



Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

М. М. Глухов, О применениях квазигрупп в криптографии,  
*ПДМ*, 2008, номер 2, 28–32

<https://www.mathnet.ru/pdm29>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<https://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.97.14.80

22 мая 2025 г., 03:37:34



## МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ КРИПТОГРАФИИ

УДК 519.7

## О ПРИМЕНЕНИЯХ КВАЗИГРУПП В КРИПТОГРАФИИ

М.М. Глухов

*Академия криптографии РФ, г. Москва***E-mail:** glukhovmm@rambler.ru

Приводится краткий обзор опубликованных результатов по рассматриваемому вопросу, в том числе по применению квазигрупп для построения схем аутентификации, шифрования и однонаправленных функций.

**Ключевые слова:** квазигруппа, латинский квадрат, код аутентификации, шифр, однонаправленная функция.

## 1. Схемы аутентификации

Первые известные нам работы с явным указанием на применение квазигрупп, или латинских квадратов, в криптографии относятся к построению кодов аутентификации, или А-кодов (см. [1, 2 – 7, 13, 14, 24 – 25, 27]). Во всех этих работах обсуждается и модифицируется схема, предложенная в работе [3]. Опишем основную конструкцию этой схемы по работе [7]. В ней в качестве сообщений рассматриваются слова длины, кратной  $m$ , в  $q$ -ичном алфавите  $Q$ , а в качестве подписи к сообщению  $s$  длины  $mt$  – слово  $a_1 \dots a_m$  длины  $m$  в том же алфавите, образованное следующим образом. Слово  $s$  разбивается по некоторому правилу на  $t$  слов  $s^{(1)}, \dots, s^{(t)}$  длины  $m$ , и по слову  $s^{(i)}$  вырабатывается буква  $a_i$  с помощью квазигруппы  $(Q, *)$ , которая является ключом. А именно, если  $s^{(i)} = s_1 \dots s_m$ , то буква  $a_i$  находится по формуле

$$a_i = (\dots((s_1 * s_2) * s_3) * \dots) * s_m.$$

Пользуясь лишь определением квазигруппы, легко показать, что произведение  $(\dots((s_1 * s_2) * s_3) * \dots) * s_m$  принимает в качестве значений каждый элемент из  $Q$  одно и то же число раз. Отсюда следует, что при равномерном распределении вероятностей на множестве сообщений построенный А-код имеет минимальную вероятность успешной имитации, равную  $1/q^m$ . Особо рассматривается практически наиболее интересный, двичный, случай, когда  $q = 2^k$ . Приводится естественная модификация схемы в случае, когда длина сообщений не кратна  $m$ . Исследуется также вариант, в котором алфавит подписи имеет большую мощность по сравнению с алфавитом сообщений.

В [4] анализируется возможность восстановления сообщения или ключевой квазигруппы в указанной схеме по ряду сообщений с определенными совпадениями букв в сообщениях и подписях. Рассматриваются два метода. В первом из них слова  $s^{(1)}, \dots, s^{(t)}$  являются отрезками слова-сообщения  $s$ , во втором – предполагается, что сообщение имеет длину  $q^2$ ,  $t$  полагается равным  $q$ , а слова  $s^{(1)}, \dots, s^{(t)}$  образуются с использованием сообщения  $s$  и квазигруппы  $(Q, *)$ . Указываются условия, при которых в первом случае возможно восстановление открытого текста и даже ключевой квазигруппы. Схема второго типа является более стойкой к рассмотренной атаке.

В работе [4] рассматривается также вопрос об эквивалентности ключей, который сводится к рассмотрению определенных автотопий квазигруппы  $(Q, *)$ .

В [1] описанная выше схема аутентификации претерпевает дальнейшее усложнение с точки зрения образования слов  $s^{(1)}, \dots, s^{(t)}$ . В ней рассматривается лишь случай, когда порядок  $q$  алфавита есть степень двойки,  $t = q^2$ , сообщение  $s$  имеет длину  $q^2$  и представляется в виде квадратной матрицы  $M$  порядка  $q$ . По ключевой квазигруппе  $(Q, *)$  строится система из  $q/2$  попарно ортогональных квазигрупп, изотопных квазигруппе  $(Q, *)$ . С использованием матрицы  $M$  и таблиц Кэли имеющихся  $(q/2) + 1$  квазигрупп и строится последовательность слов  $s^{(1)}, \dots, s^{(t)}$ . Авторы высказывают гипотезу, что построенная ими схема в некотором смысле является оптимальной.

