

p -РАСШИРЕНИЯ ЛОКАЛЬНЫХ ПОЛЕЙ С ГРУППОЙ ГАЛУА КЛАССА НИЛЬПОТЕНТНОСТИ $< p$

В.А. Абрашкин

Москва, 3 июня, 2013

ОТСТУПЛЕНИЕ 1: ВКЛАД p -АДИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ХОДЖА

Полустабильный случай гипотезы Шафаревича

ТЕОРЕМА (*Doc. Math.* 2013). Если Y проективное алгебраическое многообразие с хорошей редукцией вне 3 и полустабильной редукцией по модулю 3 то $h^2(Y_{\mathbb{C}}) = h^{1,1}(Y_{\mathbb{C}})$.

В частности,

- не существует таких нетривиальных абелевых многообразий Y (*Brumer-Kramer*, 2001);
- теорема применима к многим другим многообразиям, напр., к КЗ-поверхностям;
- д-во основано на модификации теории (*Ch. Breuil*) полустабильных p -адических представлений

ОТСТУПЛЕНИЕ 1: ВКЛАД p -АДИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ХОДЖА

Полустабильный случай гипотезы Шафаревича

ТЕОРЕМА (*Doc. Math.* 2013). Если Y проективное алгебраическое многообразие с хорошей редукцией вне 3 и полустабильной редукцией по модулю 3 то $h^2(Y_{\mathbb{C}}) = h^{1,1}(Y_{\mathbb{C}})$.

В частности,

- не существует таких нетривиальных абелевых многообразий Y (*Brumer-Kramer*, 2001);
- теорема применима к многим другим многообразиям, напр., к $K3$ -поверхностям;
- д-во основано на модификации теории (*Ch. Breuil*) полустабильных p -адических представлений

ОТСТУПЛЕНИЕ 2: ВКЛАД ФУНКТОРА ПОЛЕ НОРМ

Общий закон взаимности

- *The field-of-norms functor and the Hilbert symbol for higher local fields, JNTB, 2012, no.1 (совм. с R.Jenni)*

— Для любого бесконечного APF -расширения $\tilde{F}$ поля F ,

$$\mathrm{Hilb}(\alpha, \beta) = \zeta_M^{\mathcal{F}(\hat{\alpha}(t), \hat{\beta}(t))}$$

где $\alpha, \beta \in F^*$, $\hat{\alpha}(\pi_F) = \alpha$, $\hat{\beta}(\pi_F) = \beta$

Здесь для простоты F — одномерное лок. поле, а $\mathcal{F}$ получается из стандартного ERL в характеристике p :

$$[f, g] \mapsto \mathrm{Tr}(\mathrm{Res}(f d_{\log} g))$$

ОТСТУПЛЕНИЕ 2: ВКЛАД ФУНКТОРА ПОЛЕ НОРМ

Общий закон взаимности

- *The field-of-norms functor and the Hilbert symbol for higher local fields, JNTB, 2012, no.1 (совм. с R.Jenni)*

— Для любого бесконечного APF -расширения $\tilde{F}$ поля F ,

$$\mathrm{Hilb}(\alpha, \beta) = \zeta_M^{\mathcal{F}(\hat{\alpha}(t), \hat{\beta}(t))}$$

где $\alpha, \beta \in F^*$, $\hat{\alpha}(\pi_F) = \alpha$, $\hat{\beta}(\pi_F) = \beta$

Здесь для простоты F — одномерное лок. поле, а $\mathcal{F}$ получается из стандартного ERL в характеристике p :

$$[f, g] \mapsto \mathrm{Tr}(\mathrm{Res}(f d_{\log} g))$$

ОТСТУПЛЕНИЕ 2: ВКЛАД ФУНКТОРА ПОЛЕ НОРМ

Общий закон взаимности

- *The field-of-norms functor and the Hilbert symbol for higher local fields*, JNTB, 2012, no.1 (совм. с R.Jenni)

— Для любого бесконечного APF -расширения $\tilde{F}$ поля F ,

$$\mathrm{Hilb}(\alpha, \beta) = \zeta_M^{\mathcal{F}(\hat{\alpha}(t), \hat{\beta}(t))}$$

где $\alpha, \beta \in F^*$, $\hat{\alpha}(\pi_F) = \alpha$, $\hat{\beta}(\pi_F) = \beta$

Здесь для простоты F — одномерное лок. поле, а $\mathcal{F}$ получается из стандартного ERL в характеристике p :

$$[f, g] \mapsto \mathrm{Tr}(\mathrm{Res}(f d_{\log} g))$$

ОТСТУПЛЕНИЕ 3: ВКЛАД K -ТЕОРИИ

Явная формула Брюкнера-Востокова — частный случай для $\tilde{F} = F(\sqrt[p^\infty]{\pi_F})$

— Короткое д-во этой ф-лы: $\text{Hilb}(\alpha, \beta) = \text{BV}(\hat{\alpha}, \hat{\beta})$

а) $\text{BV}, \text{Hilb} \in \text{Hom}(K_2(F), \mathbb{Z}/p^M) \simeq \mathbb{Z}/p^M$ — циклична (!)
стандартный факт из K -теории лок. полей;

б) BV и Hilb совпадают в (π_F, η_M) , где η_M — p^M -примарный элемент

ОТСТУПЛЕНИЕ 3: ВКЛАД K -ТЕОРИИ

Явная формула Брюкнера-Востокова — частный случай для $\tilde{F} = F(\sqrt[p^\infty]{\pi_F})$

— Короткое д-во этой ф-лы: $\text{Hilb}(\alpha, \beta) = \text{BV}(\hat{\alpha}, \hat{\beta})$

а) $\text{BV}, \text{Hilb} \in \text{Hom}(K_2(F), \mathbb{Z}/p^M) \simeq \mathbb{Z}/p^M$ — циклична (!)
стандартный факт из K -теории лок. полей;

б) BV и Hilb совпадают в (π_F, η_M) , где η_M — p^M -примарный элемент

p -РАСШИРЕНИЯ ЛОКАЛЬНЫХ ПОЛЕЙ С ГРУППОЙ ГАЛУА КЛАССА НИЛЬПОТЕНТНОСТИ $< p$

В.А. Абрашкин

Москва, 3 июня, 2013

K — поле, $\Gamma_K = \text{Gal}(K_{\text{sep}}/K)$

- задание $g \in \Gamma_K \equiv$

$\equiv$ согласованные K -автоморфизмы норм. расш. поля K

- абелев уровень: теория полей классов локальных полей $\mapsto$ явные ф-лы для символов Гильберта или Шмидта

- уровень p -расширений:

- если $\text{char} K = p$ (напр., $K = \mathbb{F}_q((t))$) то $\Gamma_K(p)$ свободна

- если $[K : \mathbb{Q}_p] < \infty$, $\zeta_p \in K$ то $\Gamma_K(p)$ имеет кон.число образующих и одно соотношение

- Что дальше?

K — поле, $\Gamma_K = \text{Gal}(K_{\text{sep}}/K)$

- задание $g \in \Gamma_K \equiv$

$\equiv$ согласованные K -автоморфизмы норм. расш. поля K

- абелев уровень: теория полей классов локальных полей $\mapsto$ явные ф-лы для символов Гильберта или Шмидта

- уровень p -расширений:

— если $\text{char} K = p$ (напр., $K = \mathbb{F}_q((t))$) то $\Gamma_K(p)$ свободна

— если $[K : \mathbb{Q}_p] < \infty$, $\zeta_p \in K$ то $\Gamma_K(p)$ имеет кон.число образующих и одно соотношение

- Что дальше?

K — поле, $\Gamma_K = \text{Gal}(K_{\text{sep}}/K)$

- задание $g \in \Gamma_K \equiv$

$\equiv$ согласованные K -автоморфизмы норм. расш. поля K

- абелев уровень: теория полей классов локальных полей $\mapsto$ явные ф-лы для символов Гильберта или Шмидта

- уровень p -расширений:

— если $\text{char} K = p$ (напр., $K = \mathbb{F}_q((t))$) то $\Gamma_K(p)$ свободна

— если $[K : \mathbb{Q}_p] < \infty$, $\zeta_p \in K$ то $\Gamma_K(p)$ имеет кон.число образующих и одно соотношение

- Что дальше?

K — поле, $\Gamma_K = \text{Gal}(K_{\text{sep}}/K)$

- задание $g \in \Gamma_K \equiv$

$\equiv$ согласованные K -автоморфизмы норм. расш. поля K

- абелев уровень: теория полей классов локальных полей $\mapsto$ явные ф-лы для символов Гильберта или Шмидта

- уровень p -расширений:

— если $\text{char} K = p$ (напр., $K = \mathbb{F}_q((t))$) то $\Gamma_K(p)$ свободна

— если $[K : \mathbb{Q}_p] < \infty$, $\zeta_p \in K$ то $\Gamma_K(p)$ имеет кон.число образующих и одно соотношение

- Что дальше?

K — поле, $\Gamma_K = \text{Gal}(K_{\text{sep}}/K)$

- задание $g \in \Gamma_K \equiv$

$\equiv$ согласованные K -автоморфизмы норм. расш. поля K

- абелев уровень: теория полей классов локальных полей $\mapsto$ явные ф-лы для символов Гильберта или Шмидта

- уровень p -расширений:

— если $\text{char} K = p$ (напр., $K = \mathbb{F}_q((t))$) то $\Gamma_K(p)$ свободна

— если $[K : \mathbb{Q}_p] < \infty$, $\zeta_p \in K$ то $\Gamma_K(p)$ имеет кон.число образующих и одно соотношение

- Что дальше?

ПОДГРУППЫ ВЕТВЛЕНИЯ

K — локальное 1-мерное, $[L : K] < \infty$

Для $x > 0$, $g \in \Gamma_{L/K, x}$ означает $v_L(g\pi_L - \pi_L) \geq x + 1$

$\Gamma_{L/K, x} = \Gamma_{L/K}^{(v)}$, $v = \varphi_{L/K}(x)$ — ф-я Эрбрана

$$\Gamma_K^{(v)} = \varprojlim_L \Gamma_{L/K}^{(v)}$$

- Как описать фильтрацию ветвления $\{\Gamma_K^{(v)}\}_{v \geq 0}$?

ПОДГРУППЫ ВЕТВЛЕНИЯ

K — локальное 1-мерное, $[L : K] < \infty$

Для $x > 0$, $g \in \Gamma_{L/K, x}$ означает $v_L(g\pi_L - \pi_L) \geq x + 1$

$\Gamma_{L/K, x} = \Gamma_{L/K}^{(v)}$, $v = \varphi_{L/K}(x)$ — ф-я Эрбрана

$$\Gamma_K^{(v)} = \varprojlim_L \Gamma_{L/K}^{(v)}$$

- Как описать фильтрацию ветвления $\{\Gamma_K^{(v)}\}_{v \geq 0}$?

ПОДГРУППЫ ВЕТВЛЕНИЯ

K — локальное 1-мерное, $[L : K] < \infty$

Для $x > 0$, $g \in \Gamma_{L/K, x}$ означает $v_L(g\pi_L - \pi_L) \geq x + 1$

$\Gamma_{L/K, x} = \Gamma_{L/K}^{(v)}$, $v = \varphi_{L/K}(x)$ — ф-я Эрбрана

$$\Gamma_K^{(v)} = \varprojlim_L \Gamma_{L/K}^{(v)}$$

- Как описать фильтрацию ветвления $\{\Gamma_K^{(v)}\}_{v \geq 0}$?

ОТОЖД. НИЛЬП. ТЕОРИИ АРТИНА-ШРАЙЕРА

Пусть $\mathcal{K} = k((t))$, $k \simeq \mathbb{F}_{p^{N_0}}$

Первый центральный шаг $\equiv$ ур-я Артина-Шрайера
 $T_a^p - T_a = \alpha t^{-a}$, здесь $(a, p) = 1$ или $a = 0$

- Эквивалентность категорий:

- $\mathcal{L}$ — $\mathbb{F}_p$ -алгебра Ли, $C_p(\mathcal{L}) = 0 \mapsto p$ -группа $G(\mathcal{L}) = \mathcal{L}$ с операцией Кэмпбелла-Хаусдорфа:

$$\exp(h_1)\exp(h_2) = \exp(h_1 \circ h_2) \bmod \deg p, \text{ т.е.}$$

$$h_1 \circ h_2 = h_1 + h_2 + (1/2)[h_1, h_2] + \dots$$

- Аналог теории А-Ш $\mapsto \Gamma_{\mathcal{K},1} := \Gamma_{\mathcal{K}}/\Gamma_{\mathcal{K}}^p C_p(\Gamma_{\mathcal{K}}) \simeq G(\mathcal{L})$

- $\tilde{\mathcal{L}}$ — своб. $\mathbb{F}_p$ -алгебра Ли с обр. $\mathcal{K}^*/\mathcal{K}^{*p}$, $\mathcal{L} = \tilde{\mathcal{L}}/C_p(\tilde{\mathcal{L}})$

ОТОЖД. НИЛЬП. ТЕОРИИ АРТИНА-ШРАЙЕРА

Пусть $\mathcal{K} = k((t))$, $k \simeq \mathbb{F}_{p^{N_0}}$

Первый центральный шаг $\equiv$ ур-я Артина-Шрайера
 $T_a^p - T_a = \alpha t^{-a}$, здесь $(a, p) = 1$ или $a = 0$

- Эквивалентность категорий:

- $\mathcal{L}$ — $\mathbb{F}_p$ -алгебра Ли, $C_p(\mathcal{L}) = 0 \mapsto p$ -группа $G(\mathcal{L}) = \mathcal{L}$ с операцией Кэмпбелла-Хаусдорфа:

$$\exp(h_1)\exp(h_2) = \exp(h_1 \circ h_2) \bmod \deg p, \text{ т.е.}$$

$$h_1 \circ h_2 = h_1 + h_2 + (1/2)[h_1, h_2] + \dots$$

- Аналог теории А-Ш $\mapsto \Gamma_{\mathcal{K},1} := \Gamma_{\mathcal{K}}/\Gamma_{\mathcal{K}}^p C_p(\Gamma_{\mathcal{K}}) \simeq G(\mathcal{L})$

- $\tilde{\mathcal{L}}$ — своб. $\mathbb{F}_p$ -алгебра Ли с обр. $\mathcal{K}^*/\mathcal{K}^{*p}$, $\mathcal{L} = \tilde{\mathcal{L}}/C_p(\tilde{\mathcal{L}})$

ОТОЖД. НИЛЬП. ТЕОРИИ АРТИНА-ШРАЙЕРА

Пусть $\mathcal{K} = k((t))$, $k \simeq \mathbb{F}_{p^{N_0}}$

Первый центральный шаг $\equiv$ ур-я Артина-Шрайера
 $T_a^p - T_a = \alpha t^{-a}$, здесь $(a, p) = 1$ или $a = 0$

