Math-Net.Ru
All Russian mathematical portal

V. I. Bogdanov, A. V. Zvyagin, On numerical investigation of rigid body space penetration into elastic plastic plate,
Vestnik Moskov. Univ. Ser. 1. Mat. Mekh., 1993, Number 4, 62–68

https://www.mathnet.ru/eng/vmumm2401

Use of the all-Russian mathematical portal Math-Net.Ru implies that you have read and agreed to these terms of use
https://www.mathnet.ru/eng/agreement

Download details:
IP: 18.97.9.175
December 14, 2025, 20:32:09

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Седов Л. И. О глобальном времени в общей теории относительности//Докл. АН СССР. 1983. **272**, № 1. 44—48 (Sedov L. I. On the global time in general relativity//Rend. Semin. mat. Univ. e politecn. Torino. 1984. **42**, N 2. 39—46).
2. Седов Л. И. Об уравнениях инерциальной навигации с учетом релятивистских эффектов//Докл. АН СССР. 1976. **231**, № 6. 1311—1314 (Sedov L. I. Inertial navigation equations based on relativistic effect//Acta Astronaut. 1977. **4**, N 3/4. 231—235).
3. Седов Л. И. Построение гравитационных полей в римановых пространствах// Прикл. матем. и механ. 1992. Вып. 6. 885—899.

Поступила в редакцию
20.11.92

ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 1, МАТЕМАТИКА. МЕХАНИКА. 1993. № 4

УДК 539.374.4

В. И. Богданов, А. В. Звягин

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ПРОНИКАНИЯ ЖЕСТКОГО ТЕЛА В УПРУГОПЛАСТИЧЕСКУЮ ПЛИТУ

В работе рассматривается пространственная задача проникания жесткого ударника в деформируемую плиту.

Проблема математического моделирования нестационарных процессов деформирования и разрушения упругопластических тел, подвергающихся интенсивным механическим воздействиям, является в настоящее время одной из наиболее актуальных. Это обусловлено как потребностями разнообразной инженерной практики, так и состоянием вычислительной механики, методы которой находятся на этапе становления. В имеющихся теоретических разработках при всей широте подходов к различным аспектам задачи проникания большинство результатов получено в одномерной и осесимметричной постановках, при некоторых упрощающих предположениях. Так, например, в работах [1, 2] исследовалось нормальное выбивание пробки цилиндрическим бойком в предположении о действии по срезу пробки постоянного касательного напряжения. Численные решения задачи о внедрении жесткого тела в упругопластическую преграду даны в статьях [3, 4] в осесимметричной постановке. При этом по существу рассмотрены лишь начальные стадии проникания.

Целью данной работы является исследование влияния скорости и угла подлета бойка на механизм пробивания и характер разрушения плиты, а также определение зависимости распределения давления на поверхности проникающего тела от времени. Задача решена в трехмерной постановке с использованием численных методов. Составленный пакет программ универсален по отношению к выбору геометрии ударника, размерам плиты и способам ее закрепления. Материал плиты моделируется упругопластической средой типа Прандтля—Рейса. В качестве критерия разрушения выбрана критическая величина интенсивности пластических деформаций.

Постановка задачи. Исходная система уравнений, описывающих движение твердого деформируемого тела, в декартовой системе координат имеет вид

$$\rho \frac{dv_i}{dt} = \frac{\partial s_{ij}}{\partial x_j} - \frac{\partial p}{\partial x_i}, \qquad (1)$$

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \frac{\partial v_k}{\partial x_k} = 0.$$

В уравнениях по повторяющимся индексам производится суммирование и вводятся следующие обозначения: ρ — плотность; v_i — проекция вектора скорости на ось x_i неподвижной декартовой системы координат x_1, x_2, x_3; t — время; $\frac{d}{dt}$ — производная по времени вдоль траектории движения частицы сплошной среды. Компоненты девиатора напряжений s_{ij} представляются как сумма компонент тензора напряжений σ_{ij} и шарового тензора:

$$s_{ij}=\sigma_{ij}+p\delta_{ij},$$

где $p=-\sigma_{kk}/3$ — давление, δ_{ij} — символы Кронекера.