## 2. Шифры

Более общий подход к использованию квазигрупп для шифрования был предложен в работах [14, 19]. В [14] вводится так называемое квазигрупповое преобразование множества  $Q^+$  всех конечных наборов букв конечного алфавита  $Q$  (Quasigroup String Processing). Оно определяется следующим образом. Сначала по за-

данной квазигруппе  $(Q, *)$  и любому ее элементу (лидеру)  $a$  определяется преобразование  $E_a^{(1)}$  множества  $Q^+$ :

$$E_a^{(1)}(x_1, \dots, x_k) = (y_1, \dots, y_k), \quad (1)$$

где  $y_1 = a * x_1, y_{i+1} = y_i * x_{i+1}, i = 1, \dots, k-1$ . Затем берется композиция  $n$  таких преобразований, соответствующих квазигруппам  $(Q, *_i)$  и выбранным лидерам  $a_i, i = 1, \dots, n$ . Итоговое преобразование обозначается в виде  $E_{a_n, \dots, a_1}^{(n)}$ . Преобразование  $E_a^{(1)}$  обратимо, и обратное к нему преобразование  $D_a^{(1)}$  определяется следующим образом:

$$D_a^{(1)}(x_1, \dots, x_k) = (y_1, \dots, y_k),$$

где  $y_1 = a \setminus x_1, y_{i+1} = x_i \setminus x_{i+1}, i = 1, \dots, k-1$ . Отсюда легко находится обратное преобразование и для  $E_{a_n, \dots, a_1}^{(n)}$ .

Оно обозначается в виде  $D_{a_1, \dots, a_n}^{(n)}$ . Предлагается использовать преобразование  $E_{a_n, \dots, a_1}^{(n)}$  для шифрования информации. При этом в качестве ключей предлагается использовать операции  $*_i$ .

В работах [14, 19] изучаются свойства соответственно преобразований  $E_{a_n, \dots, a_1}^{(n)}$  и  $D_{a_n, \dots, a_1}^{(n)}$  и делается вывод о том, что указанные преобразования обладают некоторыми нужными для криптографии качествами. В частности, при любых фиксированных  $(Q, *_i), a_i, c_i, i = 1, \dots, n$ , уравнение

$$E_{a_n, \dots, a_1}^{(n)}(x_1, \dots, x_k) = (c_1, \dots, c_k) \quad (2)$$

имеет единственное решение относительно неизвестных  $x_1, \dots, x_k$ ; по соотношению (2) при известных  $a_1, \dots, a_n, x_1, \dots, x_k, c_1, \dots, c_k$  для нахождения ключей  $(*_i)$  необходимо произвести столько проб, сколько существует наборов из  $n-1$  квазигрупповых операций; выходные последовательности обладают хорошими статистическими свойствами, а именно: при любом заданном вероятностном распределении букв во входных последовательностях предельные распределения  $s$ -грамм в выходных последовательностях длины  $k$  являются равномерными при  $k \rightarrow \infty$  и  $s \leq n$ .

В ряде работ квазигрупповые преобразования слов используются для построения поточных шифров, криптографическая стойкость которых основана на сложности решения таких задач, как факторизация целых чисел или дискретное логарифмирование в конечных полях. Рассмотрим один из таких шифров, предлагаемый и анализируемый в работе [16]. Он получается путем комбинирования шифра типа Эль-Гамала и поточного квазигруппового шифра. Приведем его подробное описание.

Шифр типа Эль-Гамала хорошо известен. В качестве поточного квазигруппового шифра берется шифр в алфавите  $Q = \mathbf{Z}_p^*$  с функциями шифрования  $E_{a_n, \dots, a_1}^{(n)}$  и расшифрования  $D_{a_1, \dots, a_n}^{(n)}$  из [14, 19], которые обозначаются здесь в виде  $E_\alpha$  и  $E_\alpha^{-1}$  при  $\alpha = (a_1, \dots, a_n)$ . Предполагается, что они определены для случая, когда все квазигруппы  $(Q, *_i)$  совпадают с одной и той же квазигруппой  $(Q, *)$ .

