



Math-Net.Ru

All Russian mathematical portal

I. N. Zaitseva, Algorithm for determining phase shift of harmonic signals using stochastic discretization, *Vestn. Astrakhan State Technical Univ. Ser. Management, Computer Sciences and Informatics*, 2019, Number 3, 90–96

DOI: 10.24143/2072-9502-2019-3-90-96

Use of the all-Russian mathematical portal Math-Net.Ru implies that you have read and agreed to these terms of use

<http://www.mathnet.ru/eng/agreement>

Download details:

IP: 18.97.14.81

February 15, 2025, 03:50:49



DOI: 10.24143/2072-9502-2019-3-90-96  
УДК 621.371

## АЛГОРИТМ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СДВИГА ФАЗ ГАРМОНИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СТОХАСТИЧЕСКОЙ ДИСКРЕТИЗАЦИИ

*И. Н. Зайцева*

*Елецкий государственный университет им. И. А. Бунина,  
Липецкая область, Елец, Российская Федерация*

Решается задача оценки основных параметров гармонических сигналов. Предложен алгоритм определения сдвига фаз таких сигналов вероятностно-статистическим методом. Важным преимуществом данного алгоритма является время обращения, не кратное периоду сигналов или меньшее периода сигнала, что принципиально важно при измерениях параметров инфранизкочастотных радиосигналов. Проведено математическое моделирование алгоритма с целью изучения погрешностей и оценки возможности практической реализации алгоритма для обработки инфранизкочастотных радиосигналов при стохастической дискретизации. Из результатов численного эксперимента следует, что погрешность определения сдвига фаз гармонических сигналов разработанным алгоритмом на основе интегральных выборок со стохастической дискретизацией интервалов во времени по равномерному закону распределения составляет сотые доли процента и мало зависит от точности дискретизации сигналов по уровню. Полученная погрешность соответствует точности дискретизации при переводе 12-разрядных аналого-цифровых преобразователей в принятые значения аналого-цифровых преобразователей.

**Ключевые слова:** алгоритм, сигналы, сдвиг фаз, математическое моделирование, время обращения, меньшее периода, стохастическая дискретизация.

**Для цитирования:** *Зайцева И. Н.* Алгоритм определения сдвига фаз гармонических сигналов с использованием стохастической дискретизации // Вестник Астраханского государственного технического университета. Серия: Управление, вычислительная техника и информатика. 2019. № 3. С. 90–96. DOI: 10.24143/2072-9502-2019-3-90-96.

### **Введение**

Проблема разработки аналогово-цифровых алгоритмов для измерения основных параметров инфранизкочастотных сигналов привлекает внимание исследователей и обусловлена решением прикладных задач в области построения приемо-передающей аппаратуры. При измерении параметров таких сигналов требуется меньшее время обращения к анализируемым сигналам и обработки сигналов во времени, близком к реальному [1–9].

В работах [1–3] рассмотрены алгоритмы определения параметров гармонических сигналов за время, меньшее их периода, с использованием «классических» методов равномерной дискретизации сигналов по времени. Особый интерес представляют исследования применения в таких алгоритмах стохастической дискретизации для оптимизации работы алгоритмов в условиях определения параметров реальных сигналов с искажениями, помехами и шумами [9].

### **Постановка задачи и метод ее решения**

К настоящему времени в ряде работ [1–3] разработаны и исследованы алгоритмы определения сдвига фаз гармонических сигналов путем измерения их мгновенных значений за время, меньшее периода этих сигналов, с дальнейшей цифровой обработкой с помощью аналого-цифровых преобразователей и микропроцессоров. Для большинства разработанных алгоритмов наличие постоянной составляющей в сигналах является причиной появления дополнительных погрешностей в измерении значений сдвига фаз. Исключить подобные погрешности можно, если синтезировать алгоритмы измерения сдвига фаз не по выборкам мгновенных значений сигналов, а по конечным разностям первого порядка от этих выборок.

Рассмотрим алгоритм определения сдвига фаз гармонических сигналов при времени обращения к анализируемым сигналам, меньшим их периода, включая вероятностно-статистический метод с использованием стохастической дискретизации.

