МЕХАНИКА

УДК 534.222

Н. Н. Смирнов, Т. Аманбаев

РАЗЛЕТ ПРОДУКТОВ РЕАКЦИИ И ОБРАЗОВАНИЕ ВТОРИЧНЫХ ВОЛН ВНУТРИ ТРУБЫ ПРИ ДЕТОНАЦИИ В СИСТЕМАХ ГАЗ — ПЛЕНКА

Исследование детонации в неперемещенных гетерогенных системах (газообразный окислитель в объеме — пленка жидкого горючего на внутренней поверхности трубы [1—6]) представляет особый интерес, так как ее внутренняя структура существенно отличается от структуры хорошо известной гомогенной детонации. Ввиду того что горючее и окислитель находятся в разных фазах и предварительно не перемешаны, процесс смесеобразования происходит внутри структуры детонационного комплекса [1, 2] за головной ударной волной. В результате теплоотдачи от потока ударносжатого газа горючее испаряется, образуя в пограничном слое у стенок трубы смесь с окислителем. Таким образом, на некотором расстоянии от головной ударной волны в пристеночной области образуется зона возможной детонации F, в которой реализуются условия по концентрационным пределам и критическому диаметру, необходимые для распространения детонации в гомогенных смесях [1]. Зона F имеет форму кольцевого цилиндрического слоя, расположенного вблизи поверхности трубы.

Возникающая в зоне F детонация является основным источником энергии, поддерживающим гетерогенную детонацию: детонационные волны на границе зоны F вырождаются во вторичные ударные волны, догоняющие и подпитывающие головную ударную волну. При теоретическом определении интенсивности вторичных волн использовались либо одномерная плоская [2] аппроксимация, либо двумерная аппроксимация вблизи поверхности трубы [3]. При этом разлет продуктов детонации к оси трубы не рассматривался, течение в ядре потока предполагалось таким же, как и вблизи поверхности. Проводящиеся эксперименты [4—6] также не дают возможность определить структуру течения в ядре потока.

Целью настоящей работы является численное моделирование задачи о разлете продуктов детонации цилиндрического газового слоя внутрь трубы.

При проведении численного моделирования будем предполагать, что зона возможной детонации образовалась вдоль всей внутренней поверхности трубы после прохождения головной ударной волны. При этом в зоне F горючее с окислителем полностью перемешано и представляет собой однородную смесь; смыкание пограничных слоев за головной волной в зоне инициирования детонации еще не произошло; скорость газа в зоне возможной детонации близка к скорости газа в ядре потока, инициирование детонации осуществляется одновременно по всему сечению. При сделанных предположениях процесс образования вторичной волны можно моделировать задачей о разлете продуктов детонации цилиндрического газового слоя (в инертную среду к оси трубы), по которому распространяется устойчивая детонационная волна, сохраняющая плоскую поверхность, нормальную к оси трубы. Пусть дана труба радиуса $R=OB$. Область $OA\leqslant r\leqslant OB$ занята смесью, способной детонировать. Область $r<OA$ заполнена инертной смесью.

Задачу будем решать в подвижной системе координат (x, r, t), перемещающейся со скоростью распространения детонации по цилиндрическому слою детонирующей газовой смеси. Ось x направлена по оси симметрии трубы и ориентирована в сторону, противоположную направлению движения системы координат.

Система координат и расчетная область изображены на рис. 1, *а*. Здесь GC — фронт собственно детонационной волны; $ABCG$ — про-