- Эквивалентность категорий:

- $\mathcal{L}$ — $\mathbb{F}_p$ -алгебра Ли, $C_p(\mathcal{L}) = 0 \mapsto p$ -группа $G(\mathcal{L}) = \mathcal{L}$ с операцией Кэмпбелла-Хаусдорфа:

$$\exp(h_1)\exp(h_2) = \exp(h_1 \circ h_2) \bmod \deg p, \text{ т.е.}$$

$$h_1 \circ h_2 = h_1 + h_2 + (1/2)[h_1, h_2] + \dots$$

- Аналог теории А-Ш $\mapsto \Gamma_{\mathcal{K},1} := \Gamma_{\mathcal{K}}/\Gamma_{\mathcal{K}}^p C_p(\Gamma_{\mathcal{K}}) \simeq G(\mathcal{L})$

- $\tilde{\mathcal{L}}$ — своб. $\mathbb{F}_p$ -алгебра Ли с обр. $\mathcal{K}^*/\mathcal{K}^{*p}$, $\mathcal{L} = \tilde{\mathcal{L}}/C_p(\tilde{\mathcal{L}})$

ОТОЖД. НИЛЬП. ТЕОРИИ АРТИНА-ШРАЙЕРА

Пусть $\mathcal{K} = k((t))$, $k \simeq \mathbb{F}_{p^{N_0}}$

Первый центральный шаг $\equiv$ ур-я Артина-Шрайера

$T_a^p - T_a = \alpha t^{-a}$, здесь $(a, p) = 1$ или $a = 0$

- Эквивалентность категорий:

- $\mathcal{L}$ — $\mathbb{F}_p$ -алгебра Ли, $C_p(\mathcal{L}) = 0 \mapsto p$ -группа $G(\mathcal{L}) = \mathcal{L}$ с операцией Кэмпбелла-Хаусдорфа:

$$\exp(h_1)\exp(h_2) = \exp(h_1 \circ h_2) \bmod \deg p, \text{ т.е.}$$

$$h_1 \circ h_2 = h_1 + h_2 + (1/2)[h_1, h_2] + \dots$$

- Аналог теории А-Ш $\mapsto \Gamma_{\mathcal{K},1} := \Gamma_{\mathcal{K}}/\Gamma_{\mathcal{K}}^p C_p(\Gamma_{\mathcal{K}}) \simeq G(\mathcal{L})$

- $\tilde{\mathcal{L}}$ — своб. $\mathbb{F}_p$ -алгебра Ли с обр. $\mathcal{K}^*/\mathcal{K}^{*p}$, $\mathcal{L} = \tilde{\mathcal{L}}/C_p(\tilde{\mathcal{L}})$

ОТОЖД. НИЛЬП. ТЕОРИИ АРТИНА-ШРАЙЕРА

Пусть $\mathcal{K} = k((t))$, $k \simeq \mathbb{F}_{p^{N_0}}$

Первый центральный шаг $\equiv$ ур-я Артина-Шрайера

$T_a^p - T_a = \alpha t^{-a}$, здесь $(a, p) = 1$ или $a = 0$

- Эквивалентность категорий:

- $\mathcal{L}$ — $\mathbb{F}_p$ -алгебра Ли, $C_p(\mathcal{L}) = 0 \mapsto p$ -группа $G(\mathcal{L}) = \mathcal{L}$ с операцией Кэмпбелла-Хаусдорфа:

$$\exp(h_1)\exp(h_2) = \exp(h_1 \circ h_2) \bmod \deg p, \text{ т.е.}$$

$$h_1 \circ h_2 = h_1 + h_2 + (1/2)[h_1, h_2] + \dots$$

- Аналог теории А-Ш $\mapsto \Gamma_{\mathcal{K},1} := \Gamma_{\mathcal{K}}/\Gamma_{\mathcal{K}}^p C_p(\Gamma_{\mathcal{K}}) \simeq G(\mathcal{L})$

- $\tilde{\mathcal{L}}$ — своб. $\mathbb{F}_p$ -алгебра Ли с обр. $\mathcal{K}^*/\mathcal{K}^{*p}$, $\mathcal{L} = \tilde{\mathcal{L}}/C_p(\tilde{\mathcal{L}})$

ОТОЖД. НИЛЬП. ТЕОРИИ АРТИНА-ШРАЙЕРА

- отождествление зависит от t и $\alpha_0 \in k$ т.ч. $\text{Tr } \alpha_0 = 1$
- $\mathcal{L}_k := \mathcal{L} \otimes_{\mathbb{F}_p} k$,
- k -обр. $\{D_0\} \cup \{D_{an} \mid (a, p) = 1, n \in \mathbb{Z} \bmod N_0\}$ (по опр. $D_{0n} = t \otimes (\sigma^n \alpha_0)$)
- $e = \sum t^{-a} D_{a0} \in G(\mathcal{L}_K)$ — зависит от t и α_0
- выберем $f \in G(\mathcal{L}_{K_{\text{sep}}})$ т.ч. $\sigma(f) = f \circ e$
- $g \in \Gamma_K \mapsto g(f) \circ (-f) \in G(\mathcal{L})$ индуцирует $\bar{\psi} : \Gamma_{K,1} \simeq G(\mathcal{L})$
- др. выбор $f \mapsto$ сопряж. к $\bar{\psi}$ с помощью $c \in G(\mathcal{L})$
- $e_1 \in G(\mathcal{L}_K)$ дает то же отождествление титтк $\exists c \in G(\mathcal{L}_K)$ т.ч. $e_1 = (-c) \circ e \circ (\sigma c)$

ОТОЖД. НИЛЬП. ТЕОРИИ АРТИНА-ШРАЙЕРА

- отождествление зависит от t и $\alpha_0 \in k$ т.ч. $\text{Tr } \alpha_0 = 1$
- $\mathcal{L}_k := \mathcal{L} \otimes_{\mathbb{F}_p} k$,
- k -обр. $\{D_0\} \cup \{D_{an} \mid (a, p) = 1, n \in \mathbb{Z} \bmod N_0\}$ (по опр. $D_{0n} = t \otimes (\sigma^n \alpha_0)$)
- $e = \sum t^{-a} D_{a0} \in G(\mathcal{L}_K)$ — зависит от t и α_0
- выберем $f \in G(\mathcal{L}_{K_{sep}})$ т.ч. $\sigma(f) = f \circ e$
- $g \in \Gamma_K \mapsto g(f) \circ (-f) \in G(\mathcal{L})$ индуцирует $\bar{\psi} : \Gamma_{K,1} \simeq G(\mathcal{L})$
- др. выбор $f \mapsto$ сопряж. к $\bar{\psi}$ с помощью $c \in G(\mathcal{L})$
- $e_1 \in G(\mathcal{L}_K)$ дает то же отождествление титтк $\exists c \in G(\mathcal{L}_K)$
т.ч. $e_1 = (-c) \circ e \circ (\sigma c)$

ОТОЖД. НИЛЬП. ТЕОРИИ АРТИНА-ШРАЙЕРА

- отождествление зависит от t и $\alpha_0 \in k$ т.ч. $\text{Tr } \alpha_0 = 1$
- $\mathcal{L}_k := \mathcal{L} \otimes_{\mathbb{F}_p} k$,
- k -обр. $\{D_0\} \cup \{D_{an} \mid (a, p) = 1, n \in \mathbb{Z} \bmod N_0\}$ (по опр. $D_{0n} = t \otimes (\sigma^n \alpha_0)$)
- $e = \sum t^{-a} D_{a0} \in G(\mathcal{L}_K)$ — зависит от t и α_0
- выберем $f \in G(\mathcal{L}_{K_{sep}})$ т.ч. $\sigma(f) = f \circ e$
- $g \in \Gamma_K \mapsto g(f) \circ (-f) \in G(\mathcal{L})$ индуцирует $\bar{\psi} : \Gamma_{K,1} \simeq G(\mathcal{L})$
- др. выбор $f \mapsto$ сопряж. к $\bar{\psi}$ с помощью $c \in G(\mathcal{L})$
- $e_1 \in G(\mathcal{L}_K)$ дает то же отождествление титтк $\exists c \in G(\mathcal{L}_K)$
т.ч. $e_1 = (-c) \circ e \circ (\sigma c)$

ОТОЖД. НИЛЬП. ТЕОРИИ АРТИНА-ШРАЙЕРА

- отождествление зависит от t и $\alpha_0 \in k$ т.ч. $\text{Tr } \alpha_0 = 1$
- $\mathcal{L}_k := \mathcal{L} \otimes_{\mathbb{F}_p} k$,
- k -обр. $\{D_0\} \cup \{D_{an} \mid (a, p) = 1, n \in \mathbb{Z} \bmod N_0\}$ (по опр. $D_{0n} = t \otimes (\sigma^n \alpha_0)$)
- $e = \sum t^{-a} D_{a0} \in G(\mathcal{L}_K)$ — зависит от t и α_0
- выберем $f \in G(\mathcal{L}_{K_{sep}})$ т.ч. $\sigma(f) = f \circ e$
- $g \in \Gamma_K \mapsto g(f) \circ (-f) \in G(\mathcal{L})$ индуцирует $\bar{\psi} : \Gamma_{K,1} \simeq G(\mathcal{L})$
- др. выбор $f \mapsto$ сопряж. к $\bar{\psi}$ с помощью $c \in G(\mathcal{L})$
- $e_1 \in G(\mathcal{L}_K)$ дает то же отождествление титтк $\exists c \in G(\mathcal{L}_K)$
т.ч. $e_1 = (-c) \circ e \circ (\sigma c)$

ОТОЖД. НИЛЬП. ТЕОРИИ АРТИНА-ШРАЙЕРА

- отождествление зависит от t и $\alpha_0 \in k$ т.ч. $\text{Tr } \alpha_0 = 1$
- $\mathcal{L}_k := \mathcal{L} \otimes_{\mathbb{F}_p} k$,
- k -обр. $\{D_0\} \cup \{D_{an} \mid (a, p) = 1, n \in \mathbb{Z} \bmod N_0\}$ (по опр. $D_{0n} = t \otimes (\sigma^n \alpha_0)$)
- $e = \sum t^{-a} D_{a0} \in G(\mathcal{L}_K)$ — зависит от t и α_0
- выберем $f \in G(\mathcal{L}_{K_{sep}})$ т.ч. $\sigma(f) = f \circ e$
- $g \in \Gamma_K \mapsto g(f) \circ (-f) \in G(\mathcal{L})$ индуцирует $\bar{\psi} : \Gamma_{K,1} \simeq G(\mathcal{L})$
- др. выбор $f \mapsto$ сопряж. к $\bar{\psi}$ с помощью $c \in G(\mathcal{L})$
- $e_1 \in G(\mathcal{L}_K)$ дает то же отождествление титтк $\exists c \in G(\mathcal{L}_K)$
т.ч. $e_1 = (-c) \circ e \circ (\sigma c)$

ОТОЖД. НИЛЬП. ТЕОРИИ АРТИНА-ШРАЙЕРА

- отождествление зависит от t и $\alpha_0 \in k$ т.ч. $\text{Tr } \alpha_0 = 1$
- $\mathcal{L}_k := \mathcal{L} \otimes_{\mathbb{F}_p} k$,
- k -обр. $\{D_0\} \cup \{D_{an} \mid (a, p) = 1, n \in \mathbb{Z} \bmod N_0\}$ (по опр. $D_{0n} = t \otimes (\sigma^n \alpha_0)$)
- $e = \sum t^{-a} D_{a0} \in G(\mathcal{L}_K)$ — зависит от t и α_0
- выберем $f \in G(\mathcal{L}_{K_{sep}})$ т.ч. $\sigma(f) = f \circ e$
- $g \in \Gamma_K \mapsto g(f) \circ (-f) \in G(\mathcal{L})$ индуцирует $\bar{\psi} : \Gamma_{K,1} \simeq G(\mathcal{L})$
- др. выбор $f \mapsto$ сопряж. к $\bar{\psi}$ с помощью $c \in G(\mathcal{L})$
- $e_1 \in G(\mathcal{L}_K)$ дает то же отождествление титтк $\exists c \in G(\mathcal{L}_K)$
т.ч. $e_1 = (-c) \circ e \circ (\sigma c)$

ОТОЖД. НИЛЬП. ТЕОРИИ АРТИНА-ШРАЙЕРА

- отождествление зависит от t и $\alpha_0 \in k$ т.ч. $\mathrm{Tr} \alpha_0 = 1$
- $\mathcal{L}_k := \mathcal{L} \otimes_{\mathbb{F}_p} k$,
- k -обр. $\{D_0\} \cup \{D_{an} \mid (a, p) = 1, n \in \mathbb{Z} \bmod N_0\}$ (по опр. $D_{0n} = t \otimes (\sigma^n \alpha_0)$)
- $e = \sum t^{-a} D_{a0} \in G(\mathcal{L}_K)$ — зависит от t и α_0
- выберем $f \in G(\mathcal{L}_{K_{sep}})$ т.ч. $\sigma(f) = f \circ e$
- $g \in \Gamma_K \mapsto g(f) \circ (-f) \in G(\mathcal{L})$ индуцирует $\bar{\psi} : \Gamma_{K,1} \simeq G(\mathcal{L})$
- др. выбор $f \mapsto$ сопряж. к $\bar{\psi}$ с помощью $c \in G(\mathcal{L})$
- $e_1 \in G(\mathcal{L}_K)$ дает то же отождествление титтк $\exists c \in G(\mathcal{L}_K)$ т.ч. $e_1 = (-c) \circ e \circ (\sigma c)$

ФИЛЬТРАЦИЯ ВЕТВЛЕНИЯ $\Gamma_{\mathcal{K},1}$, [А,95'-98']

• Для $v \geq 0$, $\Gamma_{\mathcal{K},1}^{(v)} = G(\mathcal{L}^{(v)})$,

— $\mathcal{L}^{(v)} \otimes k$ — мин. σ -инв. идеал в $\mathcal{L}_k$ сод. $\mathcal{F}_\gamma \in \mathcal{L}_k$ с $\gamma \geq v$,

$$\mathcal{F}_\gamma = \sum_{1 \leq s < p} (-1)^s \sum_{(a_i, n_i)} \eta(n_1, \dots, n_s) [\dots [D_{a_1 n_1}, D_{a_2 n_2}], \dots, D_{a_s n_s}]$$

— $0 = n_1 \geq n_2 \geq \dots \geq n_s$,

— $a_1 p^{n_1} + \dots + a_s p^{n_s} = \gamma$;