Полагая, что опорный  $x(t)$  и исследуемый  $y(t)$  сигналы наряду с гармонической имеют постоянные составляющие  $C_{0x}$  и  $C_{0y}$ , соответственно, для их мгновенных дискретизированных значений и конечных разностей можем записать:

$$\begin{cases} x_0 = A_{mx} \cdot \sin(\omega \cdot t) + C_{0x}; \\ x_1 = A_{mx} \cdot \sin(\omega \cdot t + h) + C_{0x}; \\ x_2 = A_{mx} \cdot \sin(\omega \cdot t + 2 \cdot h) + C_{0x}; \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \Delta_{1x} = x_1 - x_0 = 2 \cdot \sin(h/2) \cdot \cos(\omega \cdot t + h/2); \\ \Delta_{2x} = x_2 - x_1 = 2 \cdot \sin(h/2) \cdot \cos(\omega \cdot t + h \cdot 3/2); \end{cases} \quad (2)$$

$$\Delta_{ix} = x_{i+1} - x_i = 2 \cdot \sin(h/2) \cdot \cos(\omega \cdot t + i \cdot h/2); \quad (3)$$

$$\begin{cases} y_0 = A_{my} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi) + C_{0y}; \\ y_1 = A_{my} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi + h) + C_{0y}; \\ y_2 = A_{my} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi + 2 \cdot h) + C_{0y}; \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} \Delta_{1y} = y_1 - y_0 = 2 \cdot \sin(h/2) \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi + h/2); \\ \Delta_{2y} = y_2 - y_1 = 2 \cdot \sin(h/2) \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi + h \cdot 3/2); \end{cases} \quad (5)$$

$$\Delta_{iy} = y_{i+1} - y_i = 2 \cdot \sin(h/2) \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi + i \cdot h/2), \quad (6)$$

где  $\omega$  – частота гармонических составляющих сигналов  $x(t)$  и  $y(t)$ ;  $\varphi$  – сдвиг фаз между гармоническими составляющими сигналов  $x(t)$  и  $y(t)$ ;  $h = \omega \cdot \Delta t$  – шаг дискретизации в угловом измерении;  $\Delta t$  – шаг дискретизации сигналов  $x(t)$  и  $y(t)$  во времени;  $i = 0, 1, 2, \dots, n$ .

Найдя отношения

$$J_1 = \frac{\Delta_{1x}}{\Delta_{2x}} = \frac{\cos(h/2) - \operatorname{tg}(\alpha_0) \cdot \sin(h/2)}{\cos(h \cdot 3/2) - \operatorname{tg}(\alpha_0) \cdot \sin(h \cdot 3/2)}, \quad (7)$$

$$J_2 = \frac{\Delta_{1y}}{\Delta_{2y}} = \frac{\cos(h/2) - \operatorname{tg}(\varphi) \cdot \sin(\alpha_0 + h/2)}{\cos(\alpha_0 + h \cdot 3/2) - \operatorname{tg}(\varphi) \cdot \sin(\alpha_0 + h \cdot 3/2)}, \quad (8)$$

и решив уравнения (7) и (8) относительно  $\varphi$  и  $\alpha_0$ , получим выражение для определения сдвига фаз  $\varphi$  по кривой мгновенных значений конечных разностей первого порядка  $\Delta_{ix}$  и  $\Delta_{iy}$ :

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{J_2 \cos(\alpha_0 + h \cdot 3/2) - \cos(\alpha_0 + h/2)}{J_2 \sin(\alpha_0 + h \cdot 3/2) - \sin(\alpha_0 + h/2)}, \quad (9)$$

где

$$\alpha_0 = \operatorname{arctg} \frac{J_1 \cos(h \cdot 3/2) - \cos(h/2)}{J_1 \sin(h \cdot 3/2) - \sin(h/2)}.$$

Значение сдвига фаз  $\varphi$ , полученное по алгоритму (9), не зависит от постоянных составляющих  $C_{0x}$  и  $C_{0y}$  и амплитуд  $A_{m1}$  и  $A_{m2}$  сигналов  $x(t)$  и  $y(t)$ .

Очевидно, алгоритм (9) позволяет определить сдвиг фаз при минимальном времени обращения к сигналам,  $\tau$ , равном  $\tau = 2 \cdot \Delta t$  в угловой мере  $2h$ .

Рассмотрим дальнейшее развитие алгоритма (9), который применяется при стохастической обработке сигналов [7].

Стохастическая обработка гармонических сигналов (1) и (4) для определения сдвига фаз заключается в том, что выборки мгновенных значений из сигнала осуществляются по случайному закону. Интервал дискретизации сигналов (1) и (4) во времени выбирается из равномерно распределенных, линейно преобразованных случайных чисел, расположенных в виде вариационного ряда.

