

Абсолютно сходящиеся ряды Фурье. Гипотеза Кахана об усилении теоремы Берлинга–Хелсона

В. В. ЛЕБЕДЕВ

Пусть $A(\mathbb{T})$ — пространство непрерывных функций f на окружности $\mathbb{T}$ таких, что последовательность коэффициентов Фурье $\widehat{f} = \{\widehat{f}(k), k \in \mathbb{Z}\}$ принадлежит $l^1(\mathbb{Z})$. Норма в $A(\mathbb{T})$ определяется естественным образом: $\|f\|_{A(\mathbb{T})} = \|\widehat{f}\|_{l^1(\mathbb{Z})}$. Согласно известной теореме Берлинга–Хелсона, если $\varphi : \mathbb{T} \rightarrow \mathbb{T}$ — непрерывное отображение такое, что $\|e^{in\varphi}\|_{A(\mathbb{T})} = O(1)$, $n \in \mathbb{Z}$, то φ — линейно ($\varphi(t) = \nu t + \varphi(0)$, $\nu \in \mathbb{Z}$). Кахану принадлежит гипотеза (ICM 1962) о том, что то же заключение относительно φ верно в предположении $\|e^{in\varphi}\|_{A(\mathbb{T})} = o(\log |n|)$. Отметим, что само существование последовательности ω_n , стремящейся к бесконечности, такой, что из условия $\|e^{in\varphi}\|_{A(\mathbb{T})} = o(\omega_n)$ всегда следует линейность отображения φ (и, тем самым, сама возможность принципиального усиления теоремы Берлинга–Хелсона) — не очевидно. В докладе будет представлен сравнительно недавний результат автора: если $\|e^{in\varphi}\|_{A(\mathbb{T})} = o((\log \log |n| / \log \log \log |n|)^{1/12})$ то φ — линейно. Предполагается также обсудить ряд открытых проблем, имеющих непосредственное отношение к теме доклада.