



# Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

В. И. Жегалов, К задаче Трикоми с условиями смещения и обобщенного склеивания, *Тр. сем. по краев. задачам*, 1982, выпуск 18, 61–68

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.97.9.170

24 января 2025 г., 00:39:12



3. Ахнезер Н. И. Элементы теории эллиптических функций. М., „Наука“, 1970.

4. Елизаров А. М. Доказательство теорем существования и единственности для решений смешанных обратных краевых задач методом интегральных уравнений. ДЕП № 2432 — 79.

5. Зигмунд А. Тригонометрические ряды. Т. 1. М., „Мир“, 1965.

6. Биркгоф Г., Сарантонелло Э. Струи, следы и каверны. М., „Мир“, 1964.

7. Канторович Л. В., Акилов Г. П. Функциональный анализ. М., „Наука“, 1977.

8. Тумашев Г. Г., Нужин М. Т. Обратные краевые задачи и их приложения. Казань, Изд-во Казанск. ун-та, 1965.

*Доложено на семинаре 5 декабря 1980.*

УДК 517.956.6

*В. И. Жегалов*

### К ЗАДАЧЕ ТРИКОМИ С УСЛОВИЯМИ СМЕЩЕНИЯ И ОБОБЩЕННОГО СКЛЕИВАНИЯ

Пусть  $D_-$  — внутренность треугольника  $A(0, 0)$ ,  $B(1, 0)$ ,  $C\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ , а  $D_+$  — односвязная область при  $y \geq 0$ , ограниченная отрезком  $AB$  и простой дугой  $\sigma$ .

Задача. В области  $D = D_+ \cup D_-$  найти решение  $u(x, y)$  уравнения

$$u_{xx} + \operatorname{sgn} y u_{yy} = 0 \quad (1)$$

непрерывное в  $\bar{D}_+$ , а также в замкнутых областях, получаемых из  $D_-$  удалением характеристик уравнения (1), проходящих через точку  $P\left(\frac{1}{2}, 0\right)$ . Производная  $u_y(x, y)$  непрерывно продолжается из  $D_+$  и  $D_-$  на ось  $x$ , кроме, может быть, точки  $P$ , причем

$$\begin{aligned} u(x, -0) &= \alpha_0(x) u(x, +0) + \beta_0(x) u(1-x, +0) + \gamma_0(x), \\ u_y(x, -0) &= \alpha_1 u_y(x, +0) + \beta_1 u_y(1-x, +0) + \gamma_1(x). \end{aligned} \quad (2)$$

На линии  $\sigma$  и границе области  $D_-$  должны выполняться условия

$$u = \varphi(t), \quad t \in \sigma, \quad (3)$$

$$\begin{aligned}
 & a_k u\left(\frac{1}{2}, y\right) + b_k u\left(\frac{1}{2} + y, -0\right) + c_k u\left(\frac{1}{4} + \frac{y}{2}, -\frac{1}{4} - \frac{y}{2}\right) + \\
 & + d_k u\left(\frac{1}{2} - y, -0\right) + e_k u\left(\frac{1}{4} - \frac{y}{2}, -\frac{1}{4} + \frac{y}{2}\right) + \\
 & + f_k u\left(\frac{3}{4} - \frac{y}{2}, -\frac{1}{4} - \frac{y}{2}\right) + g_k u\left(\frac{3}{4} + \frac{y}{2}, -\frac{1}{4} + \frac{y}{2}\right) = h_k(y), \quad (4) \\
 & y \in \left[-\frac{1}{2}, 0\right], \quad k = 1, 2.
 \end{aligned}$$

Здесь  $\alpha_1, \beta_1 = \text{const}$ ,  $\alpha_0, \beta_0, \gamma_0$  — дважды,  $\gamma_1$  — один раз непрерывно дифференцируемы на отрезках  $\left[0, \frac{1}{2}\right]$ ,  $\left[\frac{1}{2}, 1\right]$  оси  $x$ ,  $\varphi(t) \in H(\sigma)$ , зависящие от  $y$  коэффициенты  $a_k, b_k, c_k, d_k, e_k, f_k, h_k \in C^2\left[-\frac{1}{2}, 0\right]$ , причем вторые производные удовлетворяют условию  $H$  (Гельдера).

