

УДК 538.4:536.24

ВЛИЯНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО И МАГНИТНОГО ПОЛЕЙ
НА ТЕПЛОБМЕН ПРИ ЛАМИНАРНОМ ТЕЧЕНИИ ЖИДКОСТИ
В ПЛОСКОМ КАНАЛЕ

Л. Г. Генин, А. Е. Подшибякин

Рассматривается задача о теплообмене при ламинарном течении электропроводной несжимаемой жидкости в плоском канале при наличии поперечных электрического и магнитного полей.

Магнитная гидродинамика ламинарного течения в плоском канале изучена достаточно хорошо. Гартман [1], исследовавший эту задачу впервые, показал, что наличие поперечного магнитного поля приводит к перестройке параболического профиля скорости и к увеличению коэффициента сопротивления. Одновременное наложение на поток поперечного электрического поля вызывает появление дополнительного градиента давления, знак которого зависит от направления электрического поля. Эта же задача с учетом проводимости стенок канала решена Гермелесом [3].

Эксперименты [2] и [4] показали, что наряду с указанными выше эффектами поперечное магнитное поле затягивает переход ламинарного режима течения в турбулентный. Так, Маргетройду при числах Гартмана $Ha = 130$ удалось получить ламинарное течение ртути вплоть до чисел Рейнольдса $1,2 \cdot 10^5$.

Значительно хуже изучено влияние магнитного и электрического полей на теплообмен. В имеющихся теоретических работах [5—7] достаточно подробно исследовано распределение температур в плоском канале только при работе его в режиме расходомера.

Полученное в настоящей работе решение позволяет рассчитать теплоотдачу в случае ламинарного течения в плоском канале при его работе как в режиме расходомера, так и в режимах генератора, насоса или вентиля, причем решение применимо к каналам с электропроводными и электроизолированными стенками. Схема рассматриваемой задачи изображена на рис. 1. В плоском канале шириной 2δ в направлении оси x течет несжимаемая электропроводная жидкость. Перпендикулярно потоку жидкости в направлении оси y приложено внешнее магнитное поле напряженностью H_0 , а в направлении оси z — электрическое поле напряженностью E_0 .

При такой постановке задачи (электрическое поле E_0 задано) распределение электрического тока в жидкости не зависит от электропровод-

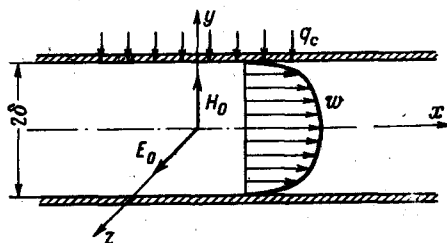


Рис. 1

ности стенок канала, и полученное решение справедливо как для каналов с непроводящими, так и с проводящими стенками. В случае электропроводных стенок выделяемое в них при прохождении электрического тока тепло необходимо учитывать при задании теплового потока на стенке q_c . Течение считается стабилизированным как в гидродинамическом, так и в тепловом отношении, т. е. профиль скорости w не изменяется вдоль оси x , а градиент температуры вдоль оси x — постоянная величина. При этих условиях уравнение энергии записывается в следующем виде:

$$\gamma c_p w \frac{\partial t}{\partial x} = \lambda \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + q_v, \quad (1)$$

где γ , c_p и λ — удельный вес, теплоемкость и теплопроводность жидкости; q_v — плотность внутренних источников тепла, обусловленных джоулевой и вязкой диссипацией энергии. Используя при решении этого уравнения прием, предложенный Лайоном [8], нетрудно получить выражение для разности между температурой стенки t_c и средней температурой жидкости $\bar{t}_ж$

$$t_c - \bar{t}_ж = \frac{q_c \delta}{\lambda} \int_0^1 \left(\int_0^Y W dY \right)^2 dY + \frac{\bar{q}_v \delta^2}{\lambda} \int_0^1 \left[\int_0^Y W dY \int_0^Y (W - Q_v) dY \right] dY, \quad (2)$$

где $W = w/\bar{w}$ — безразмерная скорость; $Q = q_v/\bar{q}_v$ — безразмерная плотность внутренних источников тепла; \bar{w} — средняя скорость течения; \bar{q}_v — средняя плотность внутренних источников тепла; $Y = y/\delta$ — безразмерная координата.

