + (-\mathbf{K}(\mathrm{ОД}(\omega))\,r - k\,\mathrm{M}\,\mathbf{K}(\mathrm{ОД}(\omega)) + k\,\mathrm{M}\,\mathbf{K}(\mathrm{НЕД}(\alpha,\omega)))\,dt)$$

- **Бартерный обмен.**

  Агент с (α,ω) согласен. Сделка состоится - получит $u(\beta,\omega)+K(О\!П)$,
  не состоится $K(OO(\alpha,\omega))$.

  В среднем $\int \max[u(\beta,\omega)+K(О\!П),K(OO(\alpha,\omega))]d\beta = V+U(b)$

  $U(\Delta)=\int \max[\Delta,u(\beta,\omega)]d\beta$ не зависит от ω.

  Вероятность согласия на сделку $\Theta=\int \mathrm{I}(u(\beta,\omega)-b)d\beta = 1-U'(b)$

  Вероятность сделки $\theta=\Theta^2$

  Поэтому $K(БАР(\alpha,\omega))=\theta(V+U(b))+(1-\theta)(V+b)$
- **Продажа**

  Продавец в состоянии $OO(\alpha,\omega)$ при продаже получит $V+d$, при отказе $V+b$. Либо всегда продавать, либо покупать.

  В среднем $V+\max[d,b]$

  Вероятность согласия $\mathrm{I}(d-b)$ - функция Хевисайда.
- **Покупка**

  Покупатель, в состоянии $ОД(\omega1)$ купив α, получит $V+u(\alpha,\omega1)$, при отказе $V+d$.

  Согласится на покупку с вероятностью $\int \mathrm{I}(u(\alpha,\omega1)-d)d\alpha = 1-U'(d)$

  Продавец согласен – в среднем у покупателя $\int \max[u(\alpha,\omega1)+K(О\!П),K(ОД(\omega1))]d\alpha = V+U(d)$

  Вероятность сделки покупки-продажи $\delta=\mathrm{I}(d-b)\left(1-U'(d)\right)$
- Полезность покупки $K(НЕД(\alpha,\omega))=\mathrm{I}(d-b)(V+U(d))$
- Полезность продажи $K(ДЕН(\alpha,\omega))=(V+\max(d,b))\delta+(V+b)(1-\delta)$

Система уравнений модели.

После преобразований получена система, описывающая модель. Ее решение проводилось поэтапно.

- При известных δ, θ решить кинетическое уравнение.

$$0 = \left(-\lambda z - \frac{\delta m}{2}\right)\left(\frac{d}{dz}P(z)\right) + \lambda N P(z) - \frac{1}{2}\theta (z+1)\left(\frac{d^2}{dz^2}P(z)\right) \qquad P(1) = 1$$

- Найти параметр π.

$$D(P)(1) = (\pi + 1)(1 - P(0))$$

- Задать функцию полезности. В данной работе это степенная функция.

$$U(\Delta) = \int \max(\Delta, u(\alpha, \omega))\, d\alpha$$

- Решить задачу оптимизации отдельного агента при данных δ, θ.

$$0 = -\frac{\lambda b}{\rho} - d + \frac{\lambda (\pi + 1)\, b\, l(d - b)}{(\rho + \pi + 1)\rho} + \frac{(\pi + 1)\, l(d - b)\, U(d)}{\rho + \pi + 1}$$

$$0 = (-\theta \pi - \delta m - \lambda - \rho)\, b + m \delta d + \theta \pi U(b)$$

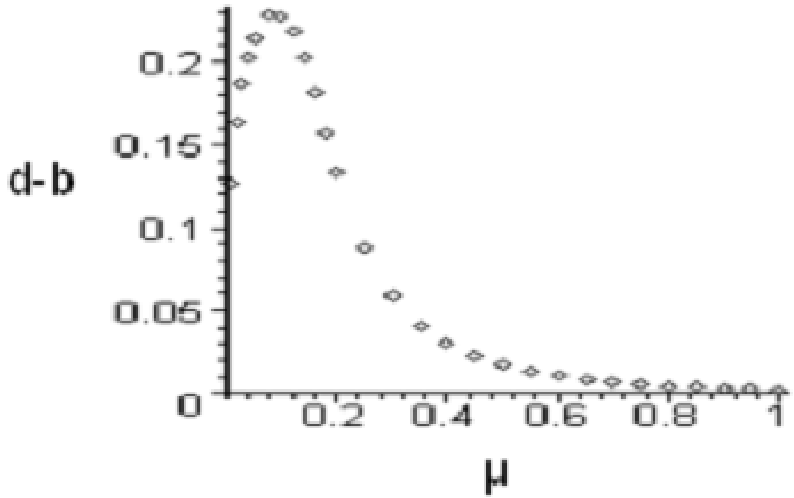
- Эти параметры должны быть самосогласованными.

$$\delta = l(d - b)(1 - D(U)(d))$$

$$\theta = (1 - D(U)(b))^2$$

Результаты.

Численно была получена зависимость полезности бартерного и денежного обмена от соотношения μ участников рынка, обладающих деньгами и обладающих продуктом.



Разность полезности денежного и бартерного обмена от доли торговцев с деньгами. Частоты появления проектов и встреч одинаковы.

Существует оптимальное число посредников, при котором деньги наиболее эффективны как средство обмена.