с коэффициентами

$\eta(n_1, \dots, n_s) = 1/(s_1!(s_2 - s_1)! \dots (s_l - s_{l-1})!)$, где

$0 = n_1 = \dots = n_{s_1} \neq n_{s_1+1} = \dots = n_{s_2} \neq \dots \neq n_{s_{l-1}+1} = \dots = n_{s_l}$,

$s_l = s$

ФИЛЬТРАЦИЯ ВЕТВЛЕНИЯ $\Gamma_{\mathcal{K},1}$, [А,95'-98']

- Для $v \geq 0$, $\Gamma_{\mathcal{K},1}^{(v)} = G(\mathcal{L}^{(v)})$,
 - $\mathcal{L}^{(v)} \otimes k$ — мин. σ -инв. идеал в $\mathcal{L}_k$ сод. $\mathcal{F}_\gamma \in \mathcal{L}_k$ с $\gamma \geq v$,

$$\mathcal{F}_\gamma = \sum_{1 \leq s < p} (-1)^s \sum_{(a_i, n_i)} \eta(n_1, \dots, n_s) [\dots [D_{a_1 n_1}, D_{a_2 n_2}], \dots, D_{a_s n_s}]$$

- $0 = n_1 \geq n_2 \geq \dots \geq n_s$,
- $a_1 p^{n_1} + \dots + a_s p^{n_s} = \gamma$;

с коэффициентами

$\eta(n_1, \dots, n_s) = 1/(s_1!(s_2 - s_1)! \dots (s_l - s_{l-1})!)$, где

$0 = n_1 = \dots = n_{s_1} \neq n_{s_1+1} = \dots = n_{s_2} \neq \dots \neq n_{s_{l-1}+1} = \dots = n_{s_l}$,
 $s_l = s$

ФИЛЬТРАЦИЯ ВЕТВЛЕНИЯ $\Gamma_{\mathcal{K},1}$, [А,95'-98']

- Для $v \geq 0$, $\Gamma_{\mathcal{K},1}^{(v)} = G(\mathcal{L}^{(v)})$,
 - $\mathcal{L}^{(v)} \otimes k$ — мин. σ -инв. идеал в $\mathcal{L}_k$ сод. $\mathcal{F}_\gamma \in \mathcal{L}_k$ с $\gamma \geq v$,

$$\mathcal{F}_\gamma = \sum_{1 \leq s < p} (-1)^s \sum_{(a_i, n_i)} \eta(n_1, \dots, n_s) [\dots [D_{a_1 n_1}, D_{a_2 n_2}], \dots, D_{a_s n_s}]$$

- $0 = n_1 \geq n_2 \geq \dots \geq n_s$,
- $a_1 p^{n_1} + \dots + a_s p^{n_s} = \gamma$;

с коэффициентами

$\eta(n_1, \dots, n_s) = 1/(s_1!(s_2 - s_1)! \dots (s_l - s_{l-1})!)$, где

$0 = n_1 = \dots = n_{s_1} \neq n_{s_1+1} = \dots = n_{s_2} \neq \dots \neq n_{s_{l-1}+1} = \dots = n_{s_l}$,
 $s_l = s$

ФИЛЬТРАЦИЯ ВЕТВЛЕНИЯ $\Gamma_{\mathcal{K},1}$, [А,95'-98']

• Для $v \geq 0$, $\Gamma_{\mathcal{K},1}^{(v)} = G(\mathcal{L}^{(v)})$,

— $\mathcal{L}^{(v)} \otimes k$ — мин. σ -инв. идеал в $\mathcal{L}_k$ сод. $\mathcal{F}_\gamma \in \mathcal{L}_k$ с $\gamma \geq v$,

$$\mathcal{F}_\gamma = \sum_{1 \leq s < p} (-1)^s \sum_{(a_i, n_i)} \eta(n_1, \dots, n_s) [\cdots [D_{a_1 n_1}, D_{a_2 n_2}], \dots, D_{a_s n_s}]$$

— $0 = n_1 \geq n_2 \geq \cdots \geq n_s$,

— $a_1 p^{n_1} + \cdots + a_s p^{n_s} = \gamma$;

с коэффициентами

$\eta(n_1, \dots, n_s) = 1/(s_1!(s_2 - s_1)! \cdots (s_l - s_{l-1})!)$, где

$0 = n_1 = \cdots n_{s_1} \neq n_{s_1+1} = \cdots = n_{s_2} \neq \cdots \neq n_{s_{l-1}+1} = \cdots = n_{s_l}$,

$s_l = s$

ФИЛЬТРАЦИЯ ВЕТВЛЕНИЯ $\Gamma_{\mathcal{K},1}$, [А,95'-98']

• Для $v \geq 0$, $\Gamma_{\mathcal{K},1}^{(v)} = G(\mathcal{L}^{(v)})$,

— $\mathcal{L}^{(v)} \otimes k$ — мин. σ -инв. идеал в $\mathcal{L}_k$ сод. $\mathcal{F}_\gamma \in \mathcal{L}_k$ с $\gamma \geq v$,

$$\mathcal{F}_\gamma = \sum_{1 \leq s < p} (-1)^s \sum_{(a_i, n_i)} \eta(n_1, \dots, n_s) [\dots [D_{a_1 n_1}, D_{a_2 n_2}], \dots, D_{a_s n_s}]$$

— $0 = n_1 \geq n_2 \geq \dots \geq n_s$,

— $a_1 p^{n_1} + \dots + a_s p^{n_s} = \gamma$;

с коэффициентами

$\eta(n_1, \dots, n_s) = 1/(s_1!(s_2 - s_1)! \dots (s_l - s_{l-1})!)$, где

$0 = n_1 = \dots = n_{s_1} \neq n_{s_1+1} = \dots = n_{s_2} \neq \dots \neq n_{s_{l-1}+1} = \dots = n_{s_l}$,

$s_l = s$

ФИЛЬТРАЦИЯ ВЕТВЛЕНИЯ $\Gamma_{\mathcal{K},1}$, [А,95'-98']

• Для $v \geq 0$, $\Gamma_{\mathcal{K},1}^{(v)} = G(\mathcal{L}^{(v)})$,

— $\mathcal{L}^{(v)} \otimes k$ — мин. σ -инв. идеал в $\mathcal{L}_k$ сод. $\mathcal{F}_\gamma \in \mathcal{L}_k$ с $\gamma \geq v$,

$$\mathcal{F}_\gamma = \sum_{1 \leq s < p} (-1)^s \sum_{(a_i, n_i)} \eta(n_1, \dots, n_s) [\dots [D_{a_1 n_1}, D_{a_2 n_2}], \dots, D_{a_s n_s}]$$

— $0 = n_1 \geq n_2 \geq \dots \geq n_s$,

— $a_1 p^{n_1} + \dots + a_s p^{n_s} = \gamma$;

с коэффициентами

$\eta(n_1, \dots, n_s) = 1/(s_1!(s_2 - s_1)! \dots (s_l - s_{l-1})!)$, где

$0 = n_1 = \dots = n_{s_1} \neq n_{s_1+1} = \dots = n_{s_2} \neq \dots \neq n_{s_{l-1}+1} = \dots = n_{s_l}$,

$s_l = s$

ФИЛЬТРАЦИЯ ВЕТВЛЕНИЯ $\Gamma_{\mathcal{K},1}$, [А,95'-98']

• Для $v \geq 0$, $\Gamma_{\mathcal{K},1}^{(v)} = G(\mathcal{L}^{(v)})$,

— $\mathcal{L}^{(v)} \otimes k$ — мин. σ -инв. идеал в $\mathcal{L}_k$ сод. $\mathcal{F}_\gamma \in \mathcal{L}_k$ с $\gamma \geq v$,

$$\mathcal{F}_\gamma = \sum_{1 \leq s < p} (-1)^s \sum_{(a_i, n_i)} \eta(n_1, \dots, n_s) [\dots [D_{a_1 n_1}, D_{a_2 n_2}], \dots, D_{a_s n_s}]$$

— $0 = n_1 \geq n_2 \geq \dots \geq n_s$,

— $a_1 p^{n_1} + \dots + a_s p^{n_s} = \gamma$;

с коэффициентами

$\eta(n_1, \dots, n_s) = 1/(s_1!(s_2 - s_1)! \dots (s_l - s_{l-1})!)$, где

$0 = n_1 = \dots = n_{s_1} \neq n_{s_1+1} = \dots = n_{s_2} \neq \dots \neq n_{s_{l-1}+1} = \dots = n_{s_l}$,

$s_l = s$

ФИЛЬТРАЦИЯ ВЕТВЛЕНИЯ $\Gamma_{\mathcal{K},1}$, [А,95'-98']

Д-во — интерпретация подгр.ветвления в терм. алгебр Ли:

- если $(a^*, p) = 1$, $q = p^N$ и $a^*/(q-1)$ ”близко“ к v то:

$\mathcal{L}^{(v)}$ – мин. идеал т.ч. для $t' = t^q \widetilde{\exp}(t^{a^*})$, $\exists X \in \mathcal{L}_{\mathcal{K}}$ т.ч.

$$\sum t'^{-a} D_{a0} \equiv (-X) \circ \left(\sum t^{-aq} D_{a0} \right) \circ (\sigma X) \bmod \mathcal{L}_{\mathcal{K}}^{(v)}$$

Эквивалентно, ,

- Деформация $t \mapsto t'$ отобра. Фробениуса $t \mapsto t^q$ не меняет отожд. $\Gamma_{\mathcal{K},1} = G(\mathcal{L})$ по модулю $\Gamma_{\mathcal{K},1}^{(v)}$

Д-во существенно упрощено за счет теории деформаций.

ФИЛЬТРАЦИЯ ВЕТВЛЕНИЯ $\Gamma_{\mathcal{K},1}$, [А,95'-98']

Д-во — интерпретация подгр.ветвления в терм. алгебр Ли:

- если $(a^*, p) = 1$, $q = p^N$ и $a^*/(q-1)$ ”близко“ к v то:

$\mathcal{L}^{(v)}$ – мин. идеал т.ч. для $t' = t^q \widetilde{\exp}(t^{a^*})$, $\exists X \in \mathcal{L}_{\mathcal{K}}$ т.ч.

$$\sum t'^{-a} D_{a0} \equiv (-X) \circ \left(\sum t^{-aq} D_{a0} \right) \circ (\sigma X) \bmod \mathcal{L}_{\mathcal{K}}^{(v)}$$

Эквивалентно, ,

- Деформация $t \mapsto t'$ отобра. Фробениуса $t \mapsto t^q$ не меняет отожд. $\Gamma_{\mathcal{K},1} = G(\mathcal{L})$ по модулю $\Gamma_{\mathcal{K},1}^{(v)}$

Д-во существенно упрощено за счет теории деформаций.

ФИЛЬТРАЦИЯ ВЕТВЛЕНИЯ $\Gamma_{\mathcal{K},1}$, [А,95'-98']

Д-во — интерпретация подгр.ветвления в терм. алгебр Ли:

- если $(a^*, p) = 1$, $q = p^N$ и $a^*/(q-1)$ ”близко“ к v то:

$\mathcal{L}^{(v)}$ – мин. идеал т.ч. для $t' = t^q \widetilde{\exp}(t^{a^*})$, $\exists X \in \mathcal{L}_{\mathcal{K}}$ т.ч.

$$\sum t'^{-a} D_{a0} \equiv (-X) \circ \left(\sum t^{-aq} D_{a0} \right) \circ (\sigma X) \bmod \mathcal{L}_{\mathcal{K}}^{(v)}$$

Эквивалентно, ,

- Деформация $t \mapsto t'$ отобра. Фробениуса $t \mapsto t^q$ не меняет отожд. $\Gamma_{\mathcal{K},1} = G(\mathcal{L})$ по модулю $\Gamma_{\mathcal{K},1}^{(v)}$

Д-во существенно упрощено за счет теории деформаций.

ФИЛЬТРАЦИЯ ВЕТВЛЕНИЯ $\Gamma_{\mathcal{K},1}$, [А,95'-98']

Д-во — интерпретация подгр.ветвления в терм. алгебр Ли:

- если $(a^*, p) = 1$, $q = p^N$ и $a^*/(q-1)$ ”близко“ к v то:

$\mathcal{L}^{(v)}$ – мин. идеал т.ч. для $t' = t^q \widetilde{\exp}(t^{a^*})$, $\exists X \in \mathcal{L}_{\mathcal{K}}$ т.ч.

$$\sum t'^{-a} D_{a0} \equiv (-X) \circ \left(\sum t^{-aq} D_{a0} \right) \circ (\sigma X) \bmod \mathcal{L}_{\mathcal{K}}^{(v)}$$

Эквивалентно, ,

- Деформация $t \mapsto t'$ отобра. Фробениуса $t \mapsto t^q$ не меняет отожд. $\Gamma_{\mathcal{K},1} = G(\mathcal{L})$ по модулю $\Gamma_{\mathcal{K},1}^{(v)}$

Д-во существенно упрощено за счет теории деформаций.

ФИЛЬТРАЦИЯ ВЕТВЛЕНИЯ $\Gamma_{\mathcal{K},1}$, [А,95'-98']

Д-во — интерпретация подгр.ветвления в терм. алгебр Ли:

- если $(a^*, p) = 1$, $q = p^N$ и $a^*/(q-1)$ ”близко“ к v то:

$\mathcal{L}^{(v)}$ – мин. идеал т.ч. для $t' = t^q \widetilde{\exp}(t^{a^*})$, $\exists X \in \mathcal{L}_{\mathcal{K}}$ т.ч.

$$\sum t'^{-a} D_{a0} \equiv (-X) \circ \left(\sum t^{-aq} D_{a0} \right) \circ (\sigma X) \bmod \mathcal{L}_{\mathcal{K}}^{(v)}$$

Эквивалентно, ,

- Деформация $t \mapsto t'$ отобра. Фробениуса $t \mapsto t^q$ не меняет отожд. $\Gamma_{\mathcal{K},1} = G(\mathcal{L})$ по модулю $\Gamma_{\mathcal{K},1}^{(v)}$

Д-во существенно упрощено за счет теории деформаций.

ФИЛЬТРАЦИЯ ВЕТВЛЕНИЯ $\Gamma_{\mathcal{K},1}$, [А,95'-98']

Д-во — интерпретация подгр.ветвления в терм. алгебр Ли:

- если $(a^*, p) = 1$, $q = p^N$ и $a^*/(q-1)$ ”близко“ к v то:

$\mathcal{L}^{(v)}$ – мин. идеал т.ч. для $t' = t^q \widetilde{\exp}(t^{a^*})$, $\exists X \in \mathcal{L}_{\mathcal{K}}$ т.ч.

$$\sum t'^{-a} D_{a0} \equiv (-X) \circ \left(\sum t^{-aq} D_{a0} \right) \circ (\sigma X) \bmod \mathcal{L}_{\mathcal{K}}^{(v)}$$

Эквивалентно, ,

- Деформация $t \mapsto t'$ отобра. Фробениуса $t \mapsto t^q$ не меняет отожд. $\Gamma_{\mathcal{K},1} = G(\mathcal{L})$ по модулю $\Gamma_{\mathcal{K},1}^{(v)}$

Д-во существенно упрощено за счет теории деформаций.

