

Операторно монотонные функции

А.Б. Александров

Функция $f : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ называется операторно возрастающей, если для любых самосопряжённых операторов A и B со спектрами в интервале (a, b) выполняется следующая импликация:

$$A \leq B \implies f(A) \leq f(B). \quad (1)$$

В докладе будет дано доказательство классической теоремы Лёвнера об описании операторно монотонных функций.

Предполагается затронуть и ряд других близких вопросов. В частности, будут рассмотрены следующие два вопроса, которые по существу также были изучены Лёвнером.

1. Что изменится, если открытый интервал (a, b) заменить произвольным подмножеством вещественной прямой?

2. Как описать матрично возрастающие функции порядка n ?

Функция $f : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ называется матрично возрастающей функцией порядка n , если импликация (1) выполняется для всех матриц A и B размеров $n \times n$ с собственными значениями в интервале (a, b) .