Считаем, что среда является идеально пластичной. Для описания материала используем модель упругопластического течения Прандтля—Рейса [5]:

$$\frac{Ds_{ij}}{Dt}+\lambda s_{ij}=2G\left(e_{ij}-\frac{1}{3}e_{kk}\delta_{ij}\right),$$
$$p=K(\rho/\rho_0-1). \tag{2}$$

Здесь G — модуль сдвига; K — модуль объемного сжатия; $\frac{D}{Dt}$ — производная по времени от компонент тензора в смысле Яумана [6]; e_{ij} — компоненты тензора скоростей деформации;

$$\lambda=\frac{3Gs_{ij}e_{ij}}{s_{\text{т}}^2}H(s_{ij}e_{ij}),\quad H(x)=\begin{cases}1, & x\geqslant 0,\\ 0, & x<0.\end{cases}$$

Пластические деформации появляются в среде, когда второй инвариант девиатора напряжений достигает своего критического значения $s_{ij}s_{ij}=\frac{2}{3}s_{\text{т}}^2$, где $s_{\text{т}}$ — динамический предел текучести при простом растяжении.

Пробивание плиты бойком сопровождается разрушением материала преграды. В данной работе эта задача решалась численно с помощью метода Уилкинса, который применим для сплошных сред. Расчет без учета разрушения может быть выполнен лишь на начальной стадии пробивания, поскольку интенсивное деформирование приводит к нефизическому искажению части ячеек и к потере достоверности дальнейших результатов. Желание проследить процесс вплоть до момента полного выхода пробки из плиты обязывает дополнить расчетную часть метода Уилкинса описанием разрушения.

Рассмотрим вопрос о выборе критерия разрушения. В монографии [7] показано, что затупленные тела, проникая в преграду с умеренными скоростями (т. е. в диапазоне 0,2—2 км/с), вероятнее всего вызывают сдвиговое разрушение, известное в литературе как неустойчивый разрушающий термопластический сдвиг [8]. Положим, что пластическому разрушению предшествуют сдвиговые пластические деформации. Тогда критерием разрушения естественно выбрать критическую величину интенсивности пластических деформаций γ^p

$$\max\gamma^p=\gamma_{\text{кр}}. \tag{3}$$

Предполагаем, что ударник является абсолютно жестким телом. Проникание осуществляется с постоянной скоростью V. Угол между нормалью к поверхности плиты и осью тела равен α, а угол атаки равен нулю. Плита имеет форму круговой пластины толщины H и радиуса R и жестко закреплена по краям.

Рассмотрим начальные и граничные условия. В начальный момент времени t_0 плита находится в покое в ненапряженном состоянии. При $t>t_0$ перемещения точек на боковых границах равны нулю. На свободной поверхности равен нулю вектор напряжения, а в точках контакта с бойком выполняется условие скольжения без трения [9].

Численное решение уравнений (1), (2) найдено методом типа Уилкинса [10]. В разностной схеме второго порядка точности используются «двухступенчатый» шаг по времени и система двух лагранжевых сеток. Первая сетка служит для расчета пространственных производных компонент вектора скорости, компонент девиаторов скоростей деформаций, девиаторов напряжения и давления; вторая — для расчета пространственных производных девиаторов напряжений и давления, а также вектора скорости. Так как деформирование плиты сопровождается интенсивным внешним нагружением со стороны ударника, то для демпфирования «численных осцилляций» вводятся скалярная вязкость q и тензорная вязкость q_{ij} [5, 10], которые добавляются в уравнения движения соответственно к p и s_{ij}. Работа этих сил должна учитываться в уравнении энергии.