СЛУЧАЙ СМЕШАННОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ

$$[K : \mathbb{Q}_p] < \infty; \quad \tilde{K} = K(\sqrt[p^\infty]{\pi_K}); \quad \zeta_p \in K$$

• Функтор поле норм $\mathcal{X}$:

- $\mathcal{X}(\tilde{K}) = \mathcal{K} = k((t))$;
- $\mathcal{X}$ индуцирует: $\Gamma_{\mathcal{K}} = \Gamma_{\tilde{K}}, \quad \Gamma_{\mathcal{K}} \subset \text{Aut}^0(\mathcal{K}_{\text{sep}})$;
- $K_{< p} = \tilde{K}^{\Gamma_{\mathcal{K}}^p C_p(\Gamma_{\mathcal{K}})}, \quad \mathcal{K}_{< p} = \mathcal{K}_{\text{sep}}^{\Gamma_{\mathcal{K}}^p C_p(\Gamma_{\mathcal{K}})}, \quad \mathcal{K}_{< p} \supset \mathcal{X}(K_{< p} \tilde{K}) \supset \mathcal{K}$
- $\exists \mathcal{H} \subset \Gamma_{\mathcal{K}, 1} = \text{Gal}(\mathcal{K}_{< p} / \mathcal{K}) = G(\mathcal{L})$ т.ч. $\mathcal{X}(K_{< p} \tilde{K}) = \mathcal{K}_{< p}^{\mathcal{H}}$
- $\mathcal{H} \simeq G(\mathcal{I}), \mathcal{I}$ — идеал в $\mathcal{L}$.

Вопрос 1. Чему равен $\mathcal{I}$?

СЛУЧАЙ СМЕШАННОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ

$$[K : \mathbb{Q}_p] < \infty; \quad \tilde{K} = K(\sqrt[p^\infty]{\pi_K}); \quad \zeta_p \in K$$

• Функтор поле норм $\mathcal{X}$:

- $\mathcal{X}(\tilde{K}) = \mathcal{K} = k((t))$;
- $\mathcal{X}$ индуцирует: $\Gamma_{\mathcal{K}} = \Gamma_{\tilde{K}}$, $\Gamma_{\mathcal{K}} \subset \text{Aut}^0(\mathcal{K}_{\text{sep}})$;
- $K_{< p} = \tilde{K}^{\Gamma_K^p C_p(\Gamma_K)}$, $\mathcal{K}_{< p} = \mathcal{K}_{\text{sep}}^{\Gamma_K^p C_p(\Gamma_K)}$, $\mathcal{K}_{< p} \supset \mathcal{X}(K_{< p} \tilde{K}) \supset \mathcal{K}$
- $\exists \mathcal{H} \subset \Gamma_{\mathcal{K}, 1} = \text{Gal}(\mathcal{K}_{< p} / \mathcal{K}) = G(\mathcal{L})$ т.ч. $\mathcal{X}(K_{< p} \tilde{K}) = \mathcal{K}_{< p}^{\mathcal{H}}$
- $\mathcal{H} \simeq G(\mathcal{I})$, $\mathcal{I}$ — идеал в $\mathcal{L}$.

Вопрос 1. Чему равен $\mathcal{I}$?

СЛУЧАЙ СМЕШАННОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ

$$[K : \mathbb{Q}_p] < \infty; \quad \tilde{K} = K({}^p\sqrt[p]{\pi_K}); \quad \zeta_p \in K$$

• Функтор поле норм $\mathcal{X}$:

- $\mathcal{X}(\tilde{K}) = \mathcal{K} = k((t))$;
- $\mathcal{X}$ индуцирует: $\Gamma_{\mathcal{K}} = \Gamma_{\tilde{K}}, \quad \Gamma_{\mathcal{K}} \subset \text{Aut}^0(\mathcal{K}_{sep})$;
- $K_{< p} = \bar{K}^{\Gamma_K^p C_p(\Gamma_K)}, \quad \mathcal{K}_{< p} = \mathcal{K}_{sep}^{\Gamma_K^p C_p(\Gamma_K)}, \quad \mathcal{K}_{< p} \supset \mathcal{X}(K_{< p} \tilde{K}) \supset \mathcal{K}$
- $\exists \mathcal{H} \subset \Gamma_{\mathcal{K}, 1} = \text{Gal}(\mathcal{K}_{< p} / \mathcal{K}) = G(\mathcal{L})$ т.ч. $\mathcal{X}(K_{< p} \tilde{K}) = \mathcal{K}_{< p}^{\mathcal{H}}$
- $\mathcal{H} \simeq G(\mathcal{I}), \mathcal{I}$ — идеал в $\mathcal{L}$.

Вопрос 1. Чему равен $\mathcal{I}$?

СЛУЧАЙ СМЕШАННОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ

$$[K : \mathbb{Q}_p] < \infty; \quad \tilde{K} = K(\sqrt[p^\infty]{\pi_K}); \quad \zeta_p \in K$$

• Функтор поле норм $\mathcal{X}$:

– $\mathcal{X}(\tilde{K}) = \mathcal{K} = k((t));$

– $\mathcal{X}$ индуцирует: $\Gamma_{\mathcal{K}} = \Gamma_{\tilde{K}}, \quad \Gamma_K \subset \text{Aut}^0(\mathcal{K}_{sep});$

– $K_{< p} = \tilde{K}^{\Gamma_K^p C_p(\Gamma_K)}, \quad \mathcal{K}_{< p} = \mathcal{K}_{sep}^{\Gamma_K^p C_p(\Gamma_K)}, \quad \mathcal{K}_{< p} \supset \mathcal{X}(K_{< p} \tilde{K}) \supset \mathcal{K}$

– $\exists \mathcal{H} \subset \Gamma_{\mathcal{K}, 1} = \text{Gal}(\mathcal{K}_{< p} / \mathcal{K}) = G(\mathcal{L})$ т.ч. $\mathcal{X}(K_{< p} \tilde{K}) = \mathcal{K}_{< p}^{\mathcal{H}}$

– $\mathcal{H} \simeq G(\mathcal{I}), \mathcal{I}$ — идеал в $\mathcal{L}$.

Вопрос 1. Чему равен $\mathcal{I}$?

СЛУЧАЙ СМЕШАННОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ

$$[K : \mathbb{Q}_p] < \infty; \quad \tilde{K} = K(\sqrt[p^\infty]{\pi_K}); \quad \zeta_p \in K$$

• Функтор поле норм $\mathcal{X}$:

– $\mathcal{X}(\tilde{K}) = \mathcal{K} = k((t))$;

– $\mathcal{X}$ индуцирует: $\Gamma_{\mathcal{K}} = \Gamma_{\tilde{K}}, \quad \Gamma_{\mathcal{K}} \subset \text{Aut}^0(\mathcal{K}_{\text{sep}})$;

– $K_{< p} = \bar{K}^{\Gamma_K^p C_p(\Gamma_K)}, \quad \mathcal{K}_{< p} = \mathcal{K}_{\text{sep}}^{\Gamma_K^p C_p(\Gamma_K)}, \quad \mathcal{K}_{< p} \supset \mathcal{X}(K_{< p} \tilde{K}) \supset \mathcal{K}$

– $\exists \mathcal{H} \subset \Gamma_{\mathcal{K}, 1} = \text{Gal}(\mathcal{K}_{< p} / \mathcal{K}) = G(\mathcal{L})$ т.ч. $\mathcal{X}(K_{< p} \tilde{K}) = \mathcal{K}_{< p}^{\mathcal{H}}$

– $\mathcal{H} \simeq G(\mathcal{I}), \mathcal{I}$ — идеал в $\mathcal{L}$.

Вопрос 1. Чему равен $\mathcal{I}$?

СЛУЧАЙ СМЕШАННОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ

$$[K : \mathbb{Q}_p] < \infty; \quad \tilde{K} = K(\sqrt[p^\infty]{\pi_K}); \quad \zeta_p \in K$$

• Функтор поле норм $\mathcal{X}$:

– $\mathcal{X}(\tilde{K}) = \mathcal{K} = k((t))$;

– $\mathcal{X}$ индуцирует: $\Gamma_{\mathcal{K}} = \Gamma_{\tilde{K}}, \quad \Gamma_{\mathcal{K}} \subset \text{Aut}^0(\mathcal{K}_{\text{sep}})$;

– $K_{< p} = \bar{K}^{\Gamma_{\mathcal{K}}^p C_p(\Gamma_{\mathcal{K}})}, \quad \mathcal{K}_{< p} = \mathcal{K}_{\text{sep}}^{\Gamma_{\mathcal{K}}^p C_p(\Gamma_{\mathcal{K}})}, \quad \mathcal{K}_{< p} \supset \mathcal{X}(K_{< p} \tilde{K}) \supset \mathcal{K}$

– $\exists \mathcal{H} \subset \Gamma_{\mathcal{K}, 1} = \text{Gal}(\mathcal{K}_{< p} / \mathcal{K}) = G(\mathcal{L})$ т.ч. $\mathcal{X}(K_{< p} \tilde{K}) = \mathcal{K}_{< p}^{\mathcal{H}}$

– $\mathcal{H} \simeq G(\mathcal{I}), \mathcal{I}$ — идеал в $\mathcal{L}$.

Вопрос 1. Чему равен $\mathcal{I}$?

СЛУЧАЙ СМЕШАННОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ

$$[K : \mathbb{Q}_p] < \infty; \quad \tilde{K} = K(\sqrt[p^\infty]{\pi_K}); \quad \zeta_p \in K$$

• Функтор поле норм $\mathcal{X}$:

– $\mathcal{X}(\tilde{K}) = \mathcal{K} = k((t))$;

– $\mathcal{X}$ индуцирует: $\Gamma_{\mathcal{K}} = \Gamma_{\tilde{K}}, \quad \Gamma_{\mathcal{K}} \subset \text{Aut}^0(\mathcal{K}_{sep})$;

– $K_{< p} = \tilde{K}^{\Gamma_{\mathcal{K}}^p C_p(\Gamma_{\mathcal{K}})}, \quad \mathcal{K}_{< p} = \mathcal{K}_{sep}^{\Gamma_{\mathcal{K}}^p C_p(\Gamma_{\mathcal{K}})}, \quad \mathcal{K}_{< p} \supset \mathcal{X}(K_{< p} \tilde{K}) \supset \mathcal{K}$

– $\exists \mathcal{H} \subset \Gamma_{\mathcal{K}, 1} = \text{Gal}(\mathcal{K}_{< p} / \mathcal{K}) = G(\mathcal{L})$ т.ч. $\mathcal{X}(K_{< p} \tilde{K}) = \mathcal{K}_{< p}^{\mathcal{H}}$

– $\mathcal{H} \simeq G(\mathcal{J}), \mathcal{J}$ — идеал в $\mathcal{L}$.

Вопрос 1. Чему равен $\mathcal{J}$?

СЛУЧАЙ СМЕШАННОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ

$$[K : \mathbb{Q}_p] < \infty; \quad \tilde{K} = K(\sqrt[p^\infty]{\pi_K}); \quad \zeta_p \in K$$

• Функтор поле норм $\mathcal{X}$:

– $\mathcal{X}(\tilde{K}) = \mathcal{K} = k((t))$;

– $\mathcal{X}$ индуцирует: $\Gamma_{\mathcal{K}} = \Gamma_{\tilde{K}}, \quad \Gamma_{\mathcal{K}} \subset \text{Aut}^0(\mathcal{K}_{sep})$;

– $K_{< p} = \tilde{K}^{\Gamma_{\mathcal{K}}^p C_p(\Gamma_{\mathcal{K}})}, \quad \mathcal{K}_{< p} = \mathcal{K}_{sep}^{\Gamma_{\mathcal{K}}^p C_p(\Gamma_{\mathcal{K}})}, \quad \mathcal{K}_{< p} \supset \mathcal{X}(K_{< p} \tilde{K}) \supset \mathcal{K}$

– $\exists \mathcal{H} \subset \Gamma_{\mathcal{K}, 1} = \text{Gal}(\mathcal{K}_{< p} / \mathcal{K}) = G(\mathcal{L})$ т.ч. $\mathcal{X}(K_{< p} \tilde{K}) = \mathcal{K}_{< p}^{\mathcal{H}}$

– $\mathcal{H} \simeq G(\mathcal{J}), \mathcal{J}$ — идеал в $\mathcal{L}$.

Вопрос 1. Чему равен $\mathcal{J}$?

СЛУЧАЙ СМЕШАННОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ

$$[K : \mathbb{Q}_p] < \infty; \quad \tilde{K} = K(\sqrt[p^\infty]{\pi_K}); \quad \zeta_p \in K$$

• Функтор поле норм $\mathcal{X}$:

– $\mathcal{X}(\tilde{K}) = \mathcal{K} = k((t));$

– $\mathcal{X}$ индуцирует: $\Gamma_{\mathcal{K}} = \Gamma_{\tilde{\mathcal{K}}}, \quad \Gamma_{\mathcal{K}} \subset \text{Aut}^0(\mathcal{K}_{sep});$

– $K_{< p} = \tilde{K}^{\Gamma_{\mathcal{K}}^p C_p(\Gamma_{\mathcal{K}})}, \quad \mathcal{K}_{< p} = \mathcal{K}_{sep}^{\Gamma_{\mathcal{K}}^p C_p(\Gamma_{\mathcal{K}})}, \quad \mathcal{K}_{< p} \supset \mathcal{X}(K_{< p} \tilde{K}) \supset \mathcal{K}$

– $\exists \mathcal{H} \subset \Gamma_{\mathcal{K}, 1} = \text{Gal}(\mathcal{K}_{< p} / \mathcal{K}) = G(\mathcal{L})$ т.ч. $\mathcal{X}(K_{< p} \tilde{K}) = \mathcal{K}_{< p}^{\mathcal{H}}$

– $\mathcal{H} \simeq G(\mathcal{J}), \mathcal{J}$ — идеал в $\mathcal{L}$.

Вопрос 1. Чему равен $\mathcal{J}$?