В работе принимаем, что время выборок из сигналов (1) и (4) распределяется по равномерному закону.

Плотность распределения интервалов времени для дискретных отсчетов:

$$p(t_i) = 1/T_m \text{ при } t_1 \leq t_i \leq t_n,$$

где  $T_m = t_n - t_1$  – время измерения (обращения) к сигналу и

$$p(t_i) = 0 \text{ при других } t_i. \quad (10)$$

Определяем плотность распределения для  $x(t_i)$  при  $t_i$ , распределенном равномерно в интервале от  $t_1$  до  $t_n$ , как функции от  $x$  [5, 6]:

$$p(x, t_i) = \frac{1}{\omega \cdot t_m}. \quad (11)$$

Для определения сдвига фаз гармонических сигналов по алгоритму (9) используем формулу для математического ожидания значений рассматриваемых сигналов со стохастической дискретизацией во времени как случайного процесса. Постоянные составляющие сигналов можно не учитывать, т. к. они сокращаются при нахождении конечных разностей первого порядка (1)–(8). Учитывая выражения (10) и (11), имеем для сигнала (1) математическое ожидание

$$m_{1x}(x, t_i) = \int_{x_1}^{x_n} x \cdot p(x, t_i) \cdot dx = \frac{2 \cdot A \cdot \sin(\omega \cdot T_m / 2)}{\omega^2 \cdot T_m} \cdot \sin(2 \cdot \alpha_0 + \omega \cdot T_m / 2),$$

где

$$x_1 = A \cdot \sin(\alpha_0);$$

$$x_n = A \cdot \sin(\alpha_0 + \omega \cdot T_m).$$

Для второй выборки из сигнала (1) имеем математическое ожидание [5]

$$m_{2x}(x, t_i) = \int_{x_n}^{x_{n+1}} x \cdot p(x, t_i) \cdot dx = \frac{2 \cdot A \cdot \sin(\omega \cdot T_m / 2)}{\omega^2 \cdot T_m} \cdot \sin(2 \cdot \alpha_0 + 3 \cdot \omega \cdot T_m / 2),$$

где

$$x_{n+1} = A \cdot \sin(\alpha_0 + 2 \cdot \omega \cdot T_m).$$

Для третьей выборки из сигнала (1) имеем математическое ожидание

$$m_{3x}(x, t_i) = \int_{x_{n+1}}^{x_{n+2}} x \cdot p(x, t_i) \cdot dx = \frac{2 \cdot A \cdot \sin(\omega \cdot T_m / 2)}{\omega^2 \cdot T_m} \cdot \sin(2 \cdot \alpha_0 + 5 \cdot \omega \cdot T_m / 2),$$

где  $x_{n+1} = A \cdot \sin(\alpha_0 + 3 \cdot \omega \cdot T_m)$ .

Используя аналогичные выражения (10) и (11), имеем для сигнала (4):

$$m_{1y}(y, t_i) = \int_{y_1}^{y_n} y \cdot p(y, t_i) \cdot dy = \frac{2 \cdot A \cdot \sin(\omega \cdot T_m / 2)}{\omega^2 \cdot T_m} \cdot \sin(\varphi + 2 \cdot \alpha_0 + \omega \cdot T_m / 2),$$

где

$$y_1 = A \cdot \sin(\varphi + \alpha_0);$$

$$y_n = A \cdot \sin(\varphi + \alpha_0 + \omega \cdot T_m).$$

Определим математическое ожидание для второй выборки из сигнала (4) [5]:

$$m_{2y}(y, t_i) = \int_{y_n}^{y_{n+1}} y \cdot p(y, t_i) \cdot dy = \frac{2 \cdot A \cdot \sin(\omega \cdot T_m / 2)}{\omega^2 \cdot T_m} \cdot \sin(\varphi + 2 \cdot \alpha_0 + 3 \cdot \omega \cdot T_m / 2),$$

где

$$y_{n+1} = A \cdot \sin(\varphi + \alpha_0 + 2 \cdot \omega \cdot T_m).$$

Математическое ожидание для третьей выборки из сигнала (4):

$$m_{3y}(y, t_i) = \int_{y_{n+1}}^{y_{n+2}} y \cdot p(y, t_i) \cdot dy = \frac{2 \cdot A \cdot \sin(\omega \cdot T_m / 2)}{\omega^2 \cdot T_m} \cdot \sin(\varphi + 2 \cdot \alpha_0 + 5 \cdot \omega \cdot T_m / 2),$$

