

A_1 -регулярность и операторы Кальдерона-Зигмунда

Д. В. Руцкий

21 октября, 17:30, ауд. 311

Хорошо известно, что максимальный оператор Харди-Литлвуда M играет ключевую роль в теории сингулярных интегральных операторов T , в частности, являясь незаменимым инструментом в различных оценках. Полученное относительно недавно обобщение теории ВМО-регулярности на $\mathbb{R}^n$ (см. [2]) позволяет получить следующий результат, который говорит о том, что между M и T , по-видимому, в действительности есть довольно сильная связь: свойство ограниченности операторов Кальдерона-Зигмунда T (всех сразу, или какого-то одного, невырожденного в некотором естественном смысле) в банаховой решётке X и свойство ограниченности M сразу в X и в X' — одно и то же свойство для довольно широкого класса банаховых решёток X .

Теорема ([1]). Пусть X — банахова решётка измеримых функций на $\mathbb{R}^n \times \Omega$ (где измеримое пространство Ω играет роль второй переменной), обладающая свойством Фату, p -выпуклая и q -вогнутая для некоторых $1 < p, q < \infty$. Предположим, что R — оператор Кальдерона-Зигмунда, действующий на $L_2(\mathbb{R}^n)$ и такой, что операторы R и R^* являются A_2 -невырожденными (например, R — одно из преобразований Рисса). Следующие условия эквивалентны.

1. Максимальный оператор Харди-Литлвуда M ограниченно действует в решётке X и в её порядково сопряжённой решётке X' .
2. Все операторы Кальдерона-Зигмунда (со стандартными предположениями гладкости ядра) действуют ограниченно в решётке X .
3. Оператор R действует ограниченно в решётке X .

Список литературы

- [1] Rutsky D. V. A_1 -regularity and boundedness of Calderon-Zygmund operators. *preprint*, 2013. <http://arxiv.org/abs/1304.3264>.
- [2] Руцкий Д. В. ВМО-регулярность в решётках измеримых функций на пространствах однородного типа. *Алгебра и Анализ*, 23(2):248–295, 2011.