Известно, что в случае конечных деформаций упругие деформации являются малыми по сравнению с пластическими. Поэтому в качестве критерия разрушения с некоторым допущением можно рассматривать интенсивность полных сдвиговых деформаций γ. Для расчета сдвига на ЭВМ свяжем с телом дополнительную лагранжеву сетку таким образом, чтобы координатные линии проходили через центры ячеек и граней первого типа. В центре каждой такой ячейки построим базис сопутствующей системы координат. В процессе деформации триэдр, образуемый векторами базиса, перемещается, и в каждый момент времени известно его новое положение. Зная актуальный и начальный базисы, можно вычислять компоненты тензора деформации, метрического тензора, главные направления тензора деформации и сдвиг. Если в некоторой ячейке тела величина сдвига γ достигнет своего критического значения $\gamma_{кр}$, то считается, что данная частица исчерпала свои прочностные свойства, и из дальнейших расчетов она исключается. После этого напряжения в ячейке полагают равными нулю.

В качестве примера расчета процесса пробивания круговой плиты жестким бойком рассмотрим конкретную задачу. Материал преграды — сталь со следующими параметрами: плотность $\rho=7800$ кг/м^3, модуль объемного сжатия $K=270$ ГПа, модуль сдвига $G=150$ ГПА, предел текучести $s_т=0{,}5$ ГПа. Отношение линейных размеров в плите следующее: $H/R=1/7$. Считаем, что боек имеет форму полубесконечного цилиндра с нормальным передним срезом и отношение его диаметра к толщине плиты равно $d/H=1/3$, $H=2{,}8$ см, $\gamma_{кр}=0{,}8$.

Результаты численного исследования. В [1, 2] показано, что решение задач существенно зависит от априорных предположений о характере действий напряжений в преграде. При моделировании с использованием численных методов характерные особенности процесса, определяющие механизм пробивания, проявляются непосредственно при решении, поэтому в данной работе ряд основных характеристик проникания исследовался в зависимости от скорости и угла подлета бойка.

Рассмотрим влияние скорости бойка на механизм пробивания. В случае нормального проникания при скоростях ударника порядка 100—400 м/с картина имеет следующие характерные особенности. На начальной стадии нагружения плиты поверхностью цилиндра в плите от контактной границы начинает распространяться волна сжатия двухволновой конфигурации. Отражаясь от свободной поверхности, волна

сжатия преобразуется в упругую волну растяжения. Взаимодействие упругих волн разгрузки и пластических волн нагружения, как и в задаче отскока упругопластического стержня от жесткой преграды [11], приводит к образованию вблизи нормальной поверхности бойка области растягивающих напряжений, симметричной относительно оси ударника. Наблюдается отскок плиты от бойка. Сохранение контакта на оставшейся части поверхности объясняется как влиянием прочностных свойств преграды, так и дифракцией волн. Увеличение скорости пробивания приводит к расширению области отскока и ее распространению на всю площадь нормального среза цилиндра. В ходе дальнейшего движения упругопластические деформации быстро поглощают кинетическую энергию отошедшей части плиты и способствуют ее торможению. Поэтому боек вновь ударяет преграду, вызывая ее частичный или полный отскок. При этом отход преграды от кольцевой области периферийной части переднего среза бойка может быть также связан с разрушением и образованием вследствие этого новых поверхностей. В результате многократного повторения описанного цикла из плиты выбивается пробка, причем на нижней границе рассматриваемых скоростей она фактически выдавливается из преграды. Характер пробивания, а также характер распределения деформаций и разрушений со скоростью проникания 200 м/с для двух последовательных моментов времени показан на рис. 1, *а, б*. Первый этап (рис. 1, *а*) завершается отскоком плиты от бойка в некоторой круговой зоне. С началом разрушения плиты (рис. 1, *б*) отскок происходит от всей площади нижнего среза бойка, но после торможения преграды ударник повторно догоняет плиту, и проникание осуществляется в соответствии с описанной схемой.