Частные случаи условий (4) (записанные в других формах) рассматривались ранее автором [1], затем А. М. Нахушевым [2] и др. В соотношениях (2) находит дальнейшее развитие идея обобщенных условий склеивания на переходной линии, реализованная впервые в работах [3, 1, 4]. Практическая важность подобных условий была выяснена еще раньше Ф. И. Франклем [5]. Сформулированная задача при  $\beta_0 \equiv \beta_1 \equiv 0$  была редуцирована автором [6] к системе двух сингулярных интегральных уравнений и отмечены частные случаи, допускающие явное решение. В настоящей статье предлагается путь сведения задачи к одному сингулярному интегральному уравнению.

Рассуждаем сначала по схеме статьи [6]. А именно, вводя в  $D_+$  гармонически сопряженную с  $u(x, y)$  функцию  $v(x, y)$  с условием  $v(0, 0) = 0$ , найдем в области  $D_-$

$$\begin{aligned}
 2u(x, y) &= \alpha_0(x+y)u(x+y, 0) + \beta_0(x+y)u(1-x-y, 0) + \\
 &+ \alpha_0(x-y)u(x-y, 0) + \beta_0(x-y)u(1-x+y, 0) + \\
 &+ \alpha_1 v(x-y, 0) - \alpha_1 v(x+y, 0) + \beta_1 v(1-x-y, 0) - \\
 &- \beta_1 v(1-x+y, 0) + \gamma_0(x+y) + \gamma_0(x-y) + \int_{x-y}^{x+y} \gamma_1(t) dt, \quad (5)
 \end{aligned}$$

причем в правой части стоят предельные значения  $u, v$  из  $D_+$ .

Подставляя (5) в (4), получим на  $\left[-\frac{1}{2}, 0\right]$

$$\begin{aligned}
 m_k(x)u\left(\frac{1}{2} + x, 0\right) + n_k(x)v\left(\frac{1}{2} + x, 0\right) - p_k(x)u\left(\frac{1}{2} - x, 0\right) - \\
 - q_k(x)v\left(\frac{1}{2} - x, 0\right) = \omega_k(x) - \{\alpha_1[f_k(x) + g_k(x)] + \\
 + \beta_1[c_k(x) + e_k(x)]\} v(1, 0), \quad k = 1, 2, \quad (6)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
m_k(x) &= \alpha_0 \left( \frac{1}{2} + x \right) [a_k(x) + 2b_k(x) + c_k(x) + g_k(x)] + \\
&+ \beta_0 \left( \frac{1}{2} - x \right) [a_k(x) + 2d_k(x) + e_k(x) + f_k(x)], \\
-n_k(x) &= \alpha_1 [a_k(x) - c_k(x) + g_k(x)] + \beta_1 [a_k(x) + e_k(x) - f_k(x)], \\
-p_k(x) &= \alpha_0 \left( \frac{1}{2} - x \right) [a_k(x) + 2d_k(x) + e_k(x) + f_k(x)] + \\
&+ \beta_0 \left( \frac{1}{2} + x \right) [a_k(x) + 2b_k(x) + c_k(x) + g_k(x)], \\
-q_k(x) &= \alpha_1 [a_k(x) + e_k(x) - f_k(x)] + \beta_1 [a_k(x) - c_k(x) + g_k(x)], \\
\omega_k(x) &= 2h_k(x) - \gamma_0 \left( \frac{1}{2} + x \right) [a_k(x) + 2b_k(x) + c_k(x) + g_k(x)] - \\
&- \gamma_0 \left( \frac{1}{2} - x \right) [a_k(x) + 2d_k(x) + e_k(x) + f_k(x)] - \quad (7) \\
&- \gamma_0(0) [c_k(x) + e_k(x)] - \gamma_0(1) [f_k(x) + g_k(x)] - \\
&\frac{1}{2} + x \int_0^{\frac{1}{2} + x} \gamma_1(t) dt + c_k(x) \int_0^{\frac{1}{2} + x} \gamma_1(t) dt + e_k(x) \int_0^{\frac{1}{2} - x} \gamma_1(t) dt - \\
&- a_k(x) \int_{\frac{1}{2} - x}^{\frac{1}{2} - x} \gamma_1(t) dt - f_k(x) \int_1^{\frac{1}{2} - x} \gamma_1(t) dt - g_k(x) \int_1^{\frac{1}{2} + x} \gamma_1(t) dt - \\
&- \{ \alpha_0(0) [c_k(x) + e_k(x)] + \beta_0(1) [f_k(x) + g_k(x)] \} \varphi(0) - \\
&- \{ \beta_0(0) [c_k(x) + e_k(x)] + \alpha_0(1) [f_k(x) + g_k(x)] \} \varphi(1).
\end{aligned}$$