Как и всегда, когда имеется тепловыделение в потоке, полезно ввести понятие адиабатической температуры стенки t_{ac} — такой температуры, которую принимает стенка при отсутствии теплового потока q_c

$$t_{ac} - \bar{t}_ж = \frac{\bar{q}_v \delta^2}{\lambda} \int_0^1 \left[\int_0^Y W dY \int_0^Y (W - Q_v) dY \right] dY. \quad (3)$$

При отнесении коэффициента теплоотдачи к разности температур $(t_c - t_{ac})$ число Нуссельта выражается, как обычно, в виде интеграла Лайона

$$\frac{1}{Nu} = \frac{(t_c - t_{ac})\lambda}{q_c 4\delta} = \frac{1}{4} \int_0^1 \left(\int_0^Y W dY \right)^2 dY. \quad (4)$$

Таким образом, чтобы проанализировать влияние электрического и магнитного полей на теплообмен, необходимо рассмотреть их влияние на число Нуссельта и адиабатическую разность температур.

Величина числа Нуссельта, как видно из уравнения (4), целиком определяется профилем безразмерной скорости. Так как профиль скорости не зависит от напряженности электрического поля и однозначно определяется величиной числа Гартмана, то и число Нуссельта при ламинарном магнитогидродинамическом течении зависит только от напряженности магнитного поля.

Воспользуемся выражением для профиля скорости, полученным Гартманом

$$W = \frac{\text{ch } Ha - \text{ch } Ha Y}{\text{ch } Ha - \text{sh } Ha/Na} \quad \left(Na = \mu H_0 \delta \sqrt{\frac{\sigma}{\eta}} \right), \quad (5)$$

где Ha — число Гартмана; μ — магнитная проницаемость; σ — электропроводность; η — динамическая вязкость жидкости.

Подставив выражение для скорости в уравнение (4) и выполнив интегрирование, получим зависимость для числа Нуссельта

$$\frac{1}{Nu} = \left[\left(\frac{1}{3} - \frac{2}{Ha^2} \right) ch^2 Ha + \frac{5}{4Ha^3} sh 2Ha - \frac{1}{2Ha^2} \right] \times \times \left[4 \left(ch Ha - \frac{1}{Ha} sh Ha \right)^2 \right]^{-1} \quad (6)$$

Из рис. 2, изображающего эту зависимость, видно, что при изменении числа Гартмана от 0 до ∞ число Нуссельта увеличивается с 8,24 до 12, что соответствует переходу от ламинарного режима течения с параболическим профилем скорости к стержневому. Таким образом, при ламинарном течении в плоском канале с помощью магнитного поля можно увеличить теплоотдачу примерно на 50%.

Перейдем к расчету адиабатической температуры стенки. Плотность внутренних источников тепла, обусловленных джоулевой диссипацией энергии, равна

$$q_v' = \frac{j^2}{\sigma} = \sigma(E_0 + \mu w H_0)^2. \quad (7)$$

С помощью безразмерного параметра K , характеризующего напряженность электрического поля,

$$K = \frac{E_0 \delta}{\bar{w}} \sqrt{\frac{\sigma}{\eta}} \quad (8)$$

выражение (7) можно переписать следующим образом:

$$q_v' = \frac{\bar{w}^2 \eta}{\delta^2} (K + Ha W)^2. \quad (9)$$

Использование числа K , не зависящего от напряженности магнитного поля, вместо обычного параметра электрического поля $R_E = E_0 / \mu \bar{w} H_0$, значительно облегчает анализ полученных результатов. Плотность внутренних источников тепла, обусловленных вязкой диссипацией энергии, определяется следующим образом:

$$q_v'' = \eta \left(\frac{dw}{dy} \right)^2 = \frac{\bar{w}^2 \eta}{\delta^2} \frac{Ha^2 sh^2 Ha Y}{(ch Ha - sh Ha / Ha)^2}. \quad (10)$$