СЛУЧАЙ СМЕШАННОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ

$$- K_{<p} \cap \tilde{K} = K_1 = K(\sqrt[p]{\pi_K}).$$

$$1 \longrightarrow \Gamma_{K,1}/\mathcal{H} \longrightarrow \Gamma_{K,1} \longrightarrow \langle \tau_0 \rangle^{\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}} \longrightarrow 1,$$

Здесь $\langle \tau_0 \rangle = \text{Gal}(K_1/K)$. Перейдем к алгебрам Ли:

$$0 \longrightarrow \mathcal{L}/\mathcal{J} \longrightarrow L \longrightarrow (\mathbb{Z}/p\mathbb{Z})\tau_0 \longrightarrow 0$$

- L — $\mathbb{F}_p$ -алгебра Ли т.ч. $G(L) \simeq \Gamma_{K,1}$.

- расширение задается дифф-мом $\text{ad } \hat{\tau}_0 \in \text{Diff}(\mathcal{L}/\mathcal{J})$.

Вопрос 2. Чему равны дифф-я $\text{ad } \hat{\tau}_0$?

СЛУЧАЙ СМЕШАННОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ

$$- K_{<p} \cap \tilde{K} = K_1 = K(\sqrt[p]{\pi_K}).$$

$$1 \longrightarrow \Gamma_{K,1}/\mathcal{H} \longrightarrow \Gamma_{K,1} \longrightarrow \langle \tau_0 \rangle^{\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}} \longrightarrow 1,$$

Здесь $\langle \tau_0 \rangle = \text{Gal}(K_1/K)$. Перейдем к алгебрам Ли:

$$0 \longrightarrow \mathcal{L}/\mathcal{J} \longrightarrow L \longrightarrow (\mathbb{Z}/p\mathbb{Z})\tau_0 \longrightarrow 0$$

- L — $\mathbb{F}_p$ -алгебра Ли т.ч. $G(L) \simeq \Gamma_{K,1}$.

- расширение задается дифф-мом $\text{ad } \hat{\tau}_0 \in \text{Diff}(\mathcal{L}/\mathcal{J})$.

Вопрос 2. Чему равны дифф-я $\text{ad } \hat{\tau}_0$?

СЛУЧАЙ СМЕШАННОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ

$$- K_{<p} \cap \tilde{K} = K_1 = K(\sqrt[p]{\pi_K}).$$

$$1 \longrightarrow \Gamma_{K,1}/\mathcal{H} \longrightarrow \Gamma_{K,1} \longrightarrow \langle \tau_0 \rangle^{\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}} \longrightarrow 1,$$

Здесь $\langle \tau_0 \rangle = \text{Gal}(K_1/K)$. Перейдем к алгебрам Ли:

$$0 \longrightarrow \mathcal{L}/\mathcal{J} \longrightarrow L \longrightarrow (\mathbb{Z}/p\mathbb{Z})_{\tau_0} \longrightarrow 0$$

- L — $\mathbb{F}_p$ -алгебра Ли т.ч. $G(L) \simeq \Gamma_{K,1}$.

- расширение задается дифф-мом $\text{ad } \hat{\tau}_0 \in \text{Diff}(\mathcal{L}/\mathcal{J})$.

Вопрос 2. Чему равны дифф-я $\text{ad } \hat{\tau}_0$?

СЛУЧАЙ СМЕШАННОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ

$$- K_{<p} \cap \tilde{K} = K_1 = K(\sqrt[p]{\pi_K}).$$

$$1 \longrightarrow \Gamma_{K,1}/\mathcal{H} \longrightarrow \Gamma_{K,1} \longrightarrow \langle \tau_0 \rangle^{\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}} \longrightarrow 1,$$

Здесь $\langle \tau_0 \rangle = \text{Gal}(K_1/K)$. Перейдем к алгебрам Ли:

$$0 \longrightarrow \mathcal{L}/\mathcal{J} \longrightarrow L \longrightarrow (\mathbb{Z}/p\mathbb{Z})\tau_0 \longrightarrow 0$$

- L — $\mathbb{F}_p$ -алгебра Ли т.ч. $G(L) \simeq \Gamma_{K,1}$.

- расширение задается дифф-мом $\text{ad } \hat{\tau}_0 \in \text{Diff}(\mathcal{L}/\mathcal{J})$.

Вопрос 2. Чему равны дифф-я $\text{ad } \hat{\tau}_0$?

СЛУЧАЙ СМЕШАННОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ

$$- K_{<p} \cap \tilde{K} = K_1 = K(\sqrt[p]{\pi_K}).$$

$$1 \longrightarrow \Gamma_{K,1}/\mathcal{H} \longrightarrow \Gamma_{K,1} \longrightarrow \langle \tau_0 \rangle^{\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}} \longrightarrow 1,$$

Здесь $\langle \tau_0 \rangle = \text{Gal}(K_1/K)$. Перейдем к алгебрам Ли:

$$0 \longrightarrow \mathcal{L}/\mathcal{J} \longrightarrow L \longrightarrow (\mathbb{Z}/p\mathbb{Z})\tau_0 \longrightarrow 0$$

- L — $\mathbb{F}_p$ -алгебра Ли т.ч. $G(L) \simeq \Gamma_{K,1}$.

- расширение задается дифф-мом $\text{ad } \hat{\tau}_0 \in \text{Diff}(\mathcal{L}/\mathcal{J})$.

Вопрос 2. Чему равны дифф-я $\text{ad } \hat{\tau}_0$?

СЛУЧАЙ СМЕШАННОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ

$$- K_{<p} \cap \tilde{K} = K_1 = K(\sqrt[p]{\pi_K}).$$

$$1 \longrightarrow \Gamma_{K,1}/\mathcal{H} \longrightarrow \Gamma_{K,1} \longrightarrow \langle \tau_0 \rangle^{\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}} \longrightarrow 1,$$

Здесь $\langle \tau_0 \rangle = \text{Gal}(K_1/K)$. Перейдем к алгебрам Ли:

$$0 \longrightarrow \mathcal{L}/\mathcal{J} \longrightarrow L \longrightarrow (\mathbb{Z}/p\mathbb{Z})_{\tau_0} \longrightarrow 0$$

- L — $\mathbb{F}_p$ -алгебра Ли т.ч. $G(L) \simeq \Gamma_{K,1}$.
- расширение задается дифф-мом $\text{ad } \hat{\tau}_0 \in \text{Diff}(\mathcal{L}/\mathcal{J})$.

Вопрос 2. Чему равны дифф-я $\text{ad } \hat{\tau}_0$?

СЛУЧАЙ СМЕШАННОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ

$$- K_{<p} \cap \tilde{K} = K_1 = K(\sqrt[p]{\pi_K}).$$

$$1 \longrightarrow \Gamma_{K,1}/\mathcal{H} \longrightarrow \Gamma_{K,1} \longrightarrow \langle \tau_0 \rangle^{\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}} \longrightarrow 1,$$

Здесь $\langle \tau_0 \rangle = \text{Gal}(K_1/K)$. Перейдем к алгебрам Ли:

$$0 \longrightarrow \mathcal{L}/\mathcal{J} \longrightarrow L \longrightarrow (\mathbb{Z}/p\mathbb{Z})_{\tau_0} \longrightarrow 0$$

- L — $\mathbb{F}_p$ -алгебра Ли т.ч. $G(L) \simeq \Gamma_{K,1}$.

- расширение задается дифф-мом $\text{ad } \hat{\tau}_0 \in \text{Diff}(\mathcal{L}/\mathcal{J})$.

Вопрос 2. Чему равны дифф-я $\text{ad } \hat{\tau}_0$?

ВОПРОС 1

Описание $\hat{\tau}_0$

- $\tau_0(t) \equiv t \widetilde{\exp}(H) \bmod t^{pe^*+1}$, где $H = \sum_{i \geq e^*} \alpha_i^0 t^i$, $e^* = pe/(p-1)$, и $\alpha_i^0 \neq 0$ только при $i \equiv 0 \bmod p$
- $\hat{\tau}_0(f) = f \circ c$, где $c \in \mathcal{L}_{\mathcal{K}}$ т.ч. $(e = \sum t^{-a} D_{a0}!)$

$$\sum_a \tau_0(t)^{-a} D_{a0} = (-c) \circ \left(\sum_a t^{-a} \hat{\tau}_0^*(D_{a0}) \right) \circ (\sigma c)$$

- Деформация $t \mapsto \tau_0(t)$ задает сопряжение $\hat{\tau}_0^*$ с пом. $\hat{\tau}_0$
- новые коммутаторы в $\mathcal{L} \equiv$ ответ на ВОПРОС 1:
 - $L_k / C_{s+1}(L_k) = \mathcal{L}_k / \tilde{C}_{s+1}$, $\tilde{C}_{s+1} = [\tilde{C}_s, \mathcal{L}_k] + \sum_{a,n} k D_{a+se^*,n}$;
 - в частности, $\mathcal{J} = \tilde{C}_p$

ВОПРОС 1

Описание $\hat{\tau}_0$

— $\tau_0(t) \equiv t \widetilde{\exp}(H) \bmod t^{pe^*+1}$, где $H = \sum_{i \geq e^*} \alpha_i^0 t^i$,
 $e^* = pe/(p-1)$, и $\alpha_i^0 \neq 0$ только при $i \equiv 0 \bmod p$

— $\hat{\tau}_0(f) = f \circ c$, где $c \in \mathcal{L}_K$ т.ч. $(e = \sum t^{-a} D_{a0}!)$

$$\sum_a \tau_0(t)^{-a} D_{a0} = (-c) \circ \left(\sum_a t^{-a} \hat{\tau}_0^*(D_{a0}) \right) \circ (\sigma c)$$

• Деформация $t \mapsto \tau_0(t)$ задает сопряжение $\hat{\tau}_0^*$ с пом. $\hat{\tau}_0$

• новые коммутаторы в $\mathcal{L} \equiv$ ответ на ВОПРОС 1:

— $L_k / C_{s+1}(L_k) = \mathcal{L}_k / \tilde{C}_{s+1}$, $\tilde{C}_{s+1} = [\tilde{C}_s, \mathcal{L}_k] + \sum_{a,n} k D_{a+se^*,n}$;

— в частности, $\mathcal{J} = \tilde{C}_p$

ВОПРОС 1

Описание $\hat{\tau}_0$

- $\tau_0(t) \equiv t \widetilde{\exp}(H) \bmod t^{pe^*+1}$, где $H = \sum_{i \geq e^*} \alpha_i^0 t^i$, $e^* = pe/(p-1)$, и $\alpha_i^0 \neq 0$ только при $i \equiv 0 \bmod p$
- $\hat{\tau}_0(f) = f \circ c$, где $c \in \mathcal{L}_K$ т.ч. $(e = \sum t^{-a} D_{a0}!)$

$$\sum_a \tau_0(t)^{-a} D_{a0} = (-c) \circ \left(\sum_a t^{-a} \hat{\tau}_0^*(D_{a0}) \right) \circ (\sigma c)$$

- Деформация $t \mapsto \tau_0(t)$ задает сопряжение $\hat{\tau}_0^*$ с пом. $\hat{\tau}_0$
- новые коммутаторы в $\mathcal{L} \equiv$ ответ на ВОПРОС 1:
 - $L_k / C_{s+1}(L_k) = \mathcal{L}_k / \tilde{C}_{s+1}$, $\tilde{C}_{s+1} = [\tilde{C}_s, \mathcal{L}_k] + \sum_{a,n} k D_{a+se^*,n}$;
 - в частности, $\mathcal{J} = \tilde{C}_p$

ВОПРОС 1

Описание $\hat{\tau}_0$

- $\tau_0(t) \equiv t \widetilde{\exp}(H) \bmod t^{pe^*+1}$, где $H = \sum_{i \geq e^*} \alpha_i^0 t^i$, $e^* = pe/(p-1)$, и $\alpha_i^0 \neq 0$ только при $i \equiv 0 \bmod p$
- $\hat{\tau}_0(f) = f \circ c$, где $c \in \mathcal{L}_K$ т.ч. $(e = \sum t^{-a} D_{a0}!)$

$$\sum_a \tau_0(t)^{-a} D_{a0} = (-c) \circ \left(\sum_a t^{-a} \hat{\tau}_0^*(D_{a0}) \right) \circ (\sigma c)$$

- Деформация $t \mapsto \tau_0(t)$ задает сопряжение $\hat{\tau}_0^*$ с пом. $\hat{\tau}_0$
- новые коммутаторы в $\mathcal{L} \equiv$ ответ на ВОПРОС 1:
 - $L_k / C_{s+1}(L_k) = \mathcal{L}_k / \tilde{C}_{s+1}$, $\tilde{C}_{s+1} = [\tilde{C}_s, \mathcal{L}_k] + \sum_{a,n} k D_{a+se^*,n}$;
 - в частности, $\mathcal{J} = \tilde{C}_p$

ВОПРОС 1

Описание $\hat{\tau}_0$

- $\tau_0(t) \equiv t \widetilde{\exp}(H) \bmod t^{pe^*+1}$, где $H = \sum_{i \geq e^*} \alpha_i^0 t^i$,
 $e^* = pe/(p-1)$, и $\alpha_i^0 \neq 0$ только при $i \equiv 0 \bmod p$
- $\hat{\tau}_0(f) = f \circ c$, где $c \in \mathcal{L}_K$ т.ч. $(e = \sum t^{-a} D_{a0}!)$

$$\sum_a \tau_0(t)^{-a} D_{a0} = (-c) \circ \left(\sum_a t^{-a} \hat{\tau}_0^*(D_{a0}) \right) \circ (\sigma c)$$

- Деформация $t \mapsto \tau_0(t)$ задает сопряжение $\hat{\tau}_0^*$ с пом. $\hat{\tau}_0$

• новые коммутаторы в $\mathcal{L} \equiv$ ответ на ВОПРОС 1:

- $L_k / C_{s+1}(L_k) = \mathcal{L}_k / \tilde{C}_{s+1}$, $\tilde{C}_{s+1} = [\tilde{C}_s, \mathcal{L}_k] + \sum_{a,n} k D_{a+se^*,n}$;
- в частности, $\mathcal{J} = \tilde{\mathcal{C}}_p$

ВОПРОС 1

Описание $\hat{\tau}_0$

- $\tau_0(t) \equiv t \widetilde{\exp}(H) \bmod t^{pe^*+1}$, где $H = \sum_{i \geq e^*} \alpha_i^0 t^i$, $e^* = pe/(p-1)$, и $\alpha_i^0 \neq 0$ только при $i \equiv 0 \bmod p$
- $\hat{\tau}_0(f) = f \circ c$, где $c \in \mathcal{L}_K$ т.ч. $(e = \sum t^{-a} D_{a0}!)$

$$\sum_a \tau_0(t)^{-a} D_{a0} = (-c) \circ \left(\sum_a t^{-a} \hat{\tau}_0^*(D_{a0}) \right) \circ (\sigma c)$$