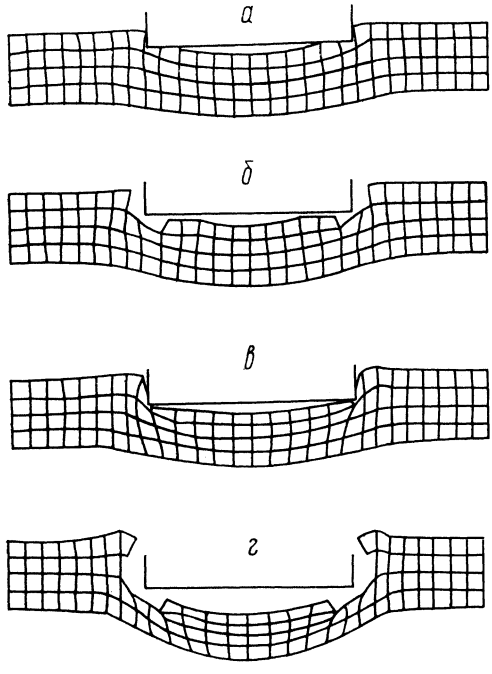

Рис. 1

С повышением скорости бойка до величины порядка 400 м/с механизм проникания становится существенно иным. После прихода отраженных волн со свободной поверхности и отскока плиты от всей площади контакта материал пробки имеет достаточный запас кинетической энергии для выхода пробки из плиты без последующего взаимодействия с ударником. Такой случай показан на рис. 1, *в, г*, где скорость бойка равна 600 м/с. Обнаруженный с помощью расчетов эффект самостоятельного выхода пробки из преграды имеет экспериментальное подтверждение и отмечен в [12], где рассматривалось пробивание упругопластической плиты жестким шариком.

Исследование влияния угла встречи на схему проникания показывает, что небольшое отклонение оси тела от нормали существенно меняет картину пробивания и приводит к снижению фактора отраженных волн. Наклонное пробивание происходит при почти постоянном контакте поверхности бойка с плитой. Отскоки отдельных точек при

этом носят кратковременный характер. Пример наклонного пробивания ($\alpha=15°$, $V=600$ м/с) показан на рис. 2. Пробивание сопровождается вырыванием лепестка материала из плиты. В этом случае механизм проникания определяется прочностными свойствами преграды.

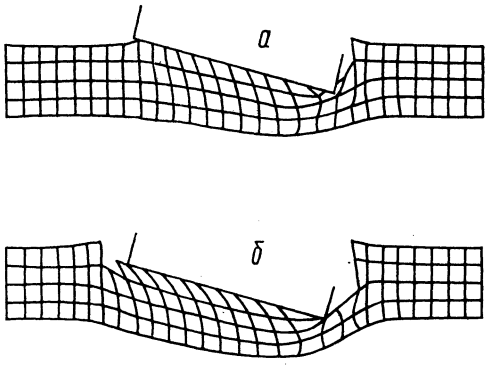

Рис. 2

Рассмотрим напряженно деформированное состояние и характер разрушений в плите. В ходе расчетов выполнялся анализ ориентации в пространстве плоскостей, в которых сдвиговые деформации достигают своей максимальной величины, а также вычислялась величина этих деформаций. В случае нормального пробивания расчеты подтверждают результаты экспериментов: наиболее существенные сдвиговые напряжения возникают в окрестности цилиндрической поверхности, полученной геометрическим продолжением образующих ударника в глубь плиты, и ориентированы параллельно этой поверхности. Однако интенсивность сдвиговых напряжений, а следовательно, и деформаций затухает по мере удаления от бойка. Это согласуется с результатами [3] и, кроме того, подтверждает основное предположение в работах [1, 2] о постоянстве сдвиговых напряжений по всей толщине плиты и об их локализации в соответствующей цилиндрической поверхности. Поэтому пробка не выходит по образующей бойка, «подрезаясь» одновременно по всей толщине преграды, и разрушающий сдвиг распространяется от верхней плиты в течение всего внедрения бойка в преграду, вплоть до полного выхода пробки.