Положив в (6)  $x = -\frac{1}{2}$ , находим с помощью (7)

$$\begin{aligned}
&(\alpha_1 + \beta_1)(a_k + e_k + g_k) \Big|_{x = -\frac{1}{2}} v(1, 0) = \\
&= [\omega_k - m_k \varphi(0) + p_k \varphi(1)] \Big|_{x = -\frac{1}{2}}, \quad k = 1, 2. \quad (8)
\end{aligned}$$

Таким образом, от исходных данных нужно потребовать, чтобы при  $x = -\frac{1}{2}$

$$\begin{aligned}
&(\alpha_1 + e_1 + g_1) [\omega_2 - m_2 \varphi(0) + p_2 \varphi(1)] = \\
&= (\alpha_2 + e_2 + g_2) [\omega_1 - m_1 \varphi(0) + p_1 \varphi(1)].
\end{aligned}$$

Заметим, что с помощью замены  $u = u_0 + u_*$ , где  $u_0$  — частное решение уравнения (1) вида  $kx + l$ , можно значения  $\varphi(0)$ ,  $\varphi(1)$  сделать любыми.

Предположим еще, что коэффициент при  $v(1, 0)$  в (8) отличен от нуля хотя бы для одного из  $k = 1, 2$ . Тогда  $v(1, 0)$  из (8)

определится, и мы можем (и будем) рассматривать правые части (6) как вполне определенные функции  $\omega_k^*(x)$ .

Мы пришли к задаче об отыскании в  $D_+$  аналитической функции  $F = u + iv$  по условиям (3) и (6).

Обозначим

$$m_1 \left( x - \frac{1}{2} \right) u(x, 0) + n_1 \left( x - \frac{1}{2} \right) v(x, 0) = \mu(x), \quad x \in \left[ 0, \frac{1}{2} \right],$$

$$p_1 \left( \frac{1}{2} - x \right) u(x, 0) + q_1 \left( \frac{1}{2} - x \right) v(x, 0) = \nu(x), \quad x \in \left[ \frac{1}{2}, 1 \right]. \quad (9)$$

Первое из соотношений (6) переписывается тогда в виде

$$\mu \left( x + \frac{1}{2} \right) - \nu \left( \frac{1}{2} - x \right) = \omega_1^*(x), \quad x \in \left[ -\frac{1}{2}, 0 \right]. \quad (10)$$

Будем теперь искать функцию  $F$  в области  $D_+$  по условиям (3) и (9). Это есть задача Гильберта с разрывными коэффициентами. Пусть  $\sigma$  — полуокружность (общий случай сводится к этому путем конформного отображения, если  $\sigma$  симметрична относительно прямой  $\operatorname{Re} z = \frac{1}{2}$ ). Следуя методике работы [7], рассмотрим кусочно-голоморфную функцию  $\Phi(z)$ , совпадающую с  $F(z)$  в  $D_+$ , равную  $F(\bar{z}) = \bar{F}(z)$  в полукруге  $\left| z - \frac{1}{2} \right| < \frac{1}{2}$ ,  $\operatorname{Im} z < 0$  и определенную как  $F\left(\frac{z}{2z-1}\right)$  вне круга  $\left| z - \frac{1}{2} \right| \leq \frac{1}{2}$ . Очевидно,  $\Phi(z)$  автоморфна относительно двучленной циклической группы  $z, \frac{z}{2z-1}$  и удовлетворяет условию  $\bar{\Phi}(z) = \Phi(z)$ . Соотношения же (3), (9) переписутся в форме

$$\Phi^+(t) = G(t) \Phi^-(t) + g(t), \quad t \in L = \sigma \cup AB,$$

$$G(t) = \begin{cases} \exp i \left[ \pi + 2 \operatorname{arctg} \frac{n_1 \left( x - \frac{1}{2} \right)}{m_1 \left( x - \frac{1}{2} \right)} \right], & t = x \in \left[ 0, \frac{1}{2} \right], \\ \exp i \left[ \pi + 2 \operatorname{arctg} \frac{q_1 \left( \frac{1}{2} - x \right)}{p_1 \left( \frac{1}{2} - x \right)} \right], & t = x \in \left[ \frac{1}{2}, 1 \right], \\ -1, & t \in \sigma, \end{cases} \quad (11)$$

$$g(t) = \begin{cases} \frac{2\nu(x)}{m_1\left(x - \frac{1}{2}\right) - in_1\left(x - \frac{1}{2}\right)}, & t = x \in \left[0, \frac{1}{2}\right], \\ \frac{2\nu(x)}{p_1\left(\frac{1}{2} - x\right) - iq_1\left(\frac{1}{2} - x\right)}, & t = x \in \left[\frac{1}{2}, 1\right], \\ 2\varphi(t), & t \in \sigma. \end{cases} \quad (12)$$