Средняя плотность внутренних источников тепла \bar{q}_v , необходимая для расчета адиабатической температуры стенки и для определения величины нагрева жидкости в канале, находится путем интегрирования выражения (9), (10) по сечению канала и равна

$$\bar{q}_v = \bar{q}_v' + \bar{q}_v'' = \frac{\eta \bar{w}^2}{\delta^2} \left[(K + Ha)^2 + \frac{Ha sh Ha}{ch Ha - Sh / Ha / Ha} \right]. \quad (11)$$

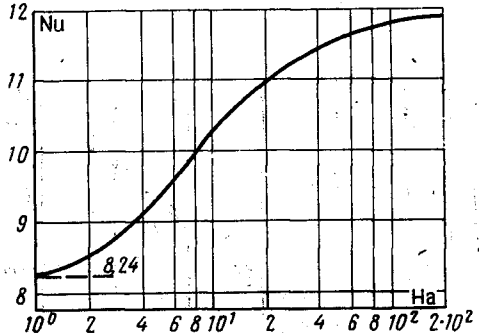


Рис. 2

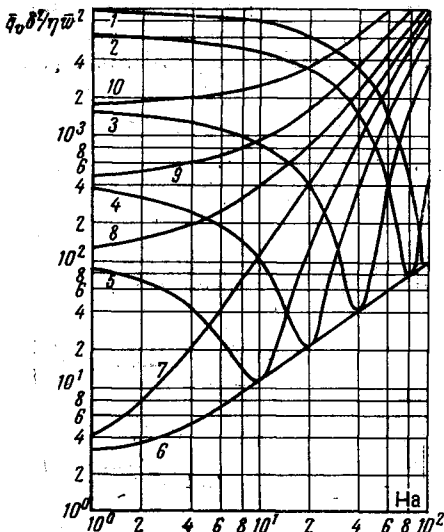


Рис. 3. 1 — 10: $K = -100, -80, -40, -20, -10, -Ha, 0, 10, 20, 40$ соответственно

Зависимость средней плотности внутренних источников тепла от чисел Ha и K , рассчитанная по формуле (11), построена на рис. 3. Видно, что при положительных K средняя плотность тепловыделения в потоке монотонно увеличивается с увеличением числа Ha . При отрицательных значениях K увеличение числа Ha сначала приводит к уменьшению средней плотности внутренних источников тепла. Это объясняется тем, что при увеличении числа Ha возрастает индуцированное поле $\mu w H_0$, направленное против внешнего поля E_0 , и уменьшается суммарный ток через канал. Минимальное тепловыделение в потоке имеет место при работе

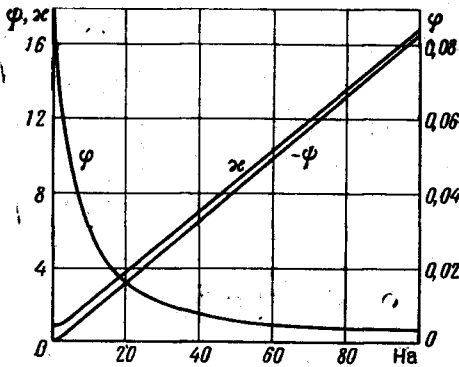


Рис. 4

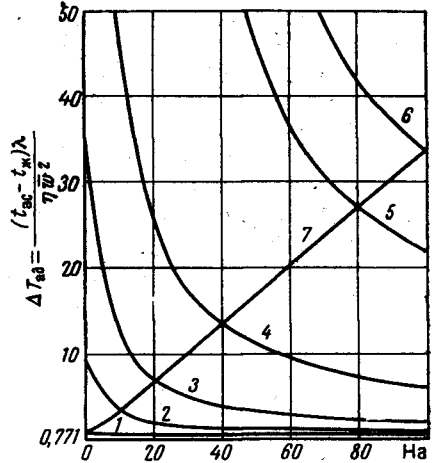


Рис. 5. 1-7: $K = 0, \pm 10, \pm 20, \pm 40, \pm 80, \pm 100, \pm Ha$ соответственно

канала в режиме расходомера, когда $Ha = -K$. При дальнейшем увеличении числа Ha канал начинает работать, как электромагнитный насос, и плотность внутренних источников тепла быстро возрастает.

