

А. А. Логунов*, М. А. Мествиришвили*

СТРУКТУРА ИНТЕГРАЛА ДВИЖЕНИЯ И НЕВОЗМОЖНОСТЬ ГРАВИТАЦИОННОГО КОЛЛАПСА

В релятивистской теории гравитации (РТГ), в которой гравитационное поле рассматривается как физическое поле, развивающееся в пространстве Минковского, полная система общековариантных уравнений имеет вид

$$R_{\mu\nu} - \frac{m^2}{2}(g_{\mu\nu} - \gamma_{\mu\nu}) = 8\pi \left(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}T \right), \quad (1)$$

$$D_\nu \tilde{g}^{\mu\nu} = 0, \quad \text{где} \quad \tilde{g}^{\mu\nu} = \sqrt{\frac{g}{\gamma}} g^{\mu\nu}, \quad \tilde{g}^{\mu\nu} = \gamma^{\mu\nu} + \phi^{\mu\nu}. \quad (2)$$

В галилеевых координатах ковариантная производная D_ν в пространстве Минковского становится обычной производной и уравнение (1) в развернутой форме принимает вид

$$\partial_\alpha \partial_\beta (\tilde{g}^{\varepsilon\lambda} \tilde{g}^{\alpha\beta} - \tilde{g}^{\varepsilon\beta} \tilde{g}^{\lambda\alpha}) = 16\pi \frac{g}{\gamma} (T^{\varepsilon\lambda} + t_g^{\varepsilon\lambda}), \quad (3)$$

где

$$\begin{aligned} 16\pi \frac{g}{\gamma} t_g^{\varepsilon\lambda} = & \frac{1}{2} \left(\tilde{g}^{\varepsilon\alpha} \tilde{g}^{\lambda\beta} - \frac{1}{2} \tilde{g}^{\varepsilon\lambda} \tilde{g}^{\alpha\beta} \right) \left(\tilde{g}_{\sigma\nu} \tilde{g}_{\tau\mu} - \frac{1}{2} \tilde{g}_{\sigma\tau} \tilde{g}_{\mu\nu} \right) \partial_\alpha \tilde{g}^{\tau\sigma} \cdot \partial_\beta \tilde{g}^{\mu\nu} + \\ & + \tilde{g}^{\alpha\beta} \tilde{g}_{\tau\sigma} \partial_\alpha \tilde{g}^{\varepsilon\tau} \cdot \partial_\beta \tilde{g}^{\lambda\sigma} - \tilde{g}^{\varepsilon\beta} \tilde{g}_{\tau\sigma} \partial_\alpha \tilde{g}^{\lambda\sigma} \cdot \partial_\beta \tilde{g}^{\alpha\tau} - \tilde{g}^{\lambda\alpha} \tilde{g}_{\tau\sigma} \partial_\alpha \tilde{g}^{\beta\sigma} \cdot \partial_\beta \tilde{g}^{\varepsilon\tau} + \\ & + \frac{1}{2} \tilde{g}^{\varepsilon\lambda} \tilde{g}_{\tau\sigma} \partial_\alpha \tilde{g}^{\sigma\beta} \partial_\beta \tilde{g}^{\alpha\tau} - m^2 \left(\sqrt{\frac{g}{\gamma}} \tilde{g}^{\varepsilon\lambda} + \tilde{g}^{\varepsilon\alpha} \tilde{g}^{\lambda\beta} \gamma_{\alpha\beta} - \frac{1}{2} \tilde{g}^{\varepsilon\lambda} \tilde{g}^{\alpha\beta} \gamma_{\alpha\beta} \right), \end{aligned} \quad (4)$$

$$\gamma_{\alpha\beta} = (1, -1, -1, -1), \quad \gamma = \det \gamma_{\alpha\beta} = -1. \quad (5)$$

При массе гравитона m , равной нулю, выражение (4) совпадает с псевдотензором Ландау–Лифшица [1] с той лишь разницей, что в (4) отсутствуют члены, удовлетворяющие уравнению (2), которое в галилеевых координатах принимает вид

$$\partial_\nu \tilde{g}^{\mu\nu} = 0. \quad (6)$$

В РТГ, в отличие от ОТО, в произвольных координатах в выражении (4) вместо ∂_ν естественным образом возникает D_ν , и поэтому $t_g^{\varepsilon\lambda}$ является тензором. Более того, из-за выделения в (2) и (4) множителей $(-\gamma)$ и $(-g)$ каждый член в правой части (4) также является тензором. Из уравнений (3) и (6) следует закон сохранения

$$\partial_\lambda \left[\frac{g}{\gamma} (T^{\varepsilon\lambda} + t_g^{\varepsilon\lambda}) \right] = 0, \quad (7)$$

который, в отличие от ОТО, в РТГ обладает тензорным характером, поскольку в произвольной системе координат он принимает вид

$$D_\lambda \left[\frac{g}{\gamma} (T^{\varepsilon\lambda} + t_g^{\varepsilon\lambda}) \right] = 0. \quad (8)$$

Согласно (7) имеем закон сохранения для величин [1]:

$$P^\nu = \int \frac{g}{\gamma} (T^{\mu\nu} + t_g^{\mu\nu}) dS_\mu. \quad (9)$$

Именно в соотношении (7) возникает принципиальное отличие от ОТО, поскольку в РТГ $t_g^{\varepsilon\lambda}$ является тензором гравитационного поля, тогда как в ОТО на этом месте фигурирует псевдотензор. При выборе гиперповерхности, которая охватывает все трехмерное пространство, выражение (9) принимает вид [1]

$$P^\nu = \int \frac{g}{\gamma} (T^{0\nu} + t_g^{0\nu}) dV. \quad (10)$$

Рассмотрим холодную нестатическую сферически-симметричную систему большой массы ($M > 3M_\odot$), находящуюся в стадии, когда все термоядерные и тепловые источники энергии истощены. Внешнее гравитационное поле такой системы статическое [2], [3] и описывается интервалом

$$ds^2 = U(r) dt^2 - V(r) dr^2 - W^2(r) [d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2]. \quad (11)$$