Такая задача при условиях  $n_1^2 + m_1^2 \neq 0$ ,  $p_1^2 + q_1^2 \neq 0$  рассматривалась в [3, 8], причем в последней из этих работ изучен вопрос о непрерывной продолжимости решения на точки разрыва коэффициентов,

Пусть  $\kappa$  — индекс задачи (11) в классе ограниченных функций. При  $\kappa \geq 0$  ее решение можно представить в виде [3]

$$\Phi(z) = X(z) \left\{ \frac{1}{2\pi i} \int_L \theta(z, \tau) g(\tau) \left( \frac{1}{\tau - z} - \frac{1}{\tau + z - 2\tau z} \right) d\tau + A_0 + \mathcal{P}_r[f(z)] + \overline{\mathcal{P}_r}[\bar{f}(z)] \right\}, \quad (13)$$

$$X(z) = [f(z)\bar{f}(z)]^{-\kappa} f_1^{\frac{1-(-1)^\kappa}{2}}(z) \exp \left\{ \frac{\kappa}{z} [\Gamma(z) + \bar{\Gamma}(z)] + \frac{(-1)^\kappa - 1}{2z} \Gamma_1(z) \right\},$$

$$f(z) = \frac{z^2(z_0 - 1)^2}{z_0^2(2z - 1) - z^2(2z_0 - 1)}, \quad f_1(z) = \frac{z^2}{2z - 1},$$

$$\Gamma(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_L \ln G(\tau) \frac{f'(\tau)}{f(\tau) - f(z)} d\tau =$$

$$= \frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{z_0^2(2z - 1) - z^2(2z_0 - 1)}{z_0^2(2\tau - 1) - \tau^2(2z_0 - 1)} \frac{\tau}{z} \ln G(\tau) \left( \frac{1}{\tau - z} - \frac{1}{\tau + z - 2\tau z} \right) d\tau,$$

$$\Gamma_1(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{2z - 1}{2\tau - 1} \frac{\tau}{z} \ln G(\tau) \left( \frac{1}{\tau - z} - \frac{1}{\tau + z - 2\tau z} \right) d\tau,$$

$$\theta(z, \tau) = \begin{cases} \frac{\tau}{2zX^+(\tau)} \left[ \frac{z_0^2(2z - 1) - z^2(2z_0 - 1)}{z_0^2(2\tau - 1) - \tau^2(2z_0 - 1)} + \frac{\bar{z}_0^2(2z - 1) - z^2(2\bar{z}_0 - 1)}{z_0^2(2\tau - 1) - \tau^2(2\bar{z}_0 - 1)} \right], & \kappa - \text{четное}, \\ \frac{2z - 1}{2\tau - 1} \frac{\tau}{z} \frac{1}{X^+(\tau)}, & \kappa - \text{нечетное}, \end{cases} \quad (14)$$

$$\mathcal{P}_r(z) = A_1 z + \dots + A_r z^r.$$

Здесь  $A_k$  ( $k = 1, \dots, r$ ) — произвольные комплексные,  $A_0$  — вещественная константы,  $r$  — наибольшее целое число, не превосходящее  $\frac{x+1}{2}$ . В случае нечетного  $x$  должно быть выполнено дополнительное условие

$$A_0 + 2 \operatorname{Re} \mathcal{S}_r \left[ f \left( \frac{1}{2} \right) \right] = 0.$$

В качестве  $z_0$  можно взять любую точку, не принадлежащую  $L$  и его автоморфному продолжению. Таким образом, решение содержит  $x+1$  произвольных вещественных постоянных.

При  $x < 0$  решение дается теми же формулами, если положить  $A_0 = \mathcal{S}_r(z) \equiv 0$  и потребовать выполнения  $-x-1$  условий разрешимости [3].