После того как найдена средняя плотность внутренних источников тепла, можно провести, хотя и не сложное, но достаточно трудоемкое вычисление интегралов в выражении (3). Результаты этих расчетов можно записать в следующем виде:

$$\Delta T_{ад} = \frac{(t_{ac} - \bar{t}_ж) \lambda}{\bar{w}^2 \eta} = \psi(Ha) + K^2 \varphi(Ha) + \kappa(Ha). \quad (12)$$

Здесь функции

$$\psi(Ha) = \left[\operatorname{ch} Ha - \left(\frac{1}{Ha} \right) \operatorname{sh} Ha \right]^{-4} \left[\left(\frac{3}{4} - \frac{1}{24Ha^2} \right) \operatorname{sh}^4 Ha + \left(\frac{13}{8} + \frac{5}{8Ha^2} \right) \operatorname{sh}^2 Ha - \left(\frac{Ha}{12} + \frac{23}{48Ha} \right) \operatorname{sh} 2Ha \operatorname{sh}^2 Ha - \frac{5}{8Ha} \operatorname{sh} 2Ha + \frac{5}{8} \right] \quad (13)$$

и

$$K^2 \varphi(Ha) = K^2 \left[\operatorname{ch} Ha - \left(\frac{1}{Ha} \right) \operatorname{sh} Ha \right]^{-4} \left[\left(\frac{1}{Ha^6} - \frac{1}{Ha^4} - \frac{5}{3Ha^2} \right) \operatorname{sh}^4 Ha - \left(\frac{3}{2Ha^4} + \frac{19}{6Ha^2} \right) \operatorname{sh}^2 Ha + \left(-\frac{3}{4Ha^5} + \frac{17}{12Ha^3} + \frac{1}{6Ha} \right) \operatorname{sh} 2Ha \operatorname{sh}^2 Ha + \left(\frac{7}{4Ha^3} + \frac{1}{6Ha} \right) \operatorname{sh} 2Ha - \frac{3}{2Ha^2} \right] \quad (14)$$

связаны с джоулевой, а член

$$\kappa(\text{Ha}) = \left[\text{ch Ha} - \left(\frac{1}{\text{Ha}} \right) \text{sh Ha} \right]^{-4} \left[\left(\frac{23}{24\text{Ha}^2} - \frac{1}{4} \right) \text{sh}^4 \text{Ha} + \right. \\ \left. + \left(\frac{5}{8\text{Ha}^2} + \frac{1}{8} \right) \text{sh}^2 \text{Ha} + \left(\frac{\text{Ha}}{12} - \frac{11}{48\text{Ha}} \right) \text{sh}^2 \text{Ha sh } 2\text{Ha} - \frac{5}{8\text{Ha}} \text{sh } 2\text{Ha} + \frac{5}{8} \right] \quad (15)$$

— с вязкой диссипацией энергии. Зависимости функций ψ , φ и κ от числа Гартмана показаны на рис. 4.

Из выражений (13) — (15), а также рис. 4, следует, что температурный напор, связанный с вязкой диссипацией (функция κ) при увеличении напряженности магнитного поля растет примерно пропорционально величине $\text{Ha}/6$, что объясняется увеличением градиента скорости на стенке. Температурный напор, обусловленный джоулевой диссипацией энергии, при отсутствии электрического поля (функция ψ) отрицателен, так как основное тепловыделение происходит в ядре потока, и $t_{\text{ж}} > t_{\text{ас}}$, и с ростом числа Гартмана увеличивается пропорционально $\text{Ha}/6$. Таким образом, при отсутствии электрического поля и больших числах Ha температурные поля, связанные с джоулевой и вязкой диссипацией энергии, компенсируют друг друга, и адиабатическая разность температур остается постоянной и равной $\Delta T_{\text{ад}} = 1/2$.