- Деформация $t \mapsto \tau_0(t)$ задает сопряжение $\hat{\tau}_0^*$ с пом. $\hat{\tau}_0$
- новые коммутаторы в $\mathcal{L} \equiv$ ответ на ВОПРОС 1:

- $L_k / C_{s+1}(L_k) = \mathcal{L}_k / \tilde{C}_{s+1}$, $\tilde{C}_{s+1} = [\tilde{C}_s, \mathcal{L}_k] + \sum_{a,n} k D_{a+se^*,n}$;
- в частности, $\mathcal{J} = \tilde{\mathcal{C}}_p$

ВОПРОС 1

Описание $\hat{\tau}_0$

- $\tau_0(t) \equiv t \widetilde{\exp}(H) \bmod t^{pe^*+1}$, где $H = \sum_{i \geq e^*} \alpha_i^0 t^i$,
 $e^* = pe/(p-1)$, и $\alpha_i^0 \neq 0$ только при $i \equiv 0 \bmod p$
- $\hat{\tau}_0(f) = f \circ c$, где $c \in \mathcal{L}_{\mathcal{K}}$ т.ч. $(e = \sum t^{-a} D_{a0}!)$

$$\sum_a \tau_0(t)^{-a} D_{a0} = (-c) \circ \left(\sum_a t^{-a} \hat{\tau}_0^*(D_{a0}) \right) \circ (\sigma c)$$

- Деформация $t \mapsto \tau_0(t)$ задает сопряжение $\hat{\tau}_0^*$ с пом. $\hat{\tau}_0$
- новые коммутаторы в $\mathcal{L} \equiv$ ответ на ВОПРОС 1:
 - $L_k / \mathcal{C}_{s+1}(L_k) = \mathcal{L}_k / \tilde{\mathcal{C}}_{s+1}$, $\tilde{\mathcal{C}}_{s+1} = [\tilde{\mathcal{C}}_s, \mathcal{L}_k] + \sum_{a,n} k D_{a+se^*,n}$;
 - в частности, $\mathcal{J} = \tilde{\mathcal{C}}_p$

ВОПРОС 1

Описание $\hat{\tau}_0$

- $\tau_0(t) \equiv t \widetilde{\exp}(H) \bmod t^{pe^*+1}$, где $H = \sum_{i \geq e^*} \alpha_i^0 t^i$, $e^* = pe/(p-1)$, и $\alpha_i^0 \neq 0$ только при $i \equiv 0 \bmod p$
- $\hat{\tau}_0(f) = f \circ c$, где $c \in \mathcal{L}_K$ т.ч. $(e = \sum t^{-a} D_{a0}!)$

$$\sum_a \tau_0(t)^{-a} D_{a0} = (-c) \circ \left(\sum_a t^{-a} \hat{\tau}_0^*(D_{a0}) \right) \circ (\sigma c)$$

- Деформация $t \mapsto \tau_0(t)$ задает сопряжение $\hat{\tau}_0^*$ с пом. $\hat{\tau}_0$
- новые коммутаторы в $\mathcal{L} \equiv$ ответ на ВОПРОС 1:
 - $L_k / C_{s+1}(L_k) = \mathcal{L}_k / \widetilde{C}_{s+1}$, $\widetilde{C}_{s+1} = [\widetilde{C}_s, \mathcal{L}_k] + \sum_{a,n} k D_{a+se^*,n}$;
 - в частности, $\mathcal{J} = \widetilde{C}_p$

ВОПРОС 2

Ответ на Вопрос 2:

— Действие $\langle \hat{\tau}_0^* \rangle$ на $\mathcal{L}/\mathcal{J} \subset L$ ($G(L) = \Gamma_{K,1}$)

$\equiv$ действие гр. схемы $\mathbb{F}_p[u]$, $u^p = 0$, $\Delta(u) = u \otimes 1 + 1 \otimes u$

с пом. отображения $S : L \longrightarrow \mathbb{F}_p[u] \otimes L$ т.ч. $\hat{\tau}_0^*(l) = S(l)|_{u=1}$.

— Если $S(l) = \sum_{i \geq 0} S_i(l)u^i$ то $S_i(l) = (\text{ad}^i \hat{\tau}_0)(l)/i!$

— Линеаризация нелин. ур-я для $\hat{\tau}_0^*$ дает след. рекурсивные соотношения для $V_a = \text{ad}(\hat{\tau}_0^*)(D_{a0})$

ВОПРОС 2

Ответ на Вопрос 2:

— Действие $\langle \hat{\tau}_0^* \rangle$ на $\mathcal{L}/\mathcal{J} \subset L$ ($G(L) = \Gamma_{K,1}$)

$\equiv$ действие гр. схемы $\mathbb{F}_p[u]$, $u^p = 0$, $\Delta(u) = u \otimes 1 + 1 \otimes u$

с пом. отображения $S : L \longrightarrow \mathbb{F}_p[u] \otimes L$ т.ч. $\hat{\tau}_0^*(l) = S(l)|_{u=1}$.

— Если $S(l) = \sum_{i \geq 0} S_i(l)u^i$ то $S_i(l) = (\text{ad}^i \hat{\tau}_0)(l)/i!$

— Линеаризация нелин. ур-я для $\hat{\tau}_0^*$ дает след. рекурсивные соотношения для $V_a = \text{ad}(\hat{\tau}_0^*)(D_{a0})$

ВОПРОС 2

Ответ на Вопрос 2:

— Действие $\langle \hat{\tau}_0^* \rangle$ на $\mathcal{L}/\mathcal{J} \subset L$ ($G(L) = \Gamma_{K,1}$)

$\equiv$ действие гр. схемы $\mathbb{F}_p[u]$, $u^p = 0$, $\Delta(u) = u \otimes 1 + 1 \otimes u$

с пом. отображения $S : L \longrightarrow \mathbb{F}_p[u] \otimes L$ т.ч. $\hat{\tau}_0^*(l) = S(l)|_{u=1}$.

— Если $S(l) = \sum_{i \geq 0} S_i(l)u^i$ то $S_i(l) = (\text{ad}^i \hat{\tau}_0)(l)/i!$

— Линеаризация нелин. ур-я для $\hat{\tau}_0^*$ дает след. рекурсивные соотношения для $V_a = \text{ad}(\hat{\tau}_0^*)(D_{a0})$

ВОПРОС 2

Ответ на Вопрос 2:

— Действие $\langle \hat{\tau}_0^* \rangle$ на $\mathcal{L}/\mathcal{J} \subset L$ ($G(L) = \Gamma_{K,1}$)

$\equiv$ действие гр. схемы $\mathbb{F}_p[u]$, $u^p = 0$, $\Delta(u) = u \otimes 1 + 1 \otimes u$

с пом. отображения $S : L \longrightarrow \mathbb{F}_p[u] \otimes L$ т.ч. $\hat{\tau}_0^*(l) = S(l)|_{u=1}$.

— Если $S(l) = \sum_{i \geq 0} S_i(l)u^i$ то $S_i(l) = (\text{ad}^i \hat{\tau}_0)(l)/i!$

— Линеаризация нелин. ур-я для $\hat{\tau}_0^*$ дает след. рекурсивные соотношения для $V_a = \text{ad}(\hat{\tau}_0^*)(D_{a0})$

ВОПРОС 2

Ответ на Вопрос 2:

— Действие $\langle \hat{\tau}_0^* \rangle$ на $\mathcal{L}/\mathcal{J} \subset L$ ($G(L) = \Gamma_{K,1}$)

$\equiv$ действие гр. схемы $\mathbb{F}_p[u]$, $u^p = 0$, $\Delta(u) = u \otimes 1 + 1 \otimes u$

с пом. отображения $S : L \longrightarrow \mathbb{F}_p[u] \otimes L$ т.ч. $\hat{\tau}_0^*(l) = S(l)|_{u=1}$.

— Если $S(l) = \sum_{i \geq 0} S_i(l)u^i$ то $S_i(l) = (\text{ad}^i \hat{\tau}_0)(l)/i!$

— Линеаризация нелин. ур-я для $\hat{\tau}_0^*$ дает след. рекурсивные соотношения для $V_a = \text{ad}(\hat{\tau}_0^*)(D_{a0})$

ВОПРОС 2

$$\begin{aligned}
 & \sigma c_1 - c_1 + \sum_a t^{-a} V_a = \\
 & - \sum_{s \geq 1} (s!)^{-1} (a_1 + \dots + a_s) H t^{-(a_1 + \dots + a_s)} D_{a_1 0} \dots D_{a_s 0} \\
 & + \sum_{s \geq 2} (s!)^{-1} t^{-(a_1 + \dots + a_s)} \left(\sum_{1 \leq i \leq s} D_{a_1 0} \dots D_{a_{i-1} 0} V_{a_i} D_{a_{i+1} 0} \dots D_{a_s 0} \right) \\
 & + c_1 \left(\sum_{s \geq 1} (s!)^{-1} t^{-(a_1 + \dots + a_s)} D_{a_1 0} \dots D_{a_s 0} \right) \\
 & - \left(\sum_{s \geq 1} (s!)^{-1} t^{-(a_1 + \dots + a_s)} D_{a_1 0} \dots D_{a_s 0} \right) \sigma(c_1)
 \end{aligned}$$

Здесь $H = \sum_{i \geq e^*} \alpha_i^0 t^i$ получается из

$$\widetilde{\exp}(\zeta_p) = 1 + \sum_{i \geq e^*} \sigma^{-1}(\alpha_i^0) \pi_k^{i/p}$$

ВОПРОС 2

$$\begin{aligned}
 & \sigma c_1 - c_1 + \sum_a t^{-a} V_a = \\
 & - \sum_{s \geq 1} (s!)^{-1} (a_1 + \dots + a_s) H t^{-(a_1 + \dots + a_s)} D_{a_1 0} \dots D_{a_s 0} \\
 & + \sum_{s \geq 2} (s!)^{-1} t^{-(a_1 + \dots + a_s)} \left(\sum_{1 \leq i \leq s} D_{a_1 0} \dots D_{a_{i-1} 0} V_{a_i} D_{a_{i+1} 0} \dots D_{a_s 0} \right) \\
 & + c_1 \left(\sum_{s \geq 1} (s!)^{-1} t^{-(a_1 + \dots + a_s)} D_{a_1 0} \dots D_{a_s 0} \right) \\
 & - \left(\sum_{s \geq 1} (s!)^{-1} t^{-(a_1 + \dots + a_s)} D_{a_1 0} \dots D_{a_s 0} \right) \sigma(c_1)
 \end{aligned}$$

Здесь $H = \sum_{i \geq e^*} \alpha_i^0 t^i$ получается из

$$\widetilde{\exp}(\zeta_p) = 1 + \sum_{i \geq e^*} \sigma^{-1}(\alpha_i^0) \pi_k^{i/p}$$

ПЕРВЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ: СООТНОШЕНИЕ ДЕМУШКИНА

$$\mathrm{ad}(\hat{\tau}_0^*)(D_0) = \sum_{i, 0 \leq n < N_0} \sigma^n(\alpha_i^0 \mathcal{F}_i)$$

Напомним что

$$\mathcal{F}_\gamma = \sum_{1 \leq s \leq p} (-1)^s \sum_{(a_i, n_i)} \eta(n_1, \dots, n_s) [\dots [D_{a_1 n_1}, D_{a_2 n_2}], \dots, D_{a_s n_s}]$$

— $0 = n_1 \geq n_2 \geq \dots \geq n_s$, $a_1 p^{n_1} + \dots + a_s p^{n_s} = \gamma$;

— Связь с локальным аналогом Гипотезы Гротендика

ПЕРВЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ: СООТНОШЕНИЕ ДЕМУШКИНА

$$\mathrm{ad}(\hat{\tau}_0^*)(D_0) = \sum_{i, 0 \leq n < N_0} \sigma^n(\alpha_i^0 \mathcal{F}_i)$$

Напомним что

$$\mathcal{F}_\gamma = \sum_{1 \leq s < p} (-1)^s \sum_{(a_i, n_i)} \eta(n_1, \dots, n_s) [\dots [D_{a_1 n_1}, D_{a_2 n_2}], \dots, D_{a_s n_s}]$$

- $0 = n_1 \geq n_2 \geq \dots \geq n_s$, $a_1 p^{n_1} + \dots + a_s p^{n_s} = \gamma$;
- Связь с локальным аналогом Гипотезы Гротендика

ПЕРВЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ: ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ $\text{ad } \hat{\tau}_0^*$

Введем $\mathcal{F}_{\gamma,i} \in \mathcal{L}_k$, $\gamma > 0$, $i \in p\mathbb{N}$

$$\mathcal{F}_{\gamma,i} = -\gamma D_{\gamma,0} + \sum_{\substack{a_1 < i, n \leq 0 \\ a_1 + a_2 p^n = \gamma}} \eta(0, n) a_1 [D_{a_1 0}, D_{a_2 n}]$$

где $\eta(0, n) = 1$ при $n < 0$ и $\eta(0, n) = 1/2$ при $n = 0$.

(Линейное слагаемое появл. титтк $\gamma \in \mathbb{N}$ и $\gcd(\gamma, p) = 1$.)

$$\text{ad}(\hat{\tau}_0^*)(D_{a0}) = \sum_{\substack{i, M \\ \gamma = i + ap^{-M}}} \sigma^M(\alpha_i^0 \mathcal{F}_{\gamma,i}) \bmod C_3(\mathcal{L}_k)$$

(убивает образующие D_{bn} с $b > e^*$)

ПЕРВЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ: ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ $\text{ad } \hat{\tau}_0^*$

Введем $\mathcal{F}_{\gamma,i} \in \mathcal{L}_k$, $\gamma > 0$, $i \in p\mathbb{N}$

$$\mathcal{F}_{\gamma,i} = -\gamma D_{\gamma,0} + \sum_{\substack{a_1 < i, n \leq 0 \\ a_1 + a_2 p^n = \gamma}} \eta(0, n) a_1 [D_{a_1 0}, D_{a_2 n}]$$

где $\eta(0, n) = 1$ при $n < 0$ и $\eta(0, n) = 1/2$ при $n = 0$.

