



Math-Net.Ru

All Russian mathematical portal

M. A. Husseyinov, Universal algorithm of the numerical
differentiation,
Mat. Model., 1996, Volume 8, Number 3, 49–50

<https://www.mathnet.ru/eng/mm1549>

Use of the all-Russian mathematical portal Math-Net.Ru implies that you have read
and agreed to these terms of use
<https://www.mathnet.ru/eng/agreement>

Download details:

IP: 18.97.9.173

May 15, 2025, 02:54:50



ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ МЕТОДЫ И АЛГОРИТМЫ

УНИВЕРСАЛЬНЫЙ АЛГОРИТМ ЧИСЛЕННОГО ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ

© Гусейнов Маил Амир оглу

Рассматривается задача численного дифференцирования для произвольного расположения узлов. Приводится универсальный алгоритм решения задачи численного дифференцирования, а также соответствующая бейсик-программа.

UNIVERSAL ALGORITHM OF THE NUMERICAL DIFFERENTIATION

Husseyinov Mail Amir oglu

The problem of the numerical differentiation for the arbitrary disposition of knots is considered. Universal algorithm for the solution of the numerical differentiation problem and corresponding Basic-program are given.

Методы численного дифференцирования опираются, как правило, на интерполяционные многочлены. При этом для большого числа узлов интерполяции и высокого порядка производной предлагаемые формулы становятся весьма громоздкими. Они, к тому же, в большинстве своем применимы лишь для равноотстоящих узлов.

Среди известных методов численного дифференцирования, для неравноотстоящих узлов существует метод неопределенных коэффициентов [1], согласно которому значения производной k -го порядка в узлах вычисляются как линейные комбинации значений функции:

$$Y^{(k)}(X_i) = \sum_{j=0}^n C_j Y_j + R(f); \quad i=0,1,2,\dots,n, \quad (1)$$

где коэффициенты C_j ($j=0,1,2,\dots,n$) находятся из следующей системы уравнений:

$$\sum_{m=0}^n C_m X_m^p = \begin{cases} 0 & \text{для } p=0,1,\dots,k-1; \\ \frac{p!}{(p-k)!} X_i^{p-k} & \text{для } p=k,k-1,\dots,n. \end{cases} \quad (2)$$

Этот метод носит скорее иллюстративный характер. Ясно, что данную систему придется решать $n+1$ раз и, стало быть, речь может идти только о машинном решении. Но в таком случае надо принять к сведению, что коэффициенты последних уравнений системы, то есть одночлены вида X_k^m являются настолько большими, что переполняют разрядную сетку ЭВМ. Во-вторых, даже если это не так, коэффициенты первых и последних уравнений системы являют-

ся числами разных порядков, и потому точность вычислений будет низка.

Между тем система (2) допускает аналитическое решение, и тогда для значений производных в (1) получается рекуррентная формула, весьма удачная для машинной реализации:

$$Y_1^{(r)} = \sum_{\substack{k=0 \\ k \neq i}}^n Y_k^{(r-1)} \frac{\prod_{\substack{0 < j < n \\ j \neq k, j \neq i}} (X_i - X_j)}{\prod_{\substack{0 < j < n \\ j \neq k}} (X_k - X_j)} + Y_i^{(r-1)} \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^n \frac{1}{X_i - X_j}. \quad (3)$$

Здесь $i=0,1,2,\dots,n$ — номер узла; $r=1,2,3,\dots,s$ — порядок производной; $Y_i^{(0)}=Y_i(X_i)$; $Y_i^{(r)}=Y^{(r)}(X_i)$; $i=0,1,2,\dots,n$; $r=1,2,3,\dots,s$.

Привожу также составленную мной программу численного дифференцирования по формуле (3). В последних трех DATA-операторах программы хранятся соответственно число узлов ($N=10$), порядок производной ($S=3$), значения аргумента X и функции Y . В качестве контрольного примера взята функция $Y=X^3+1$.

```

10 REM УНИВ.ПРОГ. ЧИСЛ.ДИФФ. ГУСЕЙНОВ МАИЛ АМИР ОГЛУ, 1992
20 DEFDBL P,S,X,Y,Z:DEFINT I-N:READ N,M:DIM X(N),Y(N),Z(N)
30 CLS:DIM P(50),S(50):FOR K=1 TO n:READ X(K):NEXT K
40 K=1 TO N:READ Y(K):Z(K)=Y(K):NEXT k
50 INPUT "НУЖНЫ ЛИ ПРОМЕЖУТОЧНЫЕ ПРОИЗВОДНЫЕ
(0 - НЕТ, 1 - ДА)";L
60 FOR R=1 TO M:IF L=1 THEN PRINT:PRINT "ПРОИЗВОДНЫЕ СТЕПЕНИ";R
70 FOR I=1 TO N:P(1)=0:FOR I1=1 TO N
80 IF I1=I THEN GOSUB 190 ELSE GOSUB 140
90 P(I)=P(I)+Z(I1)*S(I1):NEXT I1:IF L=1 THEN PRINT P(I);
100 NEXT I:FOR K=1 TO N:Z(K)=P(K):NEXT K:NEXT R:PRINT
110 IF L=1 THEN END
120 PRINT:PRINT "ПРОИЗВОДНЫЕ СТЕПЕНИ";M:FOR K=1 TO N
130 PRINT Z(K);:NEXT K:END
140 S(I1)=1:FOR K1=1 TO N:IF I=K1 OR I1=K1 GOTO 160
150 S(I1)=S(I1)*(X(I)-X(K1))
160 IF I1=K1 GOTO 180
170 S(I1)=S(I1)/(X(I1)-X(K1))
180 NEXT K1:RETURN
190 S(I1)=0:FOR K1=1 TO N:IF I=K1 GOTO 210
200 S(I1)=S(I1)+1/(X(I)-X(K1))
210 NEXT K1:RETURN
220 DATA 10,3
230 DATA 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10
240 DATA 2,9,28,65,126,217,344,513,730,1001

```

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. И.С. Березин, Н.П. Жидков. Методы вычислений. - М.: Наука, 1966.