

Вывод правила Борна из унитарности квантовой эволюции

Г. Б. Лесовик (ИТФ им. Л.Д. Ландау)

Для того, чтобы квантовая механика была замкнутой теорией необходимо не постулировать правило Борна, а иметь способ его вывода из уравнений движения (например, уравнения Шредингера).

В определенной степени это сделано в нескольких статьях, начиная со статьи Дойча 1999 года. Мы упростили аргументы предыдущих авторов и

в данной работе покажем, как вывести правило Борна, используя то, что в процессе унитарной эволюции норма состояния $\langle \Psi | \Psi \rangle$ сохраняется. Именно это обстоятельство в конечном счете ведет к тому, что вероятность событий в квантовой механике определяется квадратом волновой функции.

Мы изложим аргументы в духе многомировой интерпретации в пользу того, что квантовая механика является естественным образом вероятностной теорией. При этом случайность появляется как результат представления волны (волновой функции) при помощи дискретного объекта — прибора, который может детектировать только одно из возможных значений динамической переменной.

Ссылки

1. David Deutsch Proc. R. Soc. Lond. A Deutsch, D. (1999).
Proceedings of the Royal Society of London A455, 3129
(1999)
2. M. Born, Z. Phys. **37**, 863 (1926).
3. J. von Neumann, *Mathematische Grundlagen der Quantentheorie* (Springer, Berlin, 1931).
4. W. H. Zurek, Phys. Rev. Lett. 90 , 120404 (2003).
W. H. Zurek, Rev. Mod. Phys .75 , 715 (2003).
W. H. Zurek, Phys. Rev. A 71 , 052105 (2005).
Phys.Rev.Lett.106:250402,2011
5. Л.Д.Ландау, и Е.М. Лифшиц, Квантовая Механика,
Москва, Наука Физматлит 1995
6. Everett, H. 1957 Rev. Mod. Phys. v 29 3 454-462.
7. *The Many-Worlds Interpretation of Quantum Mechanics*,
edited by B.S. De Witt and N. Graham (Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1973).

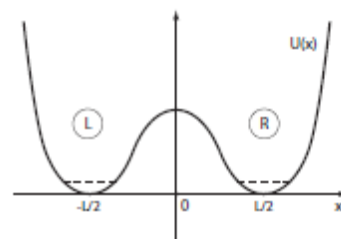


Рис.1 Частица в одномерном симметричном двухямном потенциале.

$$\Psi = \phi(x + L/2) + \phi(x - L/2)$$

$$P_L = P_R = 1/2$$

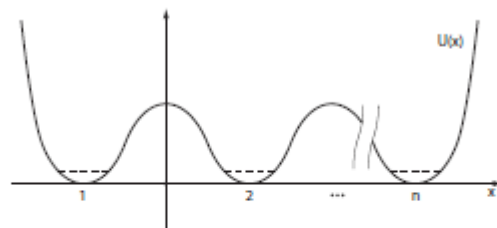


Рис.2 Частица в потенциале, состоящем из n одинаковых ям (разделенных идентичными барьерами).

$$P_j = 1/n$$

$$P_j = \int_{\Omega_j} dx |\Psi_j|^2 / (\sum_j \int_{\Omega_j} dx |\Psi_j|^2)$$

$$P_j = \int dx |\Psi_j|^m / (\sum_j \int dx |\Psi_j|^m) = 1/n$$

Предположение (аксиома) о сохранении вероятности

Если в мысленном эксперименте мы деформируем правую яму, при условии, что за время деформации туннелирование (пренебрежимое при очень высоком барьере) исключено, то вероятность найти частицу справа после деформации не изменится

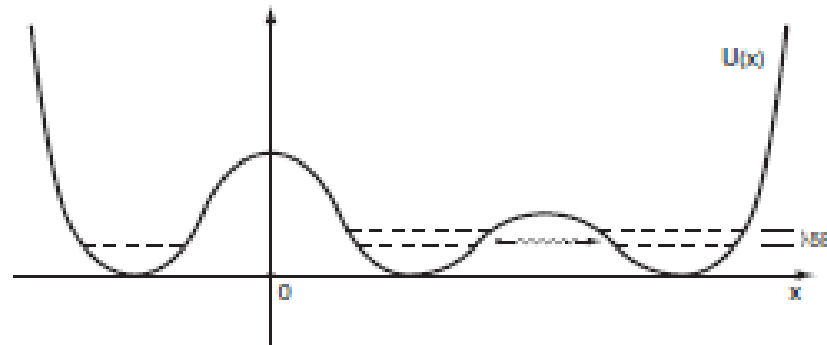


Рис.3 Деформируем двухямный потенциал так, что кроме правой ямы возникнет еще одна (третья) яма справа. Настроив должным образом высоту барьера, можно обеспечить перетекание заданной части волновой функции, (нарастание амплитуды A со временем t в новой яме будет происходить как $A = \sin[\delta Et/\hbar]$ где δE расщепление уровней в последней паре ям).