где

$$y_{n+1} = A \cdot \sin(\varphi + \alpha_0 + 3 \cdot \omega \cdot T_m).$$

Найдем конечные разности первого порядка из этих выборок:

$$\Delta_{1x} = m_{2x} - m_{1x} = k \cdot 2 \cdot \sin(\omega \cdot T_m / 2) \cdot \cos(\alpha_0 + \omega \cdot T_m);$$

$$\Delta_{2x} = m_{3x} - m_{2x} = k \cdot 2 \cdot \sin(\omega \cdot T_m / 2) \cdot \cos(\alpha_0 + 2 \cdot \omega \cdot T_m);$$

$$\Delta_{1y} = m_{2y} - m_{1y} = k \cdot 2 \cdot \sin(\omega \cdot T_m / 2) \cdot \cos(\varphi + 2 \cdot \alpha_0 + \omega \cdot T_m);$$

$$\Delta_{2y} = m_{3y} - m_{2y} = k \cdot 2 \cdot \sin(\omega \cdot T_m / 2) \cdot \cos(\varphi + 2 \cdot \alpha_0 + 2 \cdot \omega \cdot T_m),$$

где

$$k = \frac{2 \cdot A \cdot \sin(\omega \cdot T_m / 2)}{\omega^2 \cdot T_m}.$$

Определив отношения

$$J_1 = \frac{\Delta_{1x}}{\Delta_{2x}} = \frac{\cos(2 \cdot \omega \cdot T_m) - \operatorname{tg}(\alpha_0) \cdot \sin(\omega \cdot T_m)}{\cos(2 \cdot \omega \cdot T_m) - \operatorname{tg}(\alpha_0) \cdot \sin(2 \cdot \omega \cdot T_m)}, \quad (12)$$

$$J_2 = \frac{\Delta_{1y}}{\Delta_{2y}} = \frac{\cos(2 \cdot \alpha_0 + \omega \cdot T_m) - \operatorname{tg}(\varphi) \cdot \sin(2 \cdot \alpha_0 + \omega \cdot T_m)}{\cos(2 \cdot \alpha_0 + 2 \cdot \omega \cdot T_m) - \operatorname{tg}(\varphi) \cdot \sin(2 \cdot \alpha_0 + 2 \cdot \omega \cdot T_m)}, \quad (13)$$

и решив уравнения (12) и (13) относительно  $\varphi$  и  $\alpha_0$ , получим выражение для определения сдвига фаз  $\varphi$  по кривой мгновенных значений конечных разностей первого порядка  $\Delta_{ix}$  и  $\Delta_{iy}$ :

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{J_2 \cos(2 \cdot \alpha_0 + 2 \cdot \omega \cdot T_m) - \cos(2 \cdot \alpha_0 + \omega \cdot T_m)}{J_2 \sin(2 \cdot \alpha_0 + 2 \cdot \omega \cdot T_m) - \sin(2 \cdot \alpha_0 + \omega \cdot T_m)}, \quad (14)$$

где

$$\alpha_0 = (\operatorname{arctg} \frac{J_1 \cos(2 \cdot \omega \cdot T_m) - \cos(\omega \cdot T_m)}{J_1 \sin(2 \cdot \omega \cdot T_m) - \sin(\omega \cdot T_m)}) / 2.$$

Значение сдвига фаз  $\varphi$ , полученное по алгоритму (14), не зависит от постоянных составляющих  $C_{0x}$  и  $C_{0y}$  и амплитуд  $A_{m1}$  и  $A_{m2}$  сигналов  $x(t)$  и  $y(t)$ .

### Моделирование по алгоритму и анализ результатов

С целью определения погрешности сдвига фаз гармонических сигналов предложенным алгоритмом, а также для оценки алгоритма по его использованию в цифровом виде было проведено математическое моделирование.

