Л. А. Аксентьев, А. И. Аптекарев, А. М. Бикчентаев, В. В. Горяйнов, В. Н. Дубинин, А. М. Елизаров, И. Р. Каюмов, А. Лаптев, С. Р. Насыров, Д. В. Прохоров, А. Г. Сергеев, В. Д. Степанов, Фарит Габидинович Авхадиев (к семидесятилетию со дня рождения), *УМН*, 2018, том 73, выпуск 1, 187–190

DOI: 10.4213/rm9809

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЖИЗНЬ

Фарит Габидинович Авхадиев
(к семидесятилетию со дня рождения)

20 августа 2017 г. исполнилось семьдесят лет со дня рождения доктора физико-математических наук профессора Фарита Габидиновича Авхадиева.

Ф. Г. Авхадиев родился в деревне Чембулат Кзыл-Юлского района Татарской АССР (в настоящее время – Атнинский район Республики Татарстан) в семье учителей. В 1964 г. он поступил на механико-математический факультет Казанского государственного университета, который окончил с отличием в 1969 г. Уже в студенческие годы Ф. Г. Авхадиев проявляет исключительные математические способности и начинает заниматься научной деятельностью под руководством профессора Л. А. Аксентьева, публикует свои первые статьи. По словам Фарита Габидиновича, после защиты в 1972 г. кандидатской диссертации он не собирался становиться профессиональным ученым и уехал в Алжир, где в течение нескольких лет преподавал математику. Однако после возвращения на родину интерес к науке пересилил, и он продолжил работу в НИИ математики и механики (НИИММ) им. Н. Г. Чеботарёва при Казанском университете, где прошел путь от младшего научного сотрудника до заведующего отделом математического анализа и отделением математики этого института. В 2008 г. Фарит Габидинович становится заведующим кафедрой теории функций и приближений механико-математического факультета Казанского университета.

Ф. Г. Авхадиев – крупный специалист в области комплексного анализа и математической физики. Ему принадлежат блестящие результаты по достаточным условиям однолистности, обратным краевым задачам для аналитических функций, а также интегральным неравенствам в пространствах Соболева для плоских и пространственных областей. Цепкость ума, прекрасная фантазия, скрупулезность в исследовании задач, умение правильно сформулировать проблему и предложить оптимальный способ ее решения – все эти качества быстро сделали его авторитетным ученым в области комплексного анализа.

Достижения Ф. Г. Авхадиева и результаты его коллег по достаточным условиям однолистности и смежным вопросам изложены в обзорных статьях [1], [2], [5]–[7], [11] и монографии [3]. Кратко опишем некоторые наиболее важные и интересные его исследования.

DOI: https://doi.org/10.4213/rm9809

Много прекрасных результатов получено Фаритом Габидиновичем при изучении однолистности аналитических функций. Им найдены новые достаточные условия однолистности, связанные с производной Шварца $(f''/f')' - (1/2)(f''/f')^2$ и предшварцианом f''/f' исследуемой функции f. Ряд условий однолистности и p-листности, полученных Ф. Г. Авхадиевым для аналитических функций, формулируется в терминах их граничного поведения. Под влиянием работ М. Морса, Ф. Д. Гахова и Ю. М. Крикунова по топологическим методам в теории функций комплексного переменного он начал расширять область применения этих условий, рассматривая более общие классы отображений, в частности – квазиконформные, а затем и внутренние по Стоилову отображения как на плоскости, так и в пространствах $\mathbb{R}^n$.

С этой тематикой тесно связана задача о построении римановой поверхности над сферой по заданной проекции края, которая ставилась в работах известнейших математиков – Э. Пикара, К. Лёвнера, Х. Хопфа и др. Фаритом Габидиновичем (совм. с С. Р. Насыровым) получены необходимые и достаточные условия разрешимости этой задачи для достаточно широкого класса граничных кривых. Совместно с Л. А. Аксентьевым и Г. Г. Бильченко им найдены алгоритмы построения однолистных и многолистных многоугольников по заданным внутренним углам и дано приложение этих алгоритмов к однолистной разрешимости обратных краевых задач и исследованию геометрических свойств решений краевой задачи Гильберта.

В 1980-е годы Ф. Г. Авхадиевым разработан общий подход к достаточным условиям однолистности и p-листности внутренних по Стоилову отображений в $\mathbb{R}^n$, основанный на понятии p-допустимого функционала. Этот подход стал одним из основных достижений его докторской диссертации (защищенной в Институте математики СО АН СССР в 1990 г.). В начале 1990-х годов Фарит Габидинович совместно со своим учеником И. Р. Каюмовым занялся исследованием пространств Блоха, что привело к решению известной проблемы Андерсона–Клуни–Поммеренке об оценке коэффициентов логарифма производной в классе S функций, однолистных в круге. Весьма плодотворным было многолетнее сотрудничество Ф. Г. Авхадиева с немецким коллегой К.-Й. Виртсом, в результате которого получен ряд новых точных оценок в банаховых пространствах аналитических функций. В частности, найдены точные оценки, распространяющие классический принцип гиперболической метрики на высшие производные. Эти результаты изложены в монографии [12].