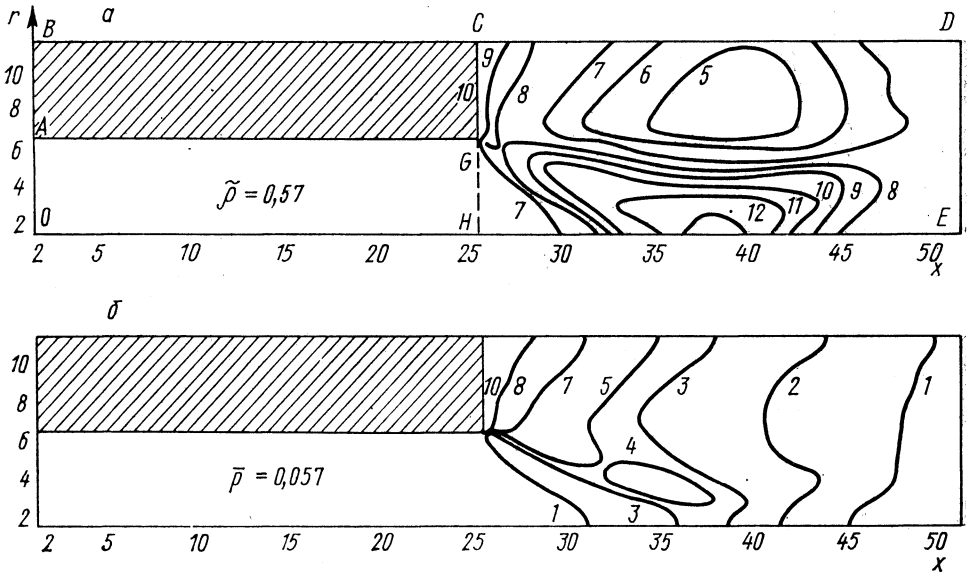


Рис. 1. Поля плотностей (*а*) и давлений (*б*) спустя время $t_1=170$ мкс после начала процесса. Значения параметров на изохорах ($\rho=\rho/\rho_1$) и на изобарах ($p=p/p_1$) равны: 1 — 0,1; 2 — 0,2; 3 — 0,3; 4 — 0,35; 5 — 0,4; 6 — 0,5; 7 — 0,6; 8 — 0,8; 9 — 0,9; 10 — 1,0; 11 — 1,2; 12 — 1,4

дольное сечение цилиндрического детонирующего слоя; OE — ось трубы; BD — стенка трубы.

Уравнения, описывающие двумерное нестационарное течение газа, имеют вид:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\frac{\partial\rho u}{\partial x}+\frac{1}{r^\nu}\frac{\partial\rho r^\nu v}{\partial r}=0,$$

$$\frac{\partial\rho u}{\partial t}+\frac{\partial\rho u^2}{\partial x}+\frac{1}{r^\nu}\frac{\partial\rho r^\nu uv}{\partial r}=-\frac{\partial p}{\partial x},$$

$$\frac{\partial\rho v}{\partial t}+\frac{\partial\rho uv}{\partial x}+\frac{1}{r^\nu}\frac{\partial\rho r^\nu v^2}{\partial r}=-\frac{\partial p}{\partial r},$$

$$\frac{\partial\rho E}{\partial t}+\frac{\partial\rho uE}{\partial x}+\frac{1}{r^\nu}\frac{\partial\rho r^\nu vE}{\partial r}=-\frac{\partial pu}{\partial x}-\frac{1}{r^\nu}\frac{\partial pr^\nu v}{\partial r}.$$

Здесь ρ — плотность газа; u, v — составляющие скорости газа по осям Ox и Or; p — давление; E, e — полная и внутренняя энергии; $\nu=0, 1$ соответственно в плоском и осесимметричном случаях. Предположим, что для продуктов детонации справедливо уравнение состояния политропического газа

$$p=\rho RT, \quad e=c_V T, \quad R,\ c_V=\text{const}, \tag{1}$$

где T — температура газа; R, c_V — газовая постоянная и теплоемкость газа при постоянном объеме.

Начальные условия в области $OBDE \setminus ABCG$ следующие:

$$u=u_0,\ v=0,\ p=p_0,\ \rho=\rho_0.$$

Граничные условия:

1) $x=OH,\ OA<r<OB: u=u_1,\ v=0,\ p=p_1,\ \rho=\rho_1;$

2) $\left.\begin{array}{ll} 0\leqslant x\leqslant OE, & r=0 \\ 0\leqslant x\leqslant OH, & r=OA \\ 0\leqslant x\leqslant OE, & r=OB \end{array}\right\}: v=0$ (условия симметрии или непротекания);

3) $\left.\begin{array}{ll} x=0, & 0\leqslant r\leqslant OA \\ x=OE, & 0\leqslant r\leqslant OB \end{array}\right\}: \dfrac{\partial\rho}{\partial x}=\dfrac{\partial p}{\partial x}=\dfrac{\partial u}{\partial x}=\dfrac{\partial v}{\partial x}=0$ (условия непрерывности).

Индексом «1» в выбранной системе координат обозначены параметры за фронтом детонации. Индекс «0» относится к параметрам невозмущенного газа.

В подвижной системе координат соотношения между параметрами u_0, ρ_0, p_0 и u_1, ρ_1, p_1, получаемые из законов сохранения потоков массы, импульса и энергии при переходе через волну детонации, имеют вид:

$$u_0=D,\ p_1=p_0+\frac{\rho_0 D^2}{\gamma-1}\left(1-\frac{c_0^2}{D^2}\right), \tag{2}$$

$$\frac{1}{\rho_1}=\frac{1}{\rho_0}-\frac{1}{\rho_0(\gamma-1)}\left(1-\frac{c_0^2}{D^2}\right), \tag{3}$$

$$u_1=D\left[1+\frac{1}{\gamma-1}\left(1-\frac{c_0^2}{D^2}\right)\right], \tag{4}$$

где D — скорость детонации, γ — показатель адиабаты, $c_0^2=\gamma p_0/\rho_0$.