Для моделирования исследовались гармонические (синусоидальные) сигналы с частотой  $f = 20$  Гц и амплитудой  $A = 10$  В, описываемые функциями

$$x(t_i) = 10 \cdot \sin(\omega \cdot t_i);$$

$$y(t_i) = 10 \cdot \sin(\omega \cdot t_i + \varphi),$$

где  $t_i$  – интервалы времени дискретной выборки и сигнала, распределенные по равномерному закону;  $\omega$  – круговая частота сигнала, рад/с:

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = 2 \cdot 3,1415925 \cdot 20 = 125,6637.$$

Общее количество дискретных выборок за период примем равным 2 000. Количество дискретных выборок за время обращения к сигналу, меньшему его периода, примем равным 250.

Тогда время измерения, с, будет равно

$$T_m = \frac{1 \cdot 250}{f \cdot 2 \ 000} = \frac{1 \cdot 250}{20 \cdot 2 \ 000} = 0,00625.$$

Зададим сдвиг фаз двух синусоидальных сигналов  $\varphi = -28^\circ$  (сигнал  $y(t)$  отстает по времени от сигнала  $x(t)$ ).

Для математического моделирования используем табличный процессор Excel 2013. Применяя встроенную статистическую функцию «СЛЧИСЛ()», сгенерируем 2 000 чисел с равно-

мерным законом распределения. Далее, расположив полученные значения в виде вариационного ряда по возрастанию, вычислим значения дискретных выборок из синусоидального сигнала с точностью представления 4 знака после запятой.

Результаты моделирования представлены на рис. 1 и 2.

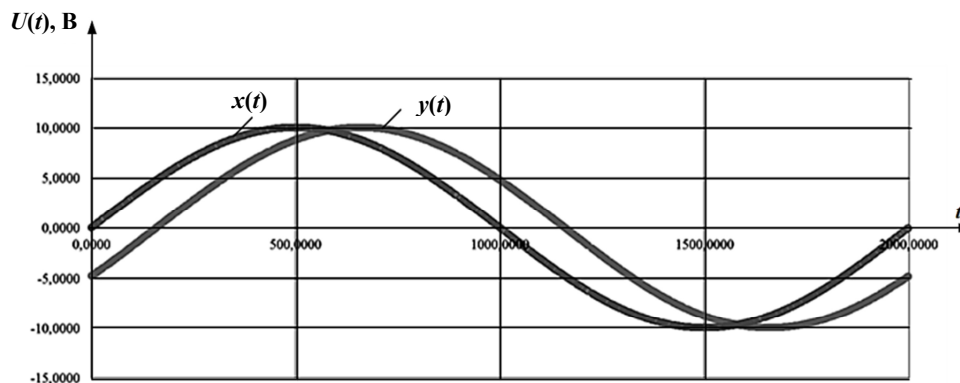


Рис. 1. Восстановленный период исследуемых гармонических (синусоидальных) сигналов частотой 20 Гц

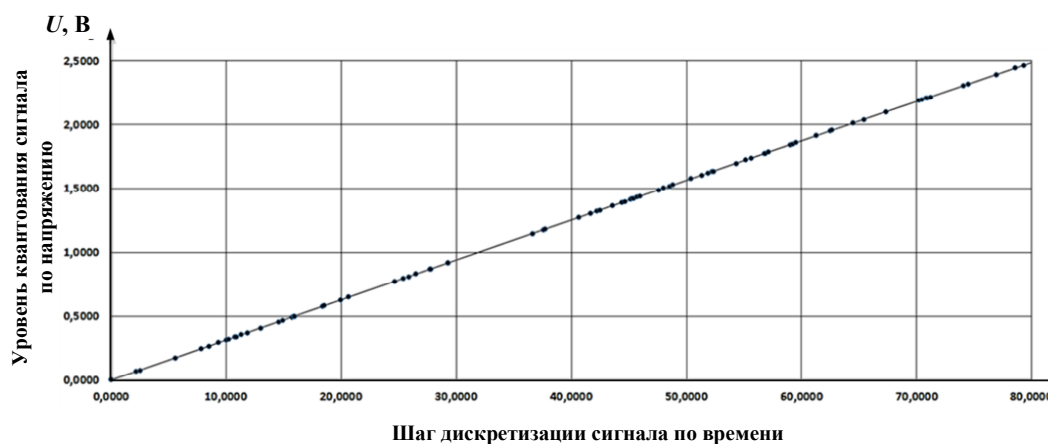


Рис. 2. Стохастическая обработка исследуемого сигнала (укрупненная часть интервала первой выборки)

На рис. 1 представлены периоды полностью восстановленных (оцифрованных) исследуемых сигналов в виде синусоиды, например для сигнала (1) и для сигнала (4), сдвинутых по фазе на угол  $\varphi = -28^\circ$ .