Энергия материи и гравитационного поля согласно (10) равна

$$P^0 = \int_{V_0} \frac{g}{\gamma} (T^{00} + t_g^{00}) dV + \int_{V_1} \frac{g}{\gamma} t_g^{00} dV, \quad (12)$$

где V_0 – объем тела, V_1 – объем вне тела, он бесконечен. Поскольку масса гравитона m очень мала, мы можем для простоты анализа положить ее равной нулю. Оставаясь в пределах концепции полевой теории, нам необходимо исследовать уравнения Гильберта–Эйнштейна в гармонических координатах. В. А. Фок на основе взаимно однозначного отображения пространства (W, θ, φ) в (r, θ, φ) установил

единственность вакуумного решения для метрических коэффициентов $U(r)$, $V(r)$ и $W(r)$ из формулы (11) в форме [4]

$$U(r) = \frac{r - r_g/2}{r + r_g/2}, \quad V(r) = \frac{r + r_g/2}{r - r_g/2}, \quad W^2(r) = \left(r + \frac{r_g}{2}\right)^2. \quad (13)$$

Используя выражение (4) и проводя чисто технические вычисления, находим вне тела в сферических координатах

$$16\pi \frac{g}{\gamma} t_g^{00} = -\frac{r_g^4}{4r^6} V^2(r) - \frac{3r_g^2}{r^5} V(r)W(r) - \frac{r_g^2}{2r^6} W^2(r), \quad (14)$$

$$g = -W^4 \sin^2 \theta, \quad \gamma = -r^4 \sin^2 \theta,$$

а для инварианта гравитационного поля $t_g = t_g^{\varepsilon\lambda} g_{\varepsilon\lambda}$ получим

$$32\pi t_g = -\frac{r_g^2}{r^2} \frac{1}{(r - r_g/2)(r + r_g/2)^3} \left[6r^2 - 4r_g r + \frac{5}{4} r_g^2 \right]. \quad (15)$$

Из выражения (15) следует, что особенность Шварцшильда нельзя устранить выбором системы координат. Интегрируя выражение $(g/\gamma)t_g^{00}$ по объему вне тела, получим

$$\int_{V_1} \frac{g}{\gamma} t_g^{00} dV = -\left(\frac{r_g}{2}\right)^2 \left(\frac{4}{r(t) - r_g/2} - \frac{1}{2r(t)} + \frac{r_g}{2r^2(t)} + \frac{r_g^2}{8r^3(t)} \right). \quad (16)$$

Интеграл (10) может быть сведен к поверхностному интегралу. Его вычисление согласно [1] приводит к интегралу движения M :

$$P^0 = M. \quad (17)$$

В нашей системе единиц $r_g = 2M$.

Учитывая (12), (16) и (17), приходим к следующей структуре интеграла движения M :

$$M = \int_{V_0(t)} \frac{g}{\gamma} (T^{00} + t_g^{00}) dV - \left(\frac{r_g}{2}\right)^2 \left(\frac{4}{r(t) - r_g/2} - \frac{1}{2r(t)} + \frac{r_g}{2r^2(t)} + \frac{r_g^2}{8r^3(t)} \right). \quad (18)$$

В этой структуре первый член в правой части (18) определяет энергию вещества и гравитационного поля внутри тела, тогда как второй член определяет потенциальную энергию внешнего гравитационного поля.

Из выражения (16) очевидно, что если радиус тела $r(t)$ при гравитационном сжатии стремится к величине $r_g/2$, внешняя потенциальная энергия гравитационного поля стремится к отрицательной бесконечности, тогда как энергия вещества и гравитационного поля внутри тела согласно (18) неограниченно увеличивается, стремясь при сжатии к положительной бесконечности. Но тело конечной массы не может иметь бесконечную внешнюю энергию, поэтому такая ситуация невозможна, она противоречит принципу причинности Гильберта и закону сохранения энергии. Отсюда возникают две возможности. В первом случае происходит остановка сжатия

при некотором фиксированном радиусе, превышающем радиус Шварцшильда в гармонических координатах. Поскольку статические тела большой массы не могут существовать, то эта возможность для таких тел исключается. Вторая возможность заключается в том, что после остановки гравитационного сжатия начинается стадия расширения. В этом случае энергия внутри тела уменьшается, а вместе с ней согласно (18) убывает по абсолютной величине потенциальная гравитационная энергия внешнего поля. Так благодаря упругости поля возникает *пульсирующий объект*. Последнее исключает гравитационный коллапс, а следовательно, и возможность образования черных дыр.

Благодарности. Авторы выражают благодарность А. А. Власову, С. С. Герштейну, В. И. Денисову, Ю. М. Лоскутову, В. А. Петрову, А. П. Самохину, К. А. Свешникову и Н. Е. Тюрину за интерес к обсуждаемой теме и ценные замечания.

Список литературы

- [1] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теоретическая физика*, т. 2: *Теория поля*, Наука, М., 2001.
- [2] А. А. Логунов, М. А. Мествиришвили, *ЭЧАЯ*, **40**:1 (2009), 136–143.
- [3] А. А. Логунов, *Релятивистская теория гравитации*, Наука, М., 2011.
- [4] В. А. Фок, *Теория пространства, времени и тяготения*, Физматлит, М., 1961.