Задача решается методом крупных частиц [7, 8]. На первом этапе, аппроксимируя систему уравнений

$$\left\{\begin{array}{l} \dfrac{\partial\rho}{\partial t}=0,\quad \dfrac{\partial\rho u}{\partial t}=-\dfrac{\partial p}{\partial x},\quad \dfrac{\partial\rho v}{\partial t}=-\dfrac{\partial p}{\partial r}, \\ \dfrac{\partial\rho E}{\partial t}=-\dfrac{\partial p u}{\partial x}-\dfrac{\partial p v r^\nu}{\partial r}\cdot\dfrac{1}{r^\nu}, \end{array}\right.$$

имеем:

$$\tilde{u}_{i,j}=u_{i,j}-\frac{p_{i+1/2,j}-p_{i-1/2,j}}{\Delta x}\cdot\frac{\Delta t}{\rho_{i,j}},\quad \tilde{v}_{i,j}=v_{i,j}-\frac{p_{i,j+1/2}-p_{i,j-1/2}}{\Delta r}\,\frac{\Delta t}{\rho_{i,j}},$$

$$\tilde{E}_{i,j}=E_{i,j}-\left[\frac{p_{i+1/2,j}\,u_{i+1/2,j}-p_{i-1/2,j}\,u_{i-1/2,j}}{\Delta x}+\right.$$

$$\left.+\frac{j^\nu p_{i,j+1/2}\,v_{i,j+1/2}-(j-1)^\nu p_{i,j-1/2}\,v_{i,j-1/2}}{(j-1/2)^\nu\Delta r}\right]\frac{\Delta t}{\rho_{i,j}};$$

$$s_{k+1/2,j}=(s_{k,j}+s_{k+1,j})/2,\quad s_{i,l+1/2}=(s_{i,l}+s_{i,l+1})/2,\quad s=(u,v,p),$$

где $k=i-1,\ i$; $l=j-1,\ j$.

На втором этапе определялась плотность в ячейке

$$\rho_{i,j}^H=\rho_{i,j}+(\Pi_{i-1/2,j}-\Pi_{i+1/2,j}+\Pi_{i,j-1/2}-\Pi_{i,j+1/2})/[(j-1)\,\Delta r]^\nu\,\Delta r\Delta x,$$

где П — поток массы через одну из боковых границ ячейки за время Δt:

$$\Pi_{k+1/2,j}=\begin{cases}[(j-1/2)\,\Delta r]^{\nu}\rho_{k,j}\dfrac{\tilde{u}_{k,j}+\tilde{u}_{k+1,j}}{2}\Delta r\Delta t, & \tilde{u}_{k,j}+\tilde{u}_{k+1,j}>0,\\ [(j-1/2)\,\Delta r]^{\nu}\rho_{k+1,j}\dfrac{\tilde{u}_{k,j}+\tilde{u}_{k+1,j}}{2}\Delta r\Delta t, & \tilde{u}_{k,j}+\tilde{u}_{k+1,j}<0;\end{cases}$$

$$\Pi_{i,l+1/2}=\begin{cases}(l\,\Delta r)^{\nu}\rho_{i,l}\dfrac{\tilde{v}_{i,l}+\tilde{v}_{i,l+1}}{2}\Delta x\Delta t, & \tilde{v}_{i,l}+\tilde{v}_{i,l+1}>0,\\ (l\,\Delta r)^{\nu}\rho_{i,l+1}\dfrac{\tilde{v}_{i,l}+\tilde{v}_{i,l+1}}{2}\Delta x\Delta t, & \tilde{v}_{i,l}+\tilde{v}_{i,l+1}<0;\end{cases}$$

$$\Phi^{(\tilde{x})}_{k+1/2,j}=\begin{cases}\tilde{X}_{k,j}\Pi_{k+1/2,j}, & \tilde{u}_{k,j}+\tilde{u}_{k+1,j}>0,\\ \tilde{X}_{k+1,j}\Pi_{k+1/2,j}, & \tilde{u}_{k,j}+\tilde{u}_{k+1,j}<0;\end{cases}$$

$$\Phi^{(\tilde{x})}_{i,l+1/2}=\begin{cases}\tilde{X}_{i,l}\Pi_{i,l+1/2}, & \tilde{v}_{i,l}+\tilde{v}_{i,l+1}>0,\\ \tilde{X}_{i,l+1}\Pi_{i,l+1/2}, & \tilde{v}_{i,l}+\tilde{v}_{i,l+1}<0;\end{cases}$$

где $\tilde{X}=(\tilde{u},\ \tilde{v},\ \tilde{E})$; $k=i-1, i$; $l=j-1, j$.