С середины 1990-х годов научная тематика Ф. Г. Авхадиева существенно меняется: большинство его работ связано с различными интегральными неравенствами для функций в пространствах Соболева. Поворотным моментом явилась работа [4], в которой дано решение обобщенной проблемы Сен-Венана о нахождении геометрической характеристики, эквивалентной коэффициенту жесткости кручения упругих балок с односвязным поперечным сечением. Из неравенств, полученных в [4], выводится аналог интегрального неравенства Харди; с этим аналогом и его обобщениями связаны научные интересы Ф. Г. Авхадиева в последние годы. Приведем некоторые из этих ярких результатов.

Пусть Ω – открытое собственное подмножество $\mathbb{R}^n$, $\delta = \operatorname{dist}(x, \partial\Omega)$ и $p \geqslant 1$, $s > 1$. Обозначим через $c(p,s) = c_\Omega(p,s)$ минимально возможную константу в интегральном неравенстве

$$\int_\Omega \frac{|f|^p}{\delta^s}\,dx \leqslant c(p,s)\int_\Omega \frac{|\nabla f|^2}{\delta^{s-p}}\,dx, \qquad f \in C_0^\infty(\Omega).$$

В случае $n = 2$ Ф. Г. Авхадиевым [8] найдена двусторонняя оценка константы $c(p,2)$ через легко определяемую геометрическую характеристику области Ω. В случае $n \geqslant 2$ им доказано, что если $s > n$, то для любого $1 \leqslant p < \infty$ выполнено точное неравенство

$$c_\Omega(p,s) \leqslant \frac{p}{s-p}\,.$$

Этот результат представляет собой блестящее решение проблемы, которая была поставлена Дж. Льюисом (1988) и А. Ваннебо (1990).

Еще один результат, полученный в [10], устанавливает точную константу λ_ν в неравенстве

$$\left(\frac{1}{4}-\nu^2\right)\int_\Omega \frac{|f|^2}{\delta^2}\,dx+\frac{\lambda_\nu^2}{\delta_0^2}\int_\Omega |f|^2\,dx \leqslant \int_\Omega |\nabla f|^2\,dx, \qquad f\in C_0^\infty(\Omega),$$

для выпуклых областей Ω в пространстве $\mathbb{R}^n$, где $\delta_0=\sup_\Omega \delta$, а $\nu\in[0,1/2]$ – константа. Установлено, что величина λ_ν – первый положительный корень уравнения Лэмба для функций Бесселя. В частности, $\lambda_0=0.940$, что дает точную оценку в неравенстве типа Харди, предложенном Х. Брезисом и М. Маркусом, а $\lambda_{1/2}=\pi/2$, что обобщает и уточняет известные изопериметрические неравенства Пуанкаре ($n=1$), Херша ($n=2$), а также Пейна–Стэкголда ($n\geqslant 3$).

Ф. Г. Авхадиев в своих работах всегда уделял большое внимание прикладным задачам, исследование которых давало ему новые постановки чисто математических проблем. В этой связи можно отметить постановку и решение обратной задачи о восстановлении гидродинамического профиля по заданной кавитационной диаграмме (совм. с Д. В. Маклаковым), задачи максимизации критического числа Маха для крыловых профилей (совм. с А. М. Елизаровым и Д. А. Фокиным).

Фарит Габидинович – прекрасный лектор и педагог. Его научные достижения ясно и доходчиво представлены в учебных пособиях [9], [14]. Учениками Ф. Г. Авхадиева защищено шесть кандидатских диссертаций, он является научным консультантом по двум докторским диссертациям.

Отдельно стоит отметить заслуги Ф. Г. Авхадиева на посту главного редактора журнала “Известия вузов. Математика”, которому он уделяет много времени и сил.

Нематематические интересы Фарита Габидиновича также чрезвычайно широки. Он интересуется историей, политикой, литературой, коллекционирует яркие высказывания выдающихся ученых, некоторые из этих высказываний украшают его рабочий кабинет. Несмотря на многочисленные должности и обязанности, он находит время для активного отдыха. Многие годы с друзьями и коллегами занимался водным туризмом, сплавляясь на катамаранах по быстрым рекам Поволжья, Урала и Сибири. В этих походах в экстремальных ситуациях выпукло проявлялись лучшие качества Ф. Г. Авхадиева – спокойствие, уверенность в себе, открытость, обаятельность, философский взгляд на жизнь. Фарит Габидинович – прекрасный семьянин, муж и отец, беззаветно любящий свою супругу Нину Васильевну и дочь Камилу. С большим удовольствием и гордостью он рассказывает о своем маленьком внуке, который живет в Москве и радует его своими успехами.