На рис. 2 для иллюстрации применения стохастической дискретизации представлена часть одного периода оцифрованного сигнала со стохастической дискретизацией во времени, наглядно показывающая принцип работы алгоритма определения сдвига фаз гармонических (синусоидальных) сигналов.

В таблице представлены результаты определения сдвига фаз исследуемых гармонических сигналов за время, меньшее одного периода, со стохастической дискретизацией по времени.

**Результаты определения сдвига фаз исследуемых гармонических сигналов**

Выборки математического ожидания $x(t) - 250$ отсчетов			Выборки математического ожидания $y(t) - 250$ отсчетов			Эталонный сдвиг фаз, град	Сдвиг фаз, определенный по алгоритму, град
$m_{1x}(t)$	$m_{2x}(t)$	$m_{3x}(t)$	$m_{1y}(t)$	$m_{2y}(t)$	$m_{3y}(t)$		
3,7983	9,1566	9,0184	-0,9587	6,3981	9,7592	-28,0132	-28,0141

На основании результатов математического моделирования погрешность определения сдвига фаз исследуемых гармонических сигналов разработанным алгоритмом со стохастической дискретизацией составляет сотые доли процента и мало зависит от точности дискретизации сигналов по уровню. Полученная погрешность соответствует точности дискретизации при переводе в принятые значения аналого-цифровых преобразователей (АЦП) 12-разрядных АЦП.

### Заключение

Таким образом, вопрос оценки основных параметров гармонических сигналов очень актуален, особенно за интервал времени, меньший периода сигнала. Предлагаемый алгоритм определения сдвига фаз гармонических (синусоидальных) сигналов является одним из путей дальнейшего развития других подобных алгоритмов. Важной проблемой дальнейших исследований является определение погрешностей разработанного алгоритма, включая применение корреляционного и оптимального алгоритмов.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шахов Э. К., Угольков В. Н. К вопросу определения сдвига фаз гармонических сигналов за время менее периода при наличии постоянной составляющей. Красноярск: Изд-во Ин-та физики им. Л. В. Киренского Акад. наук СССР, 1986. 7 с.
2. Ugo'kov V. N. Some Problems of the Digital Analysis of Signal Spectra // Measurement Techniques, USA. V. 47. Iss. 6. P. 601–606.
3. Ugo'kov V. N. Methods of Measuring the Phase Shift and Amplitude of Harmonic Signals Using Integral Samples // Measurement Techniques, USA. V. 46. Iss. 5. P. 495–501.
4. Мешков В. П., Угольков В. Н. Определение параметров гармонических сигналов по минимуму мгновенных отсчетов. Красноярск: Изд-во Ин-та физики им. Л. В. Киренского Акад. наук СССР, 1984. 7 с.
5. Вентцель Е. С. Теория вероятностей. М.: Наука, 1969. 576 с.
6. Левин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники. М.: Радио и связь, 1989. 656 с.
7. Билинский И. Я., Микельсон А. К. Стохастическая цифровая обработка непрерывных сигналов. Рига: Зинатне, 1983. 292 с.
8. Зайцева И. Н., Угольков В. Н. Алгоритм определения частоты гармонического сигнала с использованием стохастической дискретизации // Вестн. Астрахан. гос. техн. ун-та. Сер.: Управление, вычислительная техника и информатика. 2017. № 4. С. 54–59.
9. Зайцева И. Н. Оценка погрешностей алгоритма определения частоты гармонического сигнала с гармониками за время менее периода с использованием стохастической дискретизации // Современная наука: актуальные проблемы теории и практики. Сер.: Естественные и технические науки. 2017. № 9. С. 15–19.

Статья поступила в редакцию 28.03.2019

### ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ

*Зайцева Ирина Николаевна* – Россия, 399770, Елец; Елецкий государственный университет им. И. А. Бунина; канд. пед. наук; доцент кафедры физики, радиотехники и электроники; irina-zai@yandex.ru.