В [16] указывается также и способ получения квазигрупповой операции  $*$  на  $Q$ . Она определяется следующим образом. Для произвольного  $K \in \{1, \dots, p-2\}$  задается отображение  $f_K: Q \rightarrow Q$  по формуле

$$f_K(j) = (1/(1 + (K + j)(\text{mod } p-1)))(\text{mod } p)$$

и полагается

$$i * j = i \cdot f_K(j)(\text{mod } p).$$

Нетрудно проверить, что отображение  $f_K$  является подстановкой, а группоид  $(Q, *)$  – квазигруппой с левой обратной операцией

$$i \setminus j = ((i \cdot j^{-1}(\text{mod } p)) - 1 - K)(\text{mod } p-1)$$

при условии, что вместо 0 берется  $p-1$ .

Предлагаемый алгоритм имеет две части. В нем установление связи, выработка и передача ключей осуществляется с помощью шифра Эль-Гамала, а шифрование исходного открытого сообщения и его расшифрование – с помощью квазигруппового шифра. В итоге получается существенный выигрыш в скорости по сравнению с известными асимметричными шифрами.

Проблема стойкости для первой части шифра решается точно так же, как для шифра Эль-Гамала. Поэтому автор анализирует стойкость лишь второй части шифра, а именно: рассматривается задача нахождения числа  $K$ , определяющего квазигруппу  $(Q, *)$ , и лидеров  $a_i \in Q, i = 1, \dots, k$ , по открытому тексту и соответствующему ему шифртексту. Показано, что эта задача сводится к решению системы полиномиальных уравнений над полем  $\mathbf{Z}_p$  при большом простом числе  $p$ . Вид такой системы зависит от числа  $k$  используемых лидеров. При  $k = 1$  и  $k = 2$  получаются соответственно системы уравнений 2-й и 3-й степеней, и они могут быть эффективно решены. При  $k > 2$  получаются системы уравнений более высоких степеней. В общем случае эта задача является NP-трудной. В рассматриваемом случае возникающие системы уравнений имеют определенную специфику, и задача их решения остается открытой.

Отметим еще, что в рассматриваемой работе для получения квазигрупповой операции, или, что то же самое, латинского квадрата, на  $\mathbf{Z}_p^*$  указывается на способ, предложенный в [22].

В работе [22] предлагается использовать квазигруппы для построения преобразований типа «Все или ничего» («All-Or-Nothing Transformation», сокращенно АОНТ). Такие преобразования введены в 1997 г. Р. Райвостом с целью повышения стойкости блочных шифров с постоянной длиной блоков к методам, использующим свойства открытого текста.

Преобразование  $T$  последовательности сообщений (блоков)  $m = (m_1, \dots, m_s)$  в последовательность  $m' = (m'_1, \dots, m'_t)$ ,  $t \geq s$ , является преобразованием типа АОНТ, если  $T$  обратимо,  $T$  и  $T^{-1}$  эффективно вычислимы (т.е. вычислимы за полиномиальное время) и невозможно получение какой-либо информации о любом блоке  $m_i$ , если неизвестен хотя бы один блок  $m'_j$ .

В качестве АОНТ Райвост предложил так называемое пакетное преобразование, которое может быть описано следующим образом.

Дана входная последовательность сообщений  $m = (m_1, \dots, m_s)$ , в которой  $m_i$  – отрезок из  $b$  бит,  $i = 1, \dots, s$ .

1. Выбираем случайно ключ  $K$  для пакетного преобразования в блочном шифре.

2. Вычисляем последовательность  $m' = (m'_1, \dots, m'_{s+1})$  по правилу

$$m'_i = m_i \oplus E_K(i), i = 1, \dots, s; m'_{s+1} = K \oplus h_1 \oplus \dots \oplus h_s, h_i = E_{K'}(m'_i \oplus i), i = 1, \dots, s,$$

где  $K'$  – фиксированный открытый ключ, а  $E_K$  – функция зашифрования рассматриваемого блочного шифра при реальном ключе  $K$ .

Легко видеть, что пакетное преобразование обратимо, т.е. по  $m'$  однозначно находятся  $K$  и  $m$ . При этом если хотя бы один из блоков  $m'_i$  неизвестен, то невозможно вычислить  $K$ , а потому и любой блок  $m_i$ .

В отличие от сообщения  $m$  последовательность  $m'$  называют псевдосообщением. Предполагается, что далее псевдосообщение шифруется обычным образом. Таким образом, пакетное преобразование является предварительным преобразованием открытого сообщения. Оно не уменьшает криптографическую стойкость основного шифра и в то же время не позволяет найти исходное открытое сообщение при любом неполном дешифровании псевдосообщения. В последующие годы преобразования такого типа и их использование в криптографии рассматривались и обсуждались многими авторами (см., например, [2, 22, 26, 27]).

Следует иметь в виду, что методы шифрования с использованием АОНТ имеют и недостатки, а именно: АОНТ размывают ошибки и отрицательно влияют на скорость шифрования. По сути дела в схеме Райвоста пакетное преобразование требует не меньше времени, чем последующее шифрование псевдосообщения. Для борьбы с первым недостатком предлагается использовать корректирующие коды и хорошие каналы связи. Для уменьшения второго недостатка в работе [22] предлагается использовать новый способ построения псевдосообщения, основанный на комбинировании АОНТ и квазигруппового шифрования. С этой целью авторы предлагают следующий способ быстрого получения квазигрупп (латинских квадратов) порядка  $n = p-1$ , где  $p$  – простое число. В работе рассматривается случай  $n = 256$ ,  $p = 257$ , и квазигруппа строится на множестве  $Q = \{1, \dots, 256\}$ .

Сначала выбирается случайная перестановка  $(a_{11}, \dots, a_{1n})$  чисел из  $Q$ , которая принимается за первую строку латинского квадрата и таблицы Кэли нужной квазигруппы, затем строятся остальные строки по правилу

$$a_{ij} = i \cdot a_{1j} \pmod{p}, i = 2, \dots, n; j = 1, \dots, n.$$

Очевидно, что в итоге получится латинский квадрат и таблица Кэли квазигруппы  $(Q, *)$ .

Далее по сообщению  $u = (u_1 \dots u_k)$ , где  $u_i$  – байты, являющиеся двоичными записями чисел из  $Q$  с условием, что 256 представляется байтом нулей, строится псевдосообщение  $v = (v_1 \dots v_k)$  следующим образом. Случайно выбирается произвольный элемент  $a_1 \in Q$ , называемый лидером, и полагается

$$v_1 = a_1 * u_1, v_{i+1} = v_i * u_{i+1}, i = 2, \dots, k.$$

После этого полученное псевдосообщение расширяется путем добавления перед ним лидера  $a_1$  и первой строки квазигруппы. Далее расширенное псевдосообщение шифруется обычным образом.

Из построения расширенного псевдосообщения видно, что по нему однозначно восстанавливается исходное открытое сообщение. При этом используется левая обратная операция для операции  $*$ . Кроме того, видно также, что описанное предварительное преобразование открытого текста является преобразованием типа «Все или ничего».

### 3. Однонаправленные функции

Вернемся к вопросу об использовании квазигрупповых преобразований. В работе [29] предлагается использовать квазигрупповые преобразования для построения однонаправленных функций и подстановок. С этой целью автор выбирает квазигруппу  $(Q, *)$  и определяет два преобразования

$$R_i: Q^N \rightarrow Q^N, i = 1, 2,$$

с использованием введенного ранее преобразования  $e_a = E_a$  (см. (1)). А именно, для набора  $A = (a_0, \dots, a_{N-1})$  определяются:

$$R_1(A) = e_{a_{N-1}}(\dots(e_{a_1}(e_{a_0}(A))))\dots,$$

$$R_2(A) = e_{a_{N-1}} (\dots (e_{a_1} (e_{a_0} (R_1(A)))) \dots) .$$

Автор доказывает, что если исходная квазигруппа не коммутативна и не ассоциативна, то для нахождения прообраза в преобразованиях  $R_1, R_2$  при использовании лишь таблицы Кэли квазигруппы  $Q$  понадобится соответственно  $O(q^{\lfloor N/2 \rfloor})$  и  $O(q^N)$  квазигрупповых операций. Исходя из этого, автор считает введенные функции серьезными кандидатами в однонаправленные функции. Преобразование  $R_2$  используются также для построения других, более сложных, кандидатов в однонаправленные функции.

В работе [9] предлагается и исследуется вариант построения сжимающих хэш-функций итеративного типа с использованием в боксах так называемых мультиподстановок на множестве  $E^2$ , где

$$E = F_2^m = \{e_0, e_1, \dots, e_t\}, t = 2^k - 1,$$

$F_2$  – поле из двух элементов. Предлагаемые функции, обозначаемые автором в виде  $g_{k,s}$ , являются равновероятными отображениями  $2^l$ -й степени множества  $E$  в его  $2^{l-1}$ -ю степень.

Функция  $g_{k,s}$  определяется с использованием  $2^{k-1}(s+1)$  боксов  $B_{i,j}$ ,  $i = 0, 1, \dots, 2^{k-1}-1$ ,  $j = 0, 1, \dots, s$ , объединенных определенным образом в сеть, состоящую из  $s+1$  ярусов по  $2^{k-1}$  боксов в каждом ярусе. В ярус с номером  $j$  входят боксы  $B_{i,j}$  со значениями

$$i = i_0 + 2i_1 + \dots + 2^{k-1}i_{k-1} \text{ при } i_j = 0.$$

Боксы  $B_{i,0}$  – входные, боксы  $B_{i,s}$  – выходные. Каждый бокс осуществляет подстановку на множестве  $E^2$ .

Множество  $E$  разбивается на два подмножества  $H$  и  $M$ , где  $H = \{e_i; i_0 = 0\}$  – множество хэш-входов,  $M = \{e_i; i_0 = 1\}$  – множество входов-сообщений. На вход бокса  $B_{i,j}$  подаются элементы  $e_i \in H$  и  $e_{i(j)} \in M$ , отличающиеся лишь цифрами  $j$ -х разрядов. Предполагается, что на выходе блока  $B_{i,j}$  получается также пара из  $H \times M$ , компоненты которой поступают соответственно на блоки  $B_{i,j+1}$  и  $B_{i(j),j+1}$ . В итоге все входы-сообщения (а также и все хэш-входы) будут сниматься на каждом ярусе с разных блоков.

Далее, путем итерации преобразования  $g_{k,s}$  авторы определяют искомую хэш-функцию  $h_{k,s}$  следующим образом. Сообщение  $M$  в битах дополняется некоторым образом до числа бит, кратного  $m2^{k-1}$ , и представляется в виде  $M = M_1M_2 \dots M_n$ , где  $M_i$  – набор длины  $m2^{k-1}$ . Теперь фиксируется начальное значение хэш-входа  $H_0$  и вычисляются

$$H_i = g_{k,s}(H_{i-1}, M_i), i = 1, \dots, n,$$

и в качестве значения хэш-функции  $h_{k,s}(M)$  берется  $H_n$ .

В [8] исследуются свойства построенных таким образом хэш-функций в случае, когда в качестве боксов  $B_{i,j}$  используются так называемые мультиподстановки множества  $E^2$ .

Под мультиподстановкой авторы понимают биективное отображение  $B: E^2 \rightarrow E^2$ , при котором  $B(a, b) = (B_1(a, b), B_2(a, b))$  и функции  $B_1, B_2$  являются подстановочными по каждому переменному. Это равносильно тому, что функции  $B_1(a, b), B_2(a, b)$  задают ортогональные квазигруппы на множестве  $E$ . В этом случае авторы указывают алгоритмы решения уравнения

$$h(H, M) = H'$$

относительно  $M$  при известных  $H, H'$  и нахождения коллизий. Находят верхние оценки сложности и выражают надежду, что эти оценки близки к нижним.

Для построения пар ортогональных квазигрупп авторы рекомендуют использовать ортоморфизмы групп. В частности, доказана теорема о том, что отображение  $L_c: E^2 \rightarrow E^2$ , при котором

$$L_c(a, b) = (a \oplus b, a \oplus bc \oplus R^n(b)),$$

где  $R$  – сдвиг вектора на 1 бит вправо, является мультиподстановкой тогда и только тогда, когда для любого  $i \in \{1, \dots, m\}$  среди векторов  $R^m(c)$ ,  $t = 1, 2, \dots, m$ , найдутся векторы с различными  $i$ -ми координатами.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Bakhtiari S, Safavi-Naini R., Pieprzyk J. A message Authentication Code based on Latin Squares // Proc. Australasian on Information Security and Privacy. 1997. P. 194 – 203.
2. Canda V., van Trung T. A New Mode of Using All-Or-Nothing Transforms // Codes and Cryptography. 2001. P. 1 – 6.
3. Carter S, Wegman M.N. Universal Class of Hash Function // J. Computer and System Sciences. 1979. V. 18. No. 2. P. 143 – 154.
4. Dawson E., Donovan D, Offer A. Quasigroups, isotopism and authentication schemes // The Australasian journal of combinatorics. 1996. V. 13. P. 75 – 88.
5. Denes J., Keedwell A.D. Latin Squares. New Developments in the Theory and Applications. Amsterdam: Nord-Holland Publishing Co., 1981.
6. Denes J., Petoczki P. A digital encrypting communication systems // Hungarian Patent. 1990. No. 201437A.
7. Denes J., Keedwell A.D. A new Authentication Scheme based in Latin Squares // Discrete Mathematics. 1992. V. 106/107. P. 157 – 162.
8. Vandenay S. On the Need for Multipermutations: Cryptoanalysis of MD4 and SAFER // Proc. Fast Software Encryption. 1994. P. 286 – 297.

9. Schnorr C.P., Vandenay S. Black box cryptoanalysis of hash networks based on multipermutations // Lecture Notes in Computer Science. 1995. V. 950. P. 47 – 57.
10. Koscielny C. A method of constructing quasigroup-based stream-ciphers // Appl. Math. and Comp. Sci. 1996. V. 6. P. 109 – 121.
11. Krawczyk H. LFSR-based and Authentication // 1994, EUROCRYPT-94. P. 129 – 139.
12. Krawczyk H. New Hash Function for Message Authentication // 1995, EUROCRYPT-95. P. 301 – 310
13. Markovski S., Gligoroski D., Andova S. Using quasigroups for one-one secure encoding // Proc. VIII Conf. Logic and Comp. Sci. “LIRA 97”, Novi Sad, 1997. P. 157 – 162.
14. Markovski S., Gligoroski D., Bakeva V. Quasigroup String Processing: Part 1 // Proc. of Maked. Academ. of Sci. and Arts for Math. And Tech. Sci. XX. 1 – 2. 1999. P. 13 – 28.
15. Denes J. and Owens P.J. Some new latin power sets not based on groups // J. Combin. Theory, ser A. 1999. V. 85. P. 69 – 82.
16. Gligoroski D. Stream cipher based on quasigroup string transformation in  $\mathbf{Z}_p^*$  // Universitet “St. Cyril and Methodius”, Faculty of Natural Sciences, Institute of Informatics, P.O. Box 162, Scopje, Republic of Macedonia. ArXiv:cs.CR/0403043 v2 22Apr 2004. gligoroski@yahoo.com
17. Gligoroski D., Markovski S., Bakeva V. Quasigroup and Hash Functions // Discr. Math. And Appl. Proc. of the 6<sup>th</sup> ICDMA, Bansko. 2001. P. 43 – 50.
18. Gligoroski D., Markovski S., Bakeva V. On infinite Class of strongly Collision Resistant Hash Functions “EDON-F” with Variable Length of Output // Proc. 1<sup>st</sup> International Conference on Mathematics and Informatics for Industry. Thessaloniki, Greece, 2003.
19. Markovski S., Kusacatov V. Quasigroup String Processing: Part 2 // Proc. of Maked. Academ. of Sci. and Arts for Math. and Tech. Sci. XXI, 1 – 2. 2000. P. 15 – 32.
20. Markovski S., Gligoroski D., Stojcevska B. Secure two-way on-line communication by using quasigroup enciphering with almost public key // Novi Sad J. Mathematics. 2000. P. 30.
21. Markovski S. Quasigroup String Processing and Application in Cryptography // Invited talk. Proc. 1<sup>st</sup> International Conference on Mathematics and Informatics for Industry. Thessaloniki, Greece, 2003.
22. Marnas S.I., Angelis L., Bleris G.L. All-Or-Nothing Transform using quasigroups // Proc. 1<sup>st</sup> Balkan Conference in Informatics. 2003. P. 183 – 191.
23. Rogaway P. Bucket Hashing and its Application to Fast Message // 1995, CRYPTO-95. P. 30 – 42.
24. Shoup V. On Fast and Provably Secure Message Authentication based on Universal Hashing // 1996, CRYPTO-96. P. 313 – 338.
25. Stinson D.R. Universal Hashing and Authentication Codes. Design // Codes and Cryptography. 1994. V. 4. P. 369 – 380.
26. Stinson D.R. Something about All-Or-Nothing (Transform). Design // Codes and Cryptography. 2001. P. 133 – 138.
27. Taylor R. Near optimal Unconditionally Secure Authentication // 1994, EUROCRYPT-94. P. 245 – 255.
28. Wegman M.N., Carter S. New Hash Functions and their Use in Authentication and Set Equality // J. Computer and System Sciences. 1981. V. 22. P. 265 – 279.
29. Gligoroski D. Candidate One-Way Functions and One-Way Permutations Based on Quasigroup String Transformations // 2005, gligoroski@yahoo.com