Вклад электрического поля в адиабатическую разность температур (функция φ) при нулевом магнитном поле равен $3K^2/35$ и соответствует случаю равномерных источников тепла при параболическом профиле скорости. С увеличением числа Ha функция φ быстро убывает и $\varphi \rightarrow 0$ при $\text{Ha} \rightarrow \infty$. Такой характер изменения φ вполне понятен с физической точки зрения. При увеличении числа Ha профиль скорости стремится к равномерному $W = 1$, а так как внутренние источники тепла, обусловленные электрическим полем, также равномерно распределены по сечению потока, то, согласно формуле (3), $\Delta T_{\text{ад}} = 0$.

На рис. 5 в соответствии с выражением (12) построена зависимость безразмерной адиабатической разности температур от числа Ha ; в качестве параметра взято число K . Из рис. 5 и формулы (12) хорошо видно, что адиабатическая разность температур не зависит от направления электрического поля E_0 . Линия $K = 0$ на графике соответствует режиму короткого замыкания. При $K > 0$ направление внешнего поля совпадает с направлением индуцированного поля и канал работает в режиме электромагнитного вентили. При $K < 0$ внешнее электрическое поле направлено противоположно индуцированному, что в зависимости от величины K соответствует режиму расходомера, генератора или насоса. Так, область, ограниченная линиями $K = 0$ и $K = -\text{Ha}$, соответствует работе канала в режиме магнитогидродинамического генератора, причем линия $K = -\text{Ha}$ соответствует режиму холостого хода. В эту же область попадают и точки, соответствующие работе канала в режиме расходомера, причем линия $K = 0$ соответствует бесконечно проводящим, а линия $K = -\text{Ha}$ — непроводящим стенкам канала. Область, лежащая выше линии $K = -\text{Ha}$, соответствует работе канала в режиме электромагнитного насоса.

Анализ рис. 5 свидетельствует о том, что минимальная разность температур в сечении канала получается при его работе в режиме короткого замыкания. Большие температурные перепады в канале могут возникнуть при его работе в режиме электромагнитного насоса или вентили. В случае достаточно больших чисел Гартмана ($\text{Ha} \sim 100$) и значениях числа $K \sim 100$ адиабатическая разность температур имеет порядок $\Delta T_{\text{ад}} \sim 30 \div 40$. Рассчитанная для этих случаев размерная разность температур $t_{\text{ас}} - t_{\text{ж}}$ при течении жидких металлов невелика и в большинстве случаев не превышает 1°C .

Таким образом, при ламинарном течении электропроводной несжимаемой жидкости в плоском канале в перпендикулярных магнитном и электрическом полях наличие внутренних источников тепла, связанных с джоулевой и вязкой диссипацией энергии, обычно не приводит к возникновению заметных температурных перепадов между стенкой и жидкостью. Основное влияние магнитного поля на теплообмен обусловлено перестройкой профиля скорости. При этом коэффициент теплоотдачи может быть увеличен за счет магнитного поля примерно на 50%.

Московский энергетический
институт

Поступила в редакцию
21 V 1965

ЛИТЕРАТУРА

1. J. Hartman Det. Kgl. Danske Videnskab Selskab. Math.-fys. Medd., 15, № 6, 1937.
2. Ю. Гартман, Ф. Лазарус. Течение ртути в однородном магнитном поле (см. Л. Гаррис. Магнитогидродинамические течения в каналах). ИЛ, 1963.
3. А. Е. Гермелес. ПИМ, № 2, 1964.
4. В. Маргетройд. Экспериментальное исследование магнитогидродинамического течения в канале (см. Л. Гаррис. Магнитогидродинамические течения в каналах). ИЛ, 1963.
5. R. Siegel. J. Appl. Mech., 25, № 3, 1958.
6. R. A. Alpher. Intern. J. Heat and Mass. Transfer., 3, № 2, 1961.
7. Йен. Теплопередача, № 4, 99, 1963.
8. R. N. Lyon, Chem. Eng. Prog., 47, № 2, 1951.