## ALGORITHM FOR DETERMINING PHASE SHIFT OF HARMONIC SIGNALS USING STOCHASTIC DISCRETIZATION

*I. N. Zaitseva*

*Bunin Yelets State University,  
Lipetsk region, Yelets, Russian Federation*

**Abstract.** The article focuses on the problem of estimating basic parameters of harmonic signals. An algorithm for determining the phase shift of such signals by the probabilistic-statistical method is proposed. An important advantage of the algorithm is the fact that the circulation time is aliquant

to the signal period or shorter. It is important when measuring parameters of infra-low-frequency radio signals. Mathematical modeling of the algorithm was carried out to study errors and assess the possibility of practical application of the algorithm for processing infra-low-frequency radio signals at stochastic discretization. The results of a numerical experiment show that the error of determining the phase shift of harmonic signals using the developed algorithm on the basis of integral samples with stochastic discretization of time intervals according to the uniform distribution law is 1/100 of a percent, and little depends on the accuracy of signal discretization by level. The error obtained corresponds to the accuracy of discretization when translating the 12-bit ADCs into analog-digital converters. The proposed algorithm can be applied for processing infra-low-frequency radio signals in acoustics and communication, as well as in geophysical and biomedical research.

**Key words:** algorithm, signals, phase shift, mathematical modeling, less than the period access time, stochastic discretization.

**For citation:** Zaitseva I. N. Algorithm for determining phase shift of harmonic signals using stochastic discretization. *Vestnik of Astrakhan State Technical University. Series: Management, Computer Science and Informatics*. 2019;3:90-96. (In Russ.) DOI: 10.24143/2072-9502-2019-3-90-96.

#### REFERENCES

1. Spahov E. K., Ugol'kov V. N. *K voprosu opredeleniya sdviga faz garmonicheskikh signalov za vremya menee perioda pri nalichii postoyannoy sostavlyayushchej* [To the question of determining phase shift of harmonic signals for a time less than the period in the presence of a constant component]. Krasnoyarsk, Izd-vo In-ta fiziki im. L. V. Kirenskogo Akad. nauk SSSR, 1986. 7 p.
2. Ugol'kov V. N. Some Problems of the Digital Analysis of Signal Spectra. *Measurement Techniques, USA*, vol. 47, iss. 6, pp. 601-606.
3. Ugol'kov V. N. Methods of Measuring the Phase Shift and Amplitude of Harmonic Signals Using Integral Samples. *Measurement Techniques, USA*, vol. 46, iss. 5, pp. 495-501.
4. Meshkov V. P., Ugol'kov V. N. *Opredelenie parametrov garmonicheskikh signalov po minimumu mgnovennykh otschetov* [Determining parameters of harmonic signals by the minimum of instantaneous samples]. Krasnoyarsk, Izd-vo In-ta fiziki im. L. V. Kirenskogo Akad. nauk SSSR, 1984. 7 p.
5. Ventcel' E. S. *Teoriya veroyatnostej* [Probability theory]. Moscow, Nauka Publ., 1969. 576 p.
6. Levin B. R. *Teoreticheskie osnovy statisticheskoy radiotekhniki* [Theoretical foundations of statistical radio engineering]. Moscow, Radio i svyaz' Publ., 1989. 656 p.
7. Bilinskij I. YA., Mikel'son A. K. *Stokhasticheskaya cifrovaya obrabotka nepreryvnykh signalov* [Stochastic digital processing of continuous signals]. Riga, Zinatne Publ., 1983. 292 p.
8. Zajceva I. N., Ugol'kov V. N. Algoritm opredeleniya chastoty garmonicheskogo signala s ispol'zovaniem stokhasticheskoy diskretizacii [Algorithm for determining frequency of a harmonic signal using stochastic sampling]. *Vestnik Astrahanskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Seriya: Upravlenie, vychislitel'naya tekhnika i informatika*, 2017, no. 4, pp. 54-59.
9. Zajceva I. N. Ocenka pogreshnostej algoritma opredeleniya chastoty garmonicheskogo signala s garmonikami za vremya menee perioda s ispol'zovaniem stokhasticheskoy diskretizacii [Estimation of errors of the algorithm for determining frequency of a harmonic signal with harmonics for a time shorter than a period using stochastic sampling]. *Sovremennaya nauka: aktual'nye problemy teorii i praktiki. Seriya: Estestvennye i tekhnicheskie nauki*, 2017, no. 9, pp. 15-19.

The article submitted to the editors 28.03.2019

#### INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

**Zaitseva Irina Nikolaevna** – Russia, 399770, Yelets; Bunin Yelets State University; Candidate of Pedagogic Sciences; Assistant Professor of the Department of Physics, Radio Engineering and Electronics; irina-zai@yandex.ru.