(Линейное слагаемое появл. титтк $\gamma \in \mathbb{N}$ и $\gcd(\gamma, p) = 1$.)

$$\text{ad}(\hat{\tau}_0^*)(D_{a0}) = \sum_{\substack{i, M \\ \gamma = i + ap^{-M}}} \sigma^M(\alpha_i^0 \mathcal{F}_{\gamma,i}) \bmod C_3(\mathcal{L}_k)$$

(убивает образующие D_{bn} с $b > e^*$)

ПЕРВЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ: ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ $\text{ad } \hat{\tau}_0^*$

Введем $\mathcal{F}_{\gamma,i} \in \mathcal{L}_k$, $\gamma > 0$, $i \in p\mathbb{N}$

$$\mathcal{F}_{\gamma,i} = -\gamma D_{\gamma,0} + \sum_{\substack{a_1 < i, n \leq 0 \\ a_1 + a_2 p^n = \gamma}} \eta(0, n) a_1 [D_{a_1 0}, D_{a_2 n}]$$

где $\eta(0, n) = 1$ при $n < 0$ и $\eta(0, n) = 1/2$ при $n = 0$.

(Линейное слагаемое появл. титтк $\gamma \in \mathbb{N}$ и $\gcd(\gamma, p) = 1$.)

$$\text{ad}(\hat{\tau}_0^*)(D_{a0}) = \sum_{\substack{i, M \\ \gamma = i + ap^{-M}}} \sigma^M(\alpha_i^0 \mathcal{F}_{\gamma,i}) \bmod C_3(\mathcal{L}_k)$$

(убивает образующие D_{bn} с $b > e^*$)

ПЕРВЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ: ФИЛЬТРАЦИЯ ВЕТВЛЕНИЯ В $\Gamma_{K,1}$

$\Gamma_K = \Gamma_{\tilde{K}} \subset \Gamma_K$ совместим с фильтрациями ветвления

т.е. $\Gamma_K^{(v')} \cap \Gamma_K = \Gamma_K^{(v)}$, $v' = \varphi_{\tilde{K}/K}(v)$ (функция Эрбрана)

Подъем $\hat{\tau}_0 \in \Gamma_{K,1}^{(e^*)}$ обеспеч. условием $\text{ad}(\hat{\tau}_0^*)(\mathcal{L}) \subset \mathcal{L}^{(e^*)}$

- для $v > e^*$, $\Gamma_{K,1}^{(v)} = \Gamma_{K,1}^{(v_1)}$, где $\varphi_{\tilde{K}/K}(v_1) = v$;
- для $v \leq e^*$, $\Gamma_{K,1}^{(v)}$ порождена $\Gamma_{K,1}^{(v)}$ и $\hat{\tau}_0$.
- максимальные верхние числа ветвления v_s подполей $\tilde{K}$ отвечающих $\Gamma_K^p C_{s+1}(\Gamma_K)$, $2 \leq s < p$,

$$v_s = \varphi_{K_1/K}(se^* - 1) = e^* + ((s-1)e^* - 1)/p$$

ЗАМЕЧАНИЕ. Соотв.теория mod p^M для $\Gamma_K/\Gamma_K^{p^M} C_p(\Gamma_K)$ строится при предположении $\zeta_{p^M} \in K$;

ПЕРВЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ: ФИЛЬТРАЦИЯ ВЕТВЛЕНИЯ В $\Gamma_{K,1}$

$\Gamma_K = \Gamma_{\tilde{K}} \subset \Gamma_K$ совместим с фильтрациями ветвления
т.е. $\Gamma_K^{(v')} \cap \Gamma_K = \Gamma_K^{(v)}$, $v' = \varphi_{\tilde{K}/K}(v)$ (функция Эрбрана)

Подъем $\hat{\tau}_0 \in \Gamma_{K,1}^{(e^*)}$ обеспеч. условием $\text{ad}(\hat{\tau}_0^*)(\mathcal{L}) \subset \mathcal{L}^{(e^*)}$

- для $v > e^*$, $\Gamma_{K,1}^{(v)} = \Gamma_{K,1}^{(v_1)}$, где $\varphi_{\tilde{K}/K}(v_1) = v$;
- для $v \leq e^*$, $\Gamma_{K,1}^{(v)}$ порождена $\Gamma_{K,1}^{(v)}$ и $\hat{\tau}_0$.
- максимальные верхние числа ветвления v_s подполей $\bar{K}$ отвечающих $\Gamma_K^p C_{s+1}(\Gamma_K)$, $2 \leq s < p$,

$$v_s = \varphi_{K_1/K}(se^* - 1) = e^* + ((s-1)e^* - 1)/p$$

ЗАМЕЧАНИЕ. Соотв.теория $\text{mod } p^M$ для $\Gamma_K/\Gamma_K^{p^M} C_p(\Gamma_K)$ строится при предположении $\zeta_{p^M} \in K$;

ПЕРВЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ: ФИЛЬТРАЦИЯ ВЕТВЛЕНИЯ В $\Gamma_{K,1}$

$\Gamma_K = \Gamma_{\tilde{K}} \subset \Gamma_K$ совместим с фильтрациями ветвления
т.е. $\Gamma_K^{(v')} \cap \Gamma_K = \Gamma_K^{(v)}$, $v' = \varphi_{\tilde{K}/K}(v)$ (функция Эрбрана)

Подъем $\hat{\tau}_0 \in \Gamma_{K,1}^{(e^*)}$ обеспеч. условием $\text{ad}(\hat{\tau}_0^*)(\mathcal{L}) \subset \mathcal{L}^{(e^*)}$

- для $v > e^*$, $\Gamma_{K,1}^{(v)} = \Gamma_{K,1}^{(v_1)}$, где $\varphi_{\tilde{K}/K}(v_1) = v$;
- для $v \leq e^*$, $\Gamma_{K,1}^{(v)}$ порождена $\Gamma_{K,1}^{(v)}$ и $\hat{\tau}_0$.
- максимальные верхние числа ветвления v_s подполей $\tilde{K}$ отвечающих $\Gamma_K^p C_{s+1}(\Gamma_K)$, $2 \leq s < p$,

$$v_s = \varphi_{K_1/K}(se^* - 1) = e^* + ((s-1)e^* - 1)/p$$

ЗАМЕЧАНИЕ. Соотв.теория $\text{mod } p^M$ для $\Gamma_K/\Gamma_K^{p^M} C_p(\Gamma_K)$ строится при предположении $\zeta_{p^M} \in K$;

ПЕРВЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ: ФИЛЬТРАЦИЯ ВЕТВЛЕНИЯ В $\Gamma_{K,1}$

$\Gamma_K = \Gamma_{\tilde{K}} \subset \Gamma_K$ совместим с фильтрациями ветвления
т.е. $\Gamma_K^{(v')} \cap \Gamma_K = \Gamma_K^{(v)}$, $v' = \varphi_{\tilde{K}/K}(v)$ (функция Эрбрана)

Подъем $\hat{\tau}_0 \in \Gamma_{K,1}^{(e^*)}$ обеспеч. условием $\text{ad}(\hat{\tau}_0^*)(\mathcal{L}) \subset \mathcal{L}^{(e^*)}$

- для $v > e^*$, $\Gamma_{K,1}^{(v)} = \Gamma_{K,1}^{(v_1)}$, где $\varphi_{\tilde{K}/K}(v_1) = v$;
- для $v \leq e^*$, $\Gamma_{K,1}^{(v)}$ порождена $\Gamma_{K,1}^{(v)}$ и $\hat{\tau}_0$.
- максимальные верхние числа ветвления v_s подполей $\bar{K}$ отвечающих $\Gamma_K^p C_{s+1}(\Gamma_K)$, $2 \leq s < p$,

$$v_s = \varphi_{K_1/K}(se^* - 1) = e^* + ((s-1)e^* - 1)/p$$

ЗАМЕЧАНИЕ. Соотв.теория $\text{mod } p^M$ для $\Gamma_K/\Gamma_K^{p^M} C_p(\Gamma_K)$ строится при предположении $\zeta_{p^M} \in K$;

ПЕРВЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ: ФИЛЬТРАЦИЯ ВЕТВЛЕНИЯ В $\Gamma_{K,1}$

$\Gamma_K = \Gamma_{\tilde{K}} \subset \Gamma_K$ совместим с фильтрациями ветвления
т.е. $\Gamma_K^{(v')} \cap \Gamma_K = \Gamma_K^{(v)}$, $v' = \varphi_{\tilde{K}/K}(v)$ (функция Эрбрана)

Подъем $\hat{\tau}_0 \in \Gamma_{K,1}^{(e^*)}$ обеспеч. условием $\text{ad}(\hat{\tau}_0^*)(\mathcal{L}) \subset \mathcal{L}^{(e^*)}$

- для $v > e^*$, $\Gamma_{K,1}^{(v)} = \Gamma_{K,1}^{(v_1)}$, где $\varphi_{\tilde{K}/K}(v_1) = v$;
- для $v \leq e^*$, $\Gamma_{K,1}^{(v)}$ порождена $\Gamma_{K,1}^{(v)}$ и $\hat{\tau}_0$.

• максимальные верхние числа ветвления v_s подполей $\bar{K}$ отвечающих $\Gamma_K^p C_{s+1}(\Gamma_K)$, $2 \leq s < p$,

$$v_s = \varphi_{K_1/K}(se^* - 1) = e^* + ((s-1)e^* - 1)/p$$

ЗАМЕЧАНИЕ. Соотв.теория mod p^M для $\Gamma_K/\Gamma_K^{p^M} C_p(\Gamma_K)$ строится при предположении $\zeta_{p^M} \in K$;

ПЕРВЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ: ФИЛЬТРАЦИЯ ВЕТВЛЕНИЯ В $\Gamma_{K,1}$

$\Gamma_K = \Gamma_{\tilde{K}} \subset \Gamma_K$ совместим с фильтрациями ветвления
т.е. $\Gamma_K^{(v')} \cap \Gamma_K = \Gamma_K^{(v)}$, $v' = \varphi_{\tilde{K}/K}(v)$ (функция Эрбрана)

Подъем $\hat{\tau}_0 \in \Gamma_{K,1}^{(e^*)}$ обеспеч. условием $\text{ad}(\hat{\tau}_0^*)(\mathcal{L}) \subset \mathcal{L}^{(e^*)}$

- для $v > e^*$, $\Gamma_{K,1}^{(v)} = \Gamma_{K,1}^{(v_1)}$, где $\varphi_{\tilde{K}/K}(v_1) = v$;
- для $v \leq e^*$, $\Gamma_{K,1}^{(v)}$ порождена $\Gamma_{K,1}^{(v)}$ и $\hat{\tau}_0$.
- максимальные верхние числа ветвления v_s подполей $\tilde{K}$ отвечающих $\Gamma_K^p C_{s+1}(\Gamma_K)$, $2 \leq s < p$,

$$v_s = \varphi_{K_1/K}(se^* - 1) = e^* + ((s-1)e^* - 1)/p$$

ЗАМЕЧАНИЕ. Соотв.теория $\text{mod } p^M$ для $\Gamma_K/\Gamma_K^{p^M} C_p(\Gamma_K)$
строится при предположении $\zeta_{p^M} \in K$;

ПЕРВЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ: ФИЛЬТРАЦИЯ ВЕТВЛЕНИЯ В $\Gamma_{K,1}$

$\Gamma_K = \Gamma_{\tilde{K}} \subset \Gamma_K$ совместим с фильтрациями ветвления
т.е. $\Gamma_K^{(v')} \cap \Gamma_K = \Gamma_K^{(v)}$, $v' = \varphi_{\tilde{K}/K}(v)$ (функция Эрбрана)

Подъем $\hat{\tau}_0 \in \Gamma_{K,1}^{(e^*)}$ обеспеч. условием $\text{ad}(\hat{\tau}_0^*)(\mathcal{L}) \subset \mathcal{L}^{(e^*)}$

- для $v > e^*$, $\Gamma_{K,1}^{(v)} = \Gamma_{K,1}^{(v_1)}$, где $\varphi_{\tilde{K}/K}(v_1) = v$;
- для $v \leq e^*$, $\Gamma_{K,1}^{(v)}$ порождена $\Gamma_{K,1}^{(v)}$ и $\hat{\tau}_0$.
- максимальные верхние числа ветвления v_s подполей $\tilde{K}$ отвечающих $\Gamma_K^p C_{s+1}(\Gamma_K)$, $2 \leq s < p$,

$$v_s = \varphi_{K_1/K}(se^* - 1) = e^* + ((s-1)e^* - 1)/p$$

ЗАМЕЧАНИЕ. Соотв.теория $\text{mod } p^M$ для $\Gamma_K/\Gamma_K^{p^M} C_p(\Gamma_K)$ строится при предположении $\zeta_{p^M} \in K$;

2-dim лок. поля СМЕШ. ХАРАКТЕРИСТИКИ

— $\mathcal{K} = \mathbb{F}_p((t_2))((t_1));$

— в $\Gamma_{\mathcal{K},1}^{ab} = \Gamma_{\mathcal{K}}/\Gamma_{\mathcal{K}}^p C_2(\Gamma_{\mathcal{K}})$ нет естеств. сист. образующих,
напр. $T^p - T = \sum_{n \geq 0} t_2^n t_1^{-1}$ не содержится в комPOSITE всех
 $T_n^p - T_n = t_1^{-1} t_2^n, n \geq 0$

— на $\mathcal{K}$ есть P -топология т.ч.

$$\text{Hom}^P(\mathcal{K}/(\sigma - \text{id})\mathcal{K}, \mathbb{F}_p) \subset \text{Hom}(\mathcal{K}/(\sigma - \text{id})\mathcal{K}, \mathbb{F}_p) = \Gamma_{\mathcal{K},1}^{ab}$$

дает образующие плотной подгруппы $\Gamma_{\mathcal{K},1}^P \subset \Gamma_{\mathcal{K},1}$

— $\Gamma_{\mathcal{K},1}^P = G(\mathcal{L}), \mathcal{L} = \tilde{\mathcal{L}}/C_p(\tilde{\mathcal{L}}), \tilde{\mathcal{L}} \otimes k$ – про-свободная
 $\mathbb{F}_p$ -алгебра Ли с образующими
 $\{D_{(a,b)} \mid (a,b) > (0,0), (a,b,p) = 1\} \cup \{D_{(0,0)}\}$

‘Философия’: Все интересное в $\Gamma_{\mathcal{K},1}$ происходит из $\Gamma_{\mathcal{K},1}^P$.

