Деление гармонических функций (по совместной работе с Е.В.Малинниковой).

Пусть u, v - две гармонические вещественнозначные функции в единичном шаре $B_1 \subset \mathbb{R}^n$. Предположим, что множества нулей u и v в единичном шаре совпадают.

Что можно сказать про $\frac{u}{v}$?

Благодаря граничному неравенству Гарнака известно, что $\frac{u}{v}$ непрерывно в B_1 и даже удовлетворяет условию Гельдера в $B_{1-\varepsilon}$ с некоторым показателем Гельдеровости $\beta \in (0,1)$. В случае размерности $n = 2$ Dan Mangoubi показал, что имеет место C^1-гладкость $\log \frac{u}{v}$, и $|\nabla \log \frac{u}{v}|$ ограничен в $B_{1/2}$ некоторой константой, зависящей только от множества нулей u и v.

В докладе будет доказана многомерная теорема о том, что $\frac{u}{v}$ – вещественно аналитическая функция, и будет получена оценка для старших частных производных (в $B_{1/2}$):

$$\left| \frac{D^\alpha (u/v)}{\alpha!} \right| \leq AR^{|\alpha|},$$

где A и R зависят только от множества нулей u в B_1 и от значения $\frac{u}{v}(0)$.