В силу унитарности при амплитуде N в правой яме порождается N^2 ям с амплитудой 1

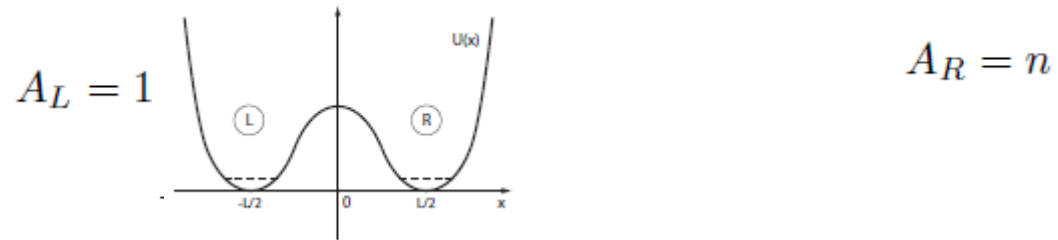
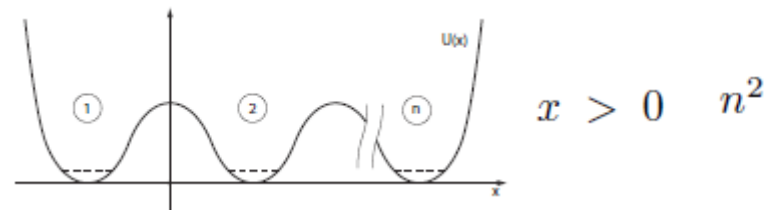


Рис.1 Частица в одномерном симметричном двухямном потенциале.

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega} dx |\Psi|^2 = - \int_{surface \Omega} j df$$

$$P_R = n^2 / (1 + n^2)$$

$$P_R = |\Psi_R|^2$$



Обобщение на иррациональное отношение

$$A_L/A_R$$

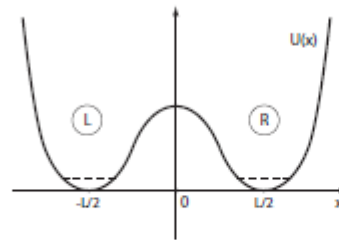
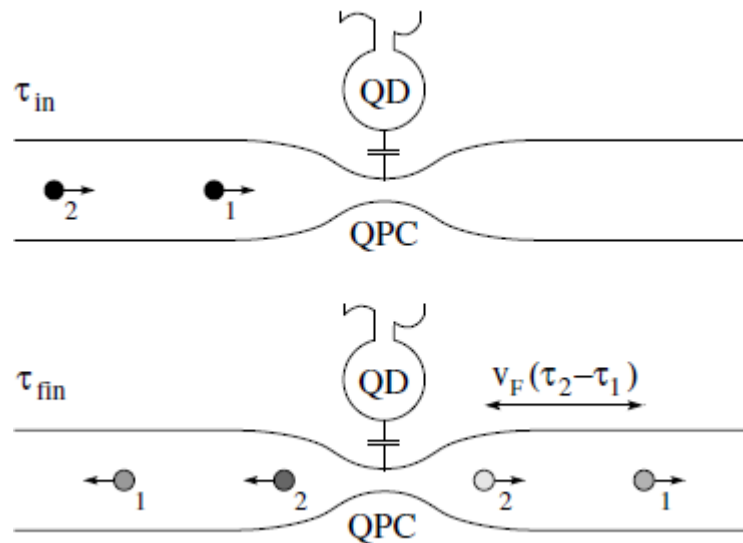


Рис.1 Частица в одномерном симметричном двухямном потенциале.

$$A_L/A_R = \sqrt{n/m}$$

$$P_L = n/(m + n); P_R = m/(m + n)$$

Измерение наличия электрона в квантовой точке



Возникновение квантовой случайности

$$\Psi = \Psi_s \phi_D^0 \left(\sum |00011010001000111010100011\rangle \right.$$

$$\left. |Reservoir_{00011010001000111010100011}\rangle + \dots \right) (10).$$

Здесь введены обозначения для исходов измерений $0 = L; 1 = R$, а многоточием обозначен набор состояний со всеми оставшимися вариантами

для любых сколь угодно малых чисел α и β найдется такое число измерений N , что менее $\alpha 2^N$ последовательностей будет давать частоту $|P_R - 1/2| < \beta$. Число последовательностей $N > \ln\{1/\alpha\}/\beta^2$

В целом можно сказать, что *квантовая случайность возникает из-за представления волны (волновой функции) с помощью дискретного состояния памяти принимающей только одно из значений.*

Repeated measurements from unitary evolution: avoiding the projection postulate

D. Oehri,¹ A.V. Lebedev,¹ G.B. Lesovik,² and G. Blatter¹

¹*Theoretische Physik, ETH Zurich, CH-8093 Zurich, Switzerland*

²*L.D. Landau Institute for Theoretical Physics, RAS, 142432 Chernogolovka, Russia*

(Dated: September 6, 2014)

Repeated measurements as typically occurring in two-time correlators rely on von Neumann's projection postulate telling how to restart the system after a measurement. We describe an alternative procedure where co-evolving quantum memories extract system information through entanglement, combined with a final readout of the memories according to Born's rule. We apply this procedure to the calculation of the electron charge correlator in mesoscopic physics and the photon intensity correlator in quantum optics. While our approach to repeated quantum measurements deals with any system-memory coupling, we show that the limits of strong (weak) measurements are correctly reproduced at strong (weak) coupling.