2-dim лок. поля СМЕШ. ХАРАКТЕРИСТИКИ

— $\mathcal{K} = \mathbb{F}_p((t_2))((t_1));$

— в $\Gamma_{\mathcal{K},1}^{ab} = \Gamma_{\mathcal{K}}/\Gamma_{\mathcal{K}}^p C_2(\Gamma_{\mathcal{K}})$ нет естеств. сист. образующих,
напр. $T^p - T = \sum_{n \geq 0} t_2^n t_1^{-1}$ не содержится в комPOSITE всех
 $T_n^p - T_n = t_1^{-1} t_2^n, n \geq 0$

— на $\mathcal{K}$ есть P -топология т.ч.

$$\text{Hom}^P(\mathcal{K}/(\sigma - \text{id})\mathcal{K}, \mathbb{F}_p) \subset \text{Hom}(\mathcal{K}/(\sigma - \text{id})\mathcal{K}, \mathbb{F}_p) = \Gamma_{\mathcal{K},1}^{ab}$$

дает образующие плотной подгруппы $\Gamma_{\mathcal{K},1}^P \subset \Gamma_{\mathcal{K},1}$

— $\Gamma_{\mathcal{K},1}^P = G(\mathcal{L}), \mathcal{L} = \tilde{\mathcal{L}}/C_p(\tilde{\mathcal{L}}), \tilde{\mathcal{L}} \otimes k$ – про-свободная
 $\mathbb{F}_p$ -алгебра Ли с образующими
 $\{D_{(a,b)} \mid (a,b) > (0,0), (a,b,p) = 1\} \cup \{D_{(0,0)}\}$

’Философия’: Все интересное в $\Gamma_{\mathcal{K},1}$ происходит из $\Gamma_{\mathcal{K},1}^P$.

2-dim лок. поля СМЕШ. ХАРАКТЕРИСТИКИ

— $\mathcal{K} = \mathbb{F}_p((t_2))((t_1));$

— в $\Gamma_{\mathcal{K},1}^{ab} = \Gamma_{\mathcal{K}}/\Gamma_{\mathcal{K}}^p C_2(\Gamma_{\mathcal{K}})$ нет естеств. сист. образующих,
напр. $T^p - T = \sum_{n \geq 0} t_2^n t_1^{-1}$ не содержится в комPOSITE всех
 $T_n^p - T_n = t_1^{-1} t_2^n, n \geq 0$

— на $\mathcal{K}$ есть P -топология т.ч.

$$\text{Hom}^P(\mathcal{K}/(\sigma - \text{id})\mathcal{K}, \mathbb{F}_p) \subset \text{Hom}(\mathcal{K}/(\sigma - \text{id})\mathcal{K}, \mathbb{F}_p) = \Gamma_{\mathcal{K},1}^{ab}$$

дает образующие плотной подгруппы $\Gamma_{\mathcal{K},1}^P \subset \Gamma_{\mathcal{K},1}$

— $\Gamma_{\mathcal{K},1}^P = G(\mathcal{L}), \mathcal{L} = \tilde{\mathcal{L}}/C_p(\tilde{\mathcal{L}}), \tilde{\mathcal{L}} \otimes k$ — про-свободная
 $\mathbb{F}_p$ -алгебра Ли с образующими
 $\{D_{(a,b)} \mid (a,b) > (0,0), (a,b,p) = 1\} \cup \{D_{(0,0)}\}$

‘Философия’: Все интересное в $\Gamma_{\mathcal{K},1}$ происходит из $\Gamma_{\mathcal{K},1}^P$.

2-dim лок. поля СМЕШ. ХАРАКТЕРИСТИКИ

— $\mathcal{K} = \mathbb{F}_p((t_2))((t_1));$

— в $\Gamma_{\mathcal{K},1}^{ab} = \Gamma_{\mathcal{K}}/\Gamma_{\mathcal{K}}^p C_2(\Gamma_{\mathcal{K}})$ нет естеств. сист. образующих,
напр. $T^p - T = \sum_{n \geq 0} t_2^n t_1^{-1}$ не содержится в комPOSITE всех
 $T_n^p - T_n = t_1^{-1} t_2^n, n \geq 0$

— на $\mathcal{K}$ есть P -топология т.ч.

$$\text{Hom}^P(\mathcal{K}/(\sigma - \text{id})\mathcal{K}, \mathbb{F}_p) \subset \text{Hom}(\mathcal{K}/(\sigma - \text{id})\mathcal{K}, \mathbb{F}_p) = \Gamma_{\mathcal{K},1}^{ab}$$

дает образующие плотной подгруппы $\Gamma_{\mathcal{K},1}^P \subset \Gamma_{\mathcal{K},1}$

— $\Gamma_{\mathcal{K},1}^P = G(\mathcal{L}), \mathcal{L} = \tilde{\mathcal{L}}/C_p(\tilde{\mathcal{L}}), \tilde{\mathcal{L}} \otimes k$ — про-свободная
 $\mathbb{F}_p$ -алгебра Ли с образующими
 $\{D_{(a,b)} \mid (a,b) > (0,0), (a,b,p) = 1\} \cup \{D_{(0,0)}\}$

’Философия’: Все интересное в $\Gamma_{\mathcal{K},1}$ происходит из $\Gamma_{\mathcal{K},1}^P$.

2-dim лок. поля СМЕШ. ХАРАКТЕРИСТИКИ

- K — 2-мерное, $\text{char} K = 0$, π_1, π_2 — лок. параметры
- $\zeta_p \in K$; для простоты $\zeta_p = \widetilde{\exp}(\pi_1^{e_1^*/p} \pi_2^{e_2^*/p})$
- Аналог функтора поле норм дает точн. п-ть

$$1 \longrightarrow \mathcal{H} \longrightarrow \Gamma_{K,1}^P \longrightarrow \langle \tau_1 \rangle \times \langle \tau_2 \rangle \longrightarrow 1,$$

где $\tau_i(\sqrt[p]{\pi_j}) = \zeta_p^{\delta_{ij}} \sqrt[p]{\pi_j}$ фор $i, j = 1, 2$.

- Сущ. эпиморфизм $G(\mathcal{L}) \longrightarrow \mathcal{H}$ с ядром $G(\mathcal{J})$; идеал $\mathcal{J}$ описывается как в 1-мерном случае;
- Чему равны $\text{ad}(\hat{\tau}_1^*)$ и $\text{ad}(\hat{\tau}_2^*)$?

2-dim лок. поля СМЕШ. ХАРАКТЕРИСТИКИ

- K — 2-мерное, $\text{char} K = 0$, π_1, π_2 — лок. параметры
- $\zeta_p \in K$; для простоты $\zeta_p = \widetilde{\exp}(\pi_1^{e_1^*/p} \pi_2^{e_2^*/p})$
- Аналог функтора поле норм дает точн. п-ть

$$1 \longrightarrow \mathcal{H} \longrightarrow \Gamma_{K,1}^P \longrightarrow \langle \tau_1 \rangle \times \langle \tau_2 \rangle \longrightarrow 1,$$

где $\tau_i(\sqrt[p]{\pi_j}) = \zeta_p^{\delta_{ij}} \sqrt[p]{\pi_j}$ фор $i, j = 1, 2$.

- Сущ. эпиморфизм $G(\mathcal{L}) \longrightarrow \mathcal{H}$ с ядром $G(\mathcal{J})$; идеал $\mathcal{J}$ описывается как в 1-мерном случае;
- Чему равны $\text{ad}(\hat{\tau}_1^*)$ и $\text{ad}(\hat{\tau}_2^*)$?

2-dim лок. поля СМЕШ. ХАРАКТЕРИСТИКИ

- K — 2-мерное, $\text{char} K = 0$, π_1, π_2 — лок. параметры
- $\zeta_p \in K$; для простоты $\zeta_p = \widetilde{\exp}(\pi_1^{e_1^*/p} \pi_2^{e_2^*/p})$
- Аналог функтора поле норм дает точн. п-ть

$$1 \longrightarrow \mathcal{H} \longrightarrow \Gamma_{K,1}^P \longrightarrow \langle \tau_1 \rangle \times \langle \tau_2 \rangle \longrightarrow 1,$$

где $\tau_i(\sqrt[p]{\pi_j}) = \zeta_p^{\delta_{ij}} \sqrt[p]{\pi_j}$ фор $i, j = 1, 2$.

- Сущ. эпиморфизм $G(\mathcal{L}) \longrightarrow \mathcal{H}$ с ядром $G(\mathcal{J})$; идеал $\mathcal{J}$ описывается как в 1-мерном случае;
- Чему равны $\text{ad}(\hat{\tau}_1^*)$ и $\text{ad}(\hat{\tau}_2^*)$?

2-dim лок. поля СМЕШ. ХАРАКТЕРИСТИКИ

- K — 2-мерное, $\text{char} K = 0$, π_1, π_2 — лок. параметры
- $\zeta_p \in K$; для простоты $\zeta_p = \widetilde{\exp}(\pi_1^{e_1^*/p} \pi_2^{e_2^*/p})$
- Аналог функтора поле норм дает точн. п-ть

$$1 \longrightarrow \mathcal{H} \longrightarrow \Gamma_{K,1}^P \longrightarrow \langle \tau_1 \rangle \times \langle \tau_2 \rangle \longrightarrow 1,$$

где $\tau_i(\sqrt[p]{\pi_j}) = \zeta_p^{\delta_{ij}} \sqrt[p]{\pi_j}$ фор $i, j = 1, 2$.

- Сущ. эпиморфизм $G(\mathcal{L}) \longrightarrow \mathcal{H}$ с ядром $G(\mathcal{J})$; идеал $\mathcal{J}$ описывается как в 1-мерном случае;
- Чему равны $\text{ad}(\hat{\tau}_1^*)$ и $\text{ad}(\hat{\tau}_2^*)$?

2-dim лок. поля СМЕШ. ХАРАКТЕРИСТИКИ

- K — 2-мерное, $\text{char} K = 0$, π_1, π_2 — лок. параметры
- $\zeta_p \in K$; для простоты $\zeta_p = \widetilde{\exp}(\pi_1^{e_1^*/p} \pi_2^{e_2^*/p})$
- Аналог функтора поле норм дает точн. п-ть

$$1 \longrightarrow \mathcal{H} \longrightarrow \Gamma_{K,1}^P \longrightarrow \langle \tau_1 \rangle \times \langle \tau_2 \rangle \longrightarrow 1,$$

где $\tau_i(\sqrt[p]{\pi_j}) = \zeta_p^{\delta_{ij}} \sqrt[p]{\pi_j}$ фор $i, j = 1, 2$.

- Сущ. эпиморфизм $G(\mathcal{L}) \longrightarrow \mathcal{H}$ с ядром $G(\mathcal{J})$; идеал $\mathcal{J}$ описывается как в 1-мерном случае;
- Чему равны $\text{ad}(\hat{\tau}_1^*)$ и $\text{ad}(\hat{\tau}_2^*)$?

2-dim лок. поля СМЕШ. ХАРАКТЕРИСТИКИ

— для $(a, b) \neq (0, 0)$, по модулю $C_3(\mathcal{L}_k^P)$

$$\text{ad}(\hat{\tau}_1^*)(D_{(a,b)}) = \sum_M \sigma^M \mathcal{F}^{(1)}(\gamma_M) \text{ с } \gamma_M = (e_1^*, e_2^*) + (a, b)/p^M$$

$$\text{ad}(\hat{\tau}_2)(D_{(a,b)}) = \sum_M \sigma^M \mathcal{F}^{(2)}(\gamma_M) \text{ с } \gamma_M = (e_1^*, e_2^*) + (a, b)/p^M$$

— кажется(!) $\hat{\tau}_1$ и $\hat{\tau}_2$ коммутируют

— для $(a, b) = (0, 0)$, по модулю $C_3(L_k^P)$

$$\text{ad}(\hat{\tau}_1^*)(D_{(0,0)}) = \frac{1}{2} \sum_{(a_1, b_1) + (a_2, b_2) = (e_1^*, e_2^*)} a_1 [D_{(a_1, b_1)}, D_{(a_2, b_2)}]$$

$$\text{ad}(\hat{\tau}_2^*)(D_{(0,0)}) = \frac{1}{2} \sum_{(a_1, b_1) + (a_2, b_2) = (e_1^*, e_2^*)} b_1 [D_{(a_1, b_1)}, D_{(a_2, b_2)}]$$

(аналоги соотношения Демушкина)

2-dim лок. поля СМЕШ. ХАРАКТЕРИСТИКИ

— для $(a, b) \neq (0, 0)$, по модулю $C_3(\mathcal{L}_k^P)$

$$\text{ad}(\hat{\tau}_1^*)(D_{(a,b)}) = \sum_M \sigma^M \mathcal{F}^{(1)}(\gamma_M) \text{ с } \gamma_M = (e_1^*, e_2^*) + (a, b)/p^M$$

$$\text{ad}(\hat{\tau}_2)(D_{(a,b)}) = \sum_M \sigma^M \mathcal{F}^{(2)}(\gamma_M) \text{ с } \gamma_M = (e_1^*, e_2^*) + (a, b)/p^M$$

— кажется(!) $\hat{\tau}_1$ и $\hat{\tau}_2$ коммутируют

— для $(a, b) = (0, 0)$, по модулю $C_3(L_k^P)$

$$\text{ad}(\hat{\tau}_1^*)(D_{(0,0)}) = \frac{1}{2} \sum_{(a_1, b_1) + (a_2, b_2) = (e_1^*, e_2^*)} a_1 [D_{(a_1, b_1)}, D_{(a_2, b_2)}]$$

$$\text{ad}(\hat{\tau}_2^*)(D_{(0,0)}) = \frac{1}{2} \sum_{(a_1, b_1) + (a_2, b_2) = (e_1^*, e_2^*)} b_1 [D_{(a_1, b_1)}, D_{(a_2, b_2)}]$$

(аналоги соотношения Демушкина)

2-dim лок. поля СМЕШ. ХАРАКТЕРИСТИКИ

— для $(a, b) \neq (0, 0)$, по модулю $C_3(\mathcal{L}_k^P)$

$$\text{ad}(\hat{\tau}_1^*)(D_{(a,b)}) = \sum_M \sigma^M \mathcal{F}^{(1)}(\gamma_M) \text{ с } \gamma_M = (e_1^*, e_2^*) + (a, b)/p^M$$

$$\text{ad}(\hat{\tau}_2)(D_{(a,b)}) = \sum_M \sigma^M \mathcal{F}^{(2)}(\gamma_M) \text{ с } \gamma_M = (e_1^*, e_2^*) + (a, b)/p^M$$

— кажется(!) $\hat{\tau}_1$ и $\hat{\tau}_2$ коммутируют

— для $(a, b) = (0, 0)$, по модулю $C_3(L_k^P)$

$$\text{ad}(\hat{\tau}_1^*)(D_{(0,0)}) = \frac{1}{2} \sum_{(a_1, b_1) + (a_2, b_2) = (e_1^*, e_2^*)} a_1 [D_{(a_1, b_1)}, D_{(a_2, b_2)}]$$

$$\text{ad}(\hat{\tau}_2^*)(D_{(0,0)}) = \frac{1}{2} \sum_{(a_1, b_1) + (a_2, b_2) = (e_1^*, e_2^*)} b_1 [D_{(a_1, b_1)}, D_{(a_2, b_2)}]$$

(аналоги соотношения Демушкина)