Скорости u, v и плотность полной энергии E в ячейке определялись по формуле

$$X^{H}_{i,j}=\frac{\rho_{i,j}}{\rho^{H}_{i,j}}\tilde{X}_{i,j}+\frac{\Phi^{(\tilde{x})}_{i+1/2,j}-\Phi^{(\tilde{x})}_{i-1/2,j}+\Phi^{(\tilde{x})}_{i,j+1/2}-\Phi^{(\tilde{x})}_{i,j-1/2}}{\rho^{H}_{i,j}\,[(j-1/2)\Delta r]^{\nu}\,\Delta r\Delta x},$$

где $X^{H}=(u^{H},\ v^{H},\ E^{H})$. Давление p определялось из уравнения состояния (1). При проведении модельных расчетов использовались следующие параметры газа:

$$p_0=0{,}1\ \text{МПа};\quad \rho_0=1{,}3\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3};\quad \gamma=1{,}4;\quad R=287\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}};$$

$$D=2000\ \frac{\text{м}}{\text{с}};\quad c_V=716\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}.$$

Для определения параметров u_1, ρ_1, p_1 использовались соотношения (2)—(4). Размер расчетной ячейки $\Delta r=\Delta x$ равен 0,01 м.

Рассмотренный пример соответствует случаю, когда в трубе радиуса 10 см при атмосферном давлении присутствует цилиндрическая зона возможной детонации толщиной 5 см. Принятое разбиение на ячейки обеспечивает необходимую точность расчетов. Расчеты контрольных вариантов с уменьшенным вдвое линейным размером ячейки показали, что отличие результатов составляет 10%, а время расчетов при этом увеличивается приблизительно в четыре раза.

На рис. 1 и 2 представлены поля плотностей (*а*) и давлений (*б*) при разлете продуктов детонации к оси трубы спустя время $t_1=0{,}17\cdot10^{-3}$ и $t_2=1{,}7\cdot10^{-3}$ с после инициирования детонации. Величины плотностей и давлений отнесены к соответствующим значениям ρ_1 и p_1 за фронтом детонации. Из рисунков видно, что течение в ядре потока существенно неодномерно. Существуют области конечных размеров вблизи оси трубы, плотность и давление газа в которых более чем в два раза превышают плотность и давление за фронтом собственно детонационной волны. Таким образом, интенсивность вторичной удар-

ной волны не ослабляется, а увеличивается при разлете продуктов детонации к оси трубы.

Из рис. 1, *а* видно, что плотность газа при осесимметричном схлопывании вторичных волн у оси трубы возрастает в полтора раза по сравнению с максимальной плотностью позади собственно детонационной волны. Таким образом, вблизи оси образуется зона газа повышенной плотности (область коллапса). При этом регистрируемое взаимодействие вторичных волн для данного расчета происходит спустя время $t_H=0{,}85\cdot10^{-4}$ с с момента возникновения собственно детонационной