Напряженно деформированное состояние в плите в случае наклонного пробивания имеет свою специфику. На начальной стадии проникания наиболее интенсивные сдвиговые напряжения сосредоточены вблизи нижнего угла бойка. Их величина уменьшается по мере удаления от контактной поверхности, и сдвиги ориентированы в глубь плиты. В последующем угловые части бойка формируют область развитых сдвиговых напряжений, и механизм пробивания становится таким же, как в случае нормального проникания с низкими скоростями (рис. 2, *а*). Другая особенность (см. рис. 2, *б*) связана с появлением интенсивных сдвиговых деформаций в слое плиты непосредственно под контактной поверхностью. Это может вызвать потерю сплошности среды.

В ходе численного решения определялись значения нормальных составляющих вектора напряжений σ в пяти точках, равномерно распределенных по переднему срезу бойка. Зависимости σ от времени показаны на рис. 3, *а* для нормального ($\alpha=0°$, $V=600$ м/с) и на рис. 3, *б* для наклонного ($\alpha=15°$, $V=600$ м/с) пробивания. Нумерация кривых начинается от осевой точки в первом случае и от нижней угловой точки — во втором. Семейство графиков на рис. 3, *а* свидетельствует, что на начальной стадии внедрения величина σ слабо зависит от положения точек на поверхности контакта. Но затем давление от периферии переднего среза бойка начинает падать, что обеспечивается частичной разгрузкой напряжения в радиальном направлении. И наконец, на этапе, предшествующем отскоку, кривые начинают быстро сближаться, так как при этом волны, отраженные от свободной поверхности, оказывают доминирующее влияние на процесс разгрузки.

В случае наклонного пробивания нагружение плиты в рассматриваемых точках происходит последовательно по мере проникания тела. Графики напряжений $\sigma=\sigma(t)$ отражают сложный волновой процесс,