Описание повторных измерения без использования проекционного постулата фон Неймана

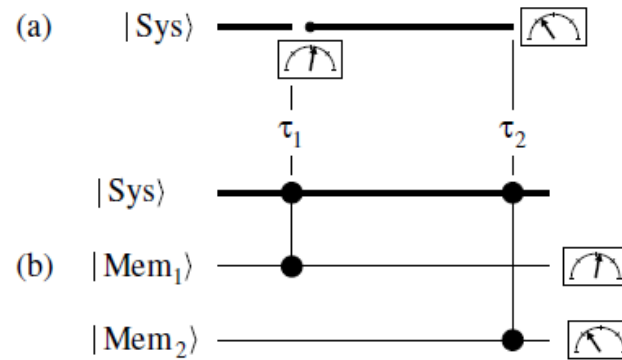
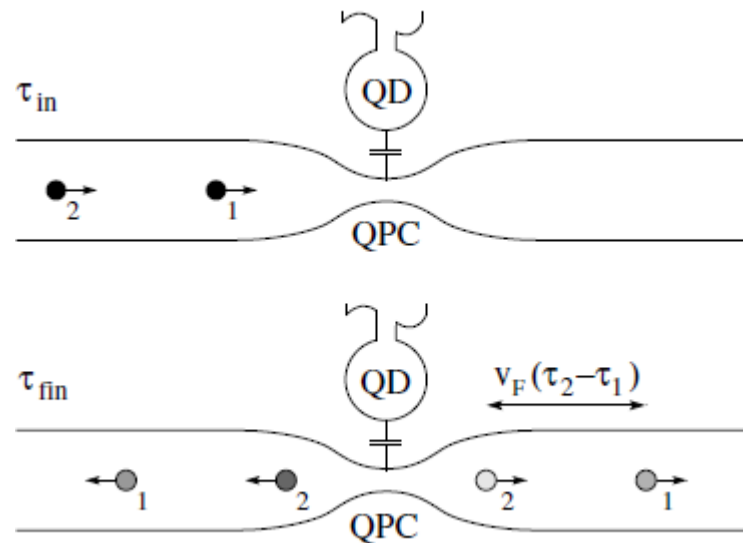


FIG. 1: Schematic illustration of different measurement procedures for a two-time ($\tau_1, \tau_2 > \tau_1$) correlator: (a) strong measurement described by von Neumann projection acting directly on the system at time τ_1 and providing a projected correlator S^P after readout at τ_2 ; for a weak measurement, the von Neumann projection at time τ_1 acts on the weakly coupled detector. (b) Repeated measurement without von Neumann projection at τ_1 : unitary co-evolution of system and quantum memories which are entangled at times τ_1 and τ_2 and final readout after τ_2 . The coupling strength between the system and the quantum memories determines the degree of entanglement.

Описание повторных измерения с помощью КТК без использования проекции фон Неймана



Обратимость процессов

В квантовой механике положение существенно меняется. Как известно, основное уравнение квантовой механики — уравнение Шредингера — само по себе симметрично по отношению к изменению знака времени (при условии одновременной замены волновой функции Ψ на Ψ^*). Это значит, что если в некоторый момент времени $t = t_1$ волновая функция задана, $\Psi = \Psi(t_1)$, и, согласно уравнению Шредингера, в другой момент времени $t = t_2$ она должна стать равной $\Psi(t_2)$, то переход от $\Psi(t_1)$ к $\Psi(t_2)$ обратим; другими словами, если в начальный момент $t = t_1$ было бы $\Psi = \Psi^*(t_2)$, то в момент $t = t_2$ будет $\Psi = \Psi^*(t_1)$. Несмотря, однако, на эту симметрию, квантовая механика в действительности существенным образом содержит неэквивалентность обоих направлений времени. Эта неэквивалент-

ность проявляется в связи с основным для квантовой механики процессом взаимодействия квантовомеханического объекта с системой, подчиняющейся с достаточной степенью точности классической механике. Именно, если с данным квантовым объектом последовательно происходят два процесса взаимодействия (назовем их A и B), то утверждение, что вероятность того или иного результата процесса B определяется результатом процесса A , может быть справедливо лишь в том случае, если процесс A имел место раньше процесса B (см. также III, § 7).

Обратимость процессов

Таким образом, в квантовой механике имеется физическая неэквивалентность обоих направлений времени, и в принципе закон возрастания энтропии мог бы быть ее макроскопическим выражением. В таком случае должно было бы существовать содержащее квантовую постоянную $\hbar$ неравенство, обеспечивающее справедливость этого закона и выполняющееся в реальном мире. Однако до настоящего времени никому не удалось сколько-нибудь убедительным образом проследить такую связь и показать, что она действительно имеет место.