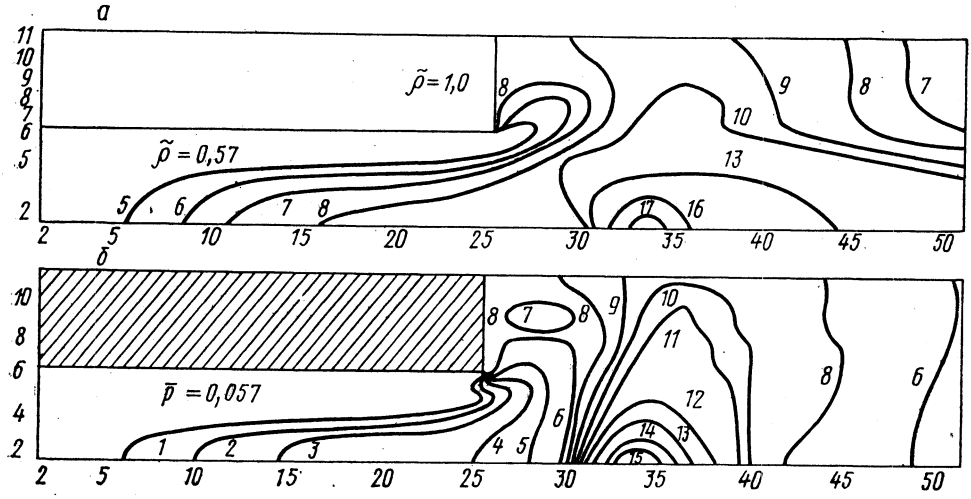


Рис. 2. Поля плотностей (*а*) и давлений (*б*) спустя время $t_2=1700$ мкс после начала процесса. Значения параметров на изохорах ($\tilde{\rho}=\rho/\rho_1$) и на изобарах ($\tilde{p}=p/p_1$) равны: 1 — 0,1; 2 — 0,2; 3 — 0,3; 4 — 0,6; 5 — 0,7; 6 — 0,8; 7 — 0,9; 8 — 1,0; 9 — 1,2; 10 — 1,3; 11 — 1,4; 12 — 1,7; 13 — 2,0; 14 — 2,3; 15 — 2,6; 16 — 3,5; 17 — 4,0

волны. В течение времени $0{,}85\cdot10^{-4}$ с $<t<0{,}3\cdot10^{-3}$ с картина течения качественно совпадает с изображенной на рис. 1 для момента $t_1=0{,}17\cdot10^{-3}$ с (регулярное взаимодействие). При этом давления в зоне коллапса невелики и не превышают половины давления за собственно детонационной волной.

Спустя время $t_*=0{,}3\cdot10^{-3}$ с вблизи оси трубы из зоны коллапса начинает формироваться газокумулятивная струя (нерегулярное взаимодействие). При этом плотность газа в зоне коллапса (рис. 2, *а*) в четыре раза превосходит максимальную плотность в зоне вторичного взрыва, а давление в зоне коллапса в 2,5 раза превосходит давление в собственно детонационной волне. При этих условиях газокумулятивная струя, формирующаяся в ядре потока, обгоняет фронт собственно детонационной волны и может достигнуть головной ударной волны раньше, чем вторичная ударная волна, распространяющаяся по всему сечению трубы. Такая неравномерность воздействия потока на головную ударную волну может привести к образованию изломов на переднем фронте гетерогенной детонации и к возникновению ячеистых и спиновых структур.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Зверев И. Н., Зверев Н. И., Смирнов Н. Н. Детонация в гетерогенных системах газ—пленка//Газовая и волновая динамика. Вып. 3. М., 1979.

2. Зверев Н. И., Смирнов Н. Н. Структура и свойства гетерогенной детонации// //Взаимодействие волн в деформируемых средах. М., 1984.
3. Смирнов Н. Н. Спиновая детонация в двухфазной системе газ—пленка//Вестн. Моск. ун-та. Матем. Механ. 1980. № 2. 81—86.
4. Митрофанов В. В., Пинаев А. В. Спиновая детонация в гетерогенной системе типа газ—пленка//Докл. АН СССР. 1975. **225**, вып. 3. 613—616.
5. Пинаев А. В. Структура детонационных волн и зона реакции в гетерогенной системе газ—пленка//Физ. горения и взрыва. 1977. № 3. 408—415.
6. Пинаев А. В. Измерение давления за фронтом волны детонации в гетерогенной системе типа газ—пленка//Физ. горения и взрыва. 1983. № 1. 105—110.
7. Белоцерковский О. М., Давыдов Ю. М. Метод крупных частиц в газовой динамике. М., 1982.
8. Белоцерковский О. М. Численное моделирование в механике сплошных сред. М., 1984.

Поступила в редакцию
20.09.84

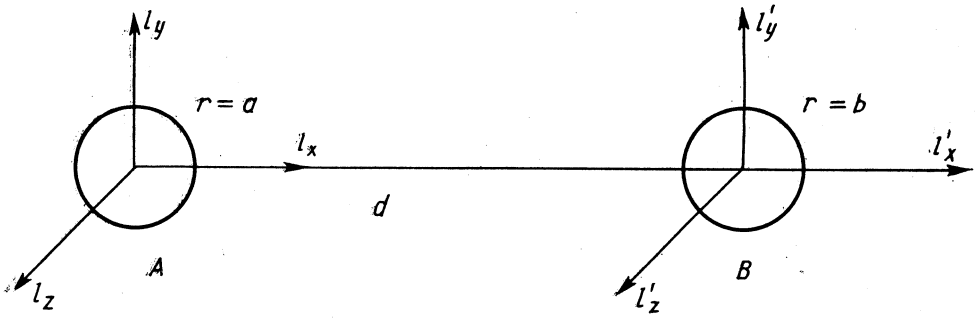
ВЕСТН. МОСК. УН-ТА. СЕР. 1, МАТЕМАТИКА. МЕХАНИКА. 1987. № 1

УДК 532.516