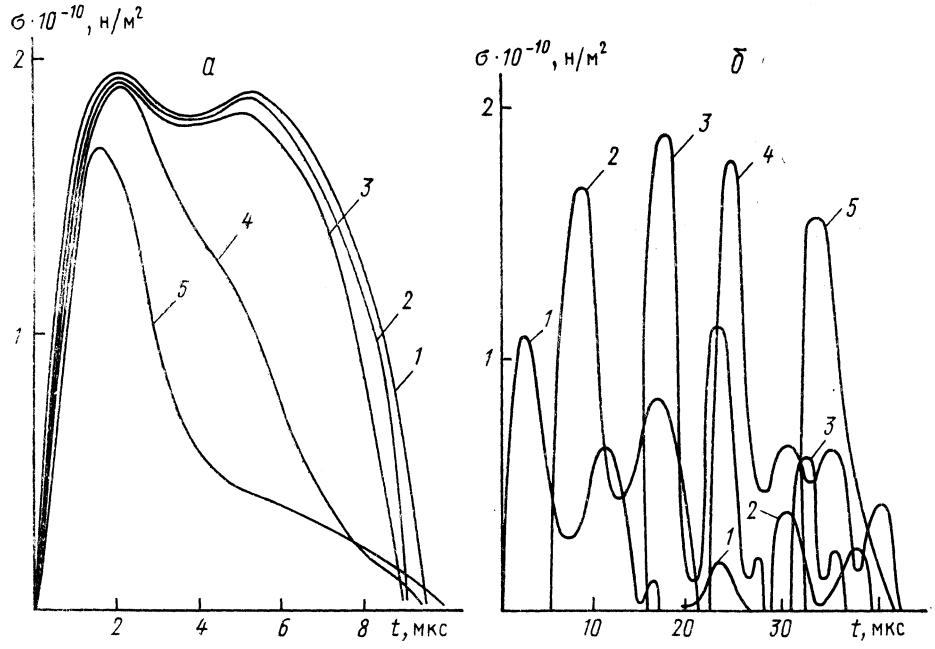

Рис. 3

происходящий в преграде. Все кривые являются прерывистыми и имеют характерный вид для первого этапа взаимодействия: это два или три последовательных пика с убывающей, но высокой амплитудой, за которыми следует резкое падение давления до нуля. Первый пик связан с приходом волн, отраженных от свободной поверхности. Поскольку удар бойка является локальным, рассеяние волн разгрузки препятствует полному снятию давлений с поверхности контакта. Поэтому за первым следует второй, а часто и третий всплеск давления. Постепенно интенсивность взаимодействия в данной точке границы снижается, но вместе с тем контактные нагружения распространяются на соседние области, откуда постоянно инициируются возмущения среды. Это приводит к слабому осциллированию σ и периодическому резкому спаду давления в результате отскоков.

Проведенные исследования позволяют сделать следующие выводы. Для нормального проникания найдены предельные скорости, при превышении которых определяющее влияние на механизм пробивания оказывают волны, отраженные от свободной поверхности. В этом случае удалось обнаружить режим самостоятельного выхода пробки после ее отскока от бойка без последующего с ним взаимодействия. Расчеты подтвердили результаты экспериментов: наиболее существенные сдвиговые напряжения возникают в окрестности цилиндрической поверхности, полученной геометрическим продолжением образующих ударника в глубь плиты; в то же время их интенсивность падает по мере удаления от бойка. Из решений найдено распределение давлений на поверхности тела, которое отражает волновой характер процессов, происходящих в плите при проникании.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сагомонян А. Я., Гендугов В. М., Сагомонян Е. А. К задаче пробивания преграды//Вестн. Моск. ун-та. Матем. Механ. 1982. № 1. 52—56.
2. Сагомонян Е. А., Дворкин Я. П. Деформация преграды при выбивании пробки//Вестн. Моск. ун-та. Матем. Механ. 1982. № 4. 61—63.
3. Кондауров В. И., Петров И. Б., Холодов А. С. Численное моделирование процесса внедрения жесткого тела вращения в упругопластическую среду// Прикл. матем. и теор. физ. 1984. № 4. 132—139.
4. Кондауров В. И., Петров И. Б. Расчет процессов динамического деформирования упругопластических тел с учетом континуального разрушения//Докл. АН СССР. 1985. **285**, № 6. 1344—1347.
5. Уилкинс М. Л. Расчет упругопластических течений//Вычислительные методы в гидродинамике. М., 1967. 212—263.
6. Седов Л. И. Понятие разных скоростей изменения тензоров//Прикл. матем. и механ. 1960. **26**, вып. 3. 393—398.
7. Сагомонян А. Я. Динамика пробивания преграды. М., 1988.
8. Рехт В. Ф. Разрушающий термопластический сдвиг//Прикл. механ. 1964. № 2. 34—39.
9. Киселев А. Б. К расчету трехмерной задачи высокоскоростного соударения упругопластического стержня с жесткой преградой//Вестн. Моск. ун-та. Матем. Механ. 1988. № 2. 30—36.
10. Уилкинс М., Френч С., Сорем М. Конечно-разностная схема для решения задач, зависящих от трех пространственных координат и времени//Численные методы в механике жидкостей. М., 1973. 115—119.
11. Гулидов А. И., Фомин В. М. Численное моделирование отскока осесимметричных стержней от твердой преграды//Прикл. матем. и теор. физ. 1980. № 3. 126—132.
12. Growley B. H., Clenn H. D. Numerical simulation of a high-energy//Air Shock Experiment. An. Proc. 7 th. Int. Shock Tube Symp. Toronto, 1970. 314—342.

Поступила в редакцию
02.12.92