По формулам Сохоцкого из (13) с учетом (12) находим значения  $u(x, 0)$ ,  $v(x, 0)$  на  $\left[0, \frac{1}{2}\right]$  и  $\left[\frac{1}{2}, 1\right]$ , подставляем их во второе условие (6), заменяя одновременно  $\mu(x)$  по формуле (10). Преобразуя интегралы в случай, когда они берутся по отрезку  $\left[-\frac{1}{2}, 0\right]$ , после несложных, хотя довольно громоздких выкладок, приходим к уравнению ( $x \geq 0$ )

$$\begin{aligned} A(x) v \left( \frac{1}{2} - x \right) - \frac{1}{\pi} \int_0^{-\frac{1}{2}} K(x, t) \frac{v \left( \frac{1}{2} - t \right)}{t-x} dt = \\ = \frac{1}{\pi} \int_0^{-\frac{1}{2}} K_0(x, t) v \left( \frac{1}{2} - t \right) dt + \psi(x), \end{aligned} \quad (15)$$

$$A(x) = \operatorname{Re} \left[ \frac{m_2(x) + in_2(x)}{m_1(x) + in_1(x)} - \frac{p_2(x) + iq_2(x)}{p_1(x) + iq_1(x)} \right],$$

$$\begin{aligned} K(x, t) = \operatorname{Im} \left[ \frac{m_2(x) - in_2(x)}{m_1(t) - in_1(t)} X^+ \left( \frac{1}{2} + x \right) \theta \left( \frac{1}{2} + x, \frac{1}{2} + t \right) + \right. \\ \left. + \frac{p_2(x) - iq_2(x)}{p_1(t) - iq_1(t)} X^+ \left( \frac{1}{2} - x \right) \theta \left( \frac{1}{2} - x, \frac{1}{2} - t \right) \right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -K_0(x, t) = \operatorname{Im} \left\{ 2 \left[ \frac{m_2(x) - in_2(x)}{m_1(t) - in_1(t)} X^+ \left( \frac{1}{2} + x \right) \theta \left( \frac{1}{2} + x, \frac{1}{2} + t \right) - \right. \right. \\ \left. - \frac{p_2(x) - iq_2(x)}{p_1(t) - iq_1(t)} X^+ \left( \frac{1}{2} - x \right) \theta \left( \frac{1}{2} - x, \frac{1}{2} - t \right) \right] \frac{1}{1-4xt} + \\ \left. + \left[ \frac{m_2(x) - in_2(x)}{p_1(t) - iq_1(t)} X^+ \left( \frac{1}{2} + x \right) \theta \left( \frac{1}{2} + x, \frac{1}{2} - t \right) + \right. \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{p_2(x) - iq_2(x)}{m_1(t) - in_1(t)} X^+ \left( \frac{1}{2} - x \right) \theta \left( \frac{1}{2} - x, \frac{1}{2} + t \right) \left] \frac{1}{x+t} + \right. \\
& + 2 \left[ \frac{m_2(x) - in_2(x)}{p_1(t) - iq_1(t)} X^+ \left( \frac{1}{2} + x \right) \theta \left( \frac{1}{2} + x, \frac{1}{2} - t \right) - \right. \\
& - \left. \frac{p_2(x) - iq_2(x)}{m_1(t) - in_2(t)} X^+ \left( \frac{1}{2} - x \right) \theta \left( \frac{1}{2} - x, \frac{1}{2} + t \right) \right] \frac{1}{1+4xt}, \\
\psi(x) & = \omega_2^*(x) + \operatorname{Re} \left\{ [p_2(x) - iq_2(x)] \Omega \left( \frac{1}{2} - x \right) - \right. \\
& - \left. [m_2(x) - in_2(x)] \Omega \left( \frac{1}{2} + x \right) - \frac{m_2(x) + in_2(x)}{m_1(x) - in_1(x)} \omega_1^*(x) \right\} + \\
& - \frac{1}{2} \\
& + \frac{1}{\pi} \int_0^1 \operatorname{Im} \left[ \frac{m_2(x) - in_2(x)}{m_1(t) - in_1(t)} X^+ \left( \frac{1}{2} + x \right) \theta \left( \frac{1}{2} + x, \frac{1}{2} + t \right) \times \right. \\
& \times \left( \frac{1}{t-x} - \frac{2}{1-4xt} \right) - \frac{p_2(x) - iq_2(x)}{m_1(t) - in_2(t)} X^+ \left( \frac{1}{2} - x \right) \theta \left( \frac{1}{2} - x, \frac{1}{2} + t \right) \times \\
& \times \left. \left( \frac{1}{t+x} - \frac{2}{1+4xt} \right) \right] \omega_1^*(t) dt, \\
\Omega(x) & = X^+(x) \left\{ \frac{1}{\pi i} \int_0^1 \left( \frac{1}{t-x} - \frac{1}{t+x-2tx} \right) \theta(x, t) \varphi(t) dt + \right. \\
& \left. + A_0 + \mathcal{P}_r[f(x)] + \overline{\mathcal{P}_r}[\bar{f}(x)] \right\}.
\end{aligned}$$

С помощью соотношений (14) нетрудно получить условия, при которых интегралы в правой части (15) сходятся в обычном смысле. Это есть условия обращения в нуль порядка  $\lambda \in (0, 1]$  коэффициентов  $m_2(x)$ ,  $n_2(x)$  в точке  $x = -\frac{1}{2}$ . Величина  $\lambda$  зависит от порядков нуля функции  $X(z)$  в точках  $A, P$ . При этом в одном из случаев приходится дополнительно требовать, чтобы  $m_2, n_2$  обращались в нуль сколь угодно малого порядка  $\epsilon > 0$  и в точке  $x = 0$ . В случае нечетного  $\kappa$  удобно ввести новую искомую функцию  $v^*$  по формуле

$$v \left( \frac{1}{2} - t \right) = tv^*(t).$$

Итак, мы свели задачу к полному сингулярному интегральному уравнению. Теория таких уравнений изложена, например, в [9] при условиях

$$A(x) \pm iB(x) \neq 0,$$

где

$$B(x) = K(x, x) = \operatorname{Im} \left[ \frac{m_2(x) - in_2(x)}{m_1(x) - in_1(x)} + \frac{p_2(x) - iq_2(x)}{p_1(x) - iq_1(x)} \right].$$



Ту же самую схему рассуждений можно реализовать, считая, что соотношения (9—10) заменяют не первое из условий (6), а второе. Все дальнейшее будет отличаться лишь переменной ролей индексов 1 и 2.

Как и в статье [6], здесь можно выделить случаи, допускающие явное решение. Отличие от нуля коэффициентов  $\beta_0$ ,  $\beta_1$  приводит лишь к некоторому усложнению отвечающих этим случаям условий на исходные данные.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Жегалов В. И. Краевая задача для уравнения смешанного типа с граничными условиями на обеих характеристиках и с разрывами на переходной линии.— Уч. зап. Казанск ун-та, 1962, т. 122, кн. 3, с. 3—16.

2. Нахушев А. М. О некоторых краевых задачах для гиперболических уравнений и уравнений смешанного типа.— „Дифференциальные уравнения“, 1969, т. 5, № 1, с. 44—59.

3. Карамышев Ф. И. Об одной краевой задаче для системы смешанного типа.— Тр. Новочеркасского политехн. ин-та, 1960, т. 109, с. 25—35.

4. Каратопраклиев Г. Д. Об одном обобщении задачи Т для уравнения  $u_{xx} + \operatorname{sgn} u u_{yy} = 0$ .— „ДАН СССР“, 1963, т. 151, № 6, с. 1271—1273.

5. Франкль Ф. И. Обобщение задачи Трикоми и применение к решению прямой задачи теории сопла Лавалея.— Уч. зап. Кабардино-Балкарского ун-та, 1959, вып. 3, с. 79—93.

6. Жегалов В. И. К задачам со смещением для уравнений смешанного типа.— Тр. семинара по краевым задачам, вып. 17. Казань. Изд-во Казанск. ун-та, 1980, с. 63—73.

7. Чибрикова Л. И. Эффективное решение краевой задачи Гильберта для некоторых многоугольников, ограниченных дугами окружностей.— Уч. зап. Казанск. ун-та, 1957, т. 117, кн. 2, с. 22—26.

8. Плещинская И. Е. Граничные задачи для систем уравнений смешанного типа, приводимые к задаче Гильберта.— Автореферат канд. дисс. Куйбышев, 1979.

9. Гахов Ф. Д. Краевые задачи. М. „Наука“, 1977.

*Доложено на семинаре 1 февраля 1980 г.*

УДК 517.54

*Л. Н. Журбенко*

### ОБРАТНЫЕ КРАЕВЫЕ ЗАДАЧИ С ОСОБЕННОСТЯМИ НА ГРАНИЦАХ ДЛЯ МНОГОСВЯЗНЫХ ОБЛАСТЕЙ

Рассматривается обобщение на многосвязный случай обратных краевых задач с особенностями на границах из [1], [8] в случаях параметров  $x$ ,  $\tau$ ,  $\varphi$ . Делается вывод о необходимых условиях конформности и единственности решения. Рассматриваются вопросы устойчивости решения, когда условия на исходные функции на внешнем контуре отличаются от условий