От всего сердца желаем Фариту Габидиновичу и его близким всяческих успехов, счастья и крепкого здоровья.

Л. А. Аксентьев, А. И. Аптекарев, А. М. Бикчентаев,
В. В. Горяйнов, В. Н. Дубинин, А. М. Елизаров,
И. Р. Каюмов, А. Лаптев, С. Р. Насыров,
Д. В. Прохоров, А. Г. Сергеев, В. Д. Степанов

Список избранных публикаций Ф. Г. Авхадиева

[1] “Основные результаты в достаточных условиях однолистности аналитических функций”, *УМН*, **30**:4(184) (1975), 3–60 (совм. с Л. А. Аксентьевым); англ. пер.: “The main results on sufficient conditions for an analytic function to be schlicht”, *Russian Math. Surveys*, **30**:4 (1975), 1–63 (with L. A. Aksent'ev).

[2] “Достаточные условия конечнолистности аналитических функций и их приложения”, Итоги науки и техн. Сер. Матем. анал., **25**, ВИНИТИ, М., 1987, 3–121 (совм. с Л. А. Аксентьевым, А. М. Елизаровым); англ. пер.: “Sufficient conditions for the finite-valence of analytic functions and their applications”, *J. Soviet Math.*, **49**:1 (1990), 715–799 (with L. A. Aksent'ev, A. M. Elizarov).

[3] *Конформные отображения и краевые задачи*, Изд-во Казанский фонд "Математика", Казань, 1996, 216 с.

[4] "Решение обобщенной задачи Сен-Венана", *Матем. сб.*, **189**:12 (1998), 3–12; англ. пер.: "Solution of the generalized Saint Venant problem", *Sb. Math.*, **189**:12 (1998), 1739–1748.

[5] "Научный семинар по геометрической теории функций: основные результаты двух последних десятилетий", Тр. Матем. центра им. Н. И. Лобачевского, **14**, Казан. матем. о-во, Казань, 2002, 7–38 (совм. с Л. А. Аксентьевым, А. М. Елизаровым, С. Р. Насыровым).

[6] "Исследования по теории функций и изопериметрическим задачам", *На рубеже веков. НИИММ Казанского университета*, Изд-во Казан. матем. о-ва, Казань, 2003, 37–50 (совм. с И. Р. Каюмовым, Р. Г. Салахудиновым).

[7] "Геометрическая теория функций", *История науки в Казанском университете*, 1980–2003, Изд-во КГУ, Казань, 2005, 15–20.

[8] "Hardy type inequalities in higher dimensions with explicit estimate of constants", *Lobachevskii J. Math.*, **21** (2006), 3–31.

[9] *Неравенства для интегральных характеристик областей*, Учеб. пособие, Казан. гос. ун-т, Казань, 2006, 140 с.

[10] "Unified Poincaré and Hardy inequalities with sharp constants for convex domains", *ZAMM Z. Angew. Math. Mech.*, **87**:8-9 (2007), 632–642 (with K.-J. Wirths).

[11] "Экстремальные проблемы, связанные с интегральными характеристиками", *НИИММ им. Н. Г. Чеботарева КГУ*. 2003–2007 *годы*, Изд-во КГУ, Казань, 2008, 36–53.

[12] *Schwarz–Pick type inequalities*, Front. Math., Birkhäuser, Basel, 2009, viii+156 pp. (with K.-J. Wirths).

[13] "Кафедра теории функций и приближений", *Механико-математический факультет Казанского университета. Очерки истории*, Изд. 3-е, перераб. и доп., ред. С. Р. Насыров, Казан. ун-т, Казань, 2011, 104–113.

[14] *Введение в геометрическую теорию функций*, Учеб. пособие, Казан. ун-т, Казань, 2012, 127 с.

[15] "Геометрическое описание областей, для которых константа Харди равна 1/4", *Изв. РАН. Сер. матем.*, **78**:5 (2014), 3–26; англ. пер.: "A geometric description of domains whose Hardy constant is equal to 1/4", *Izv. Math.*, **78**:5 (2014), 855–876.

[16] "Интегральные неравенства в областях гиперболического типа и их применения", *Матем. сб.*, **206**:12 (2015), 3–28; англ. пер.: "Integral inequalities in domains of hyperbolic type and their applications", *Sb. Math.*, **206**:12 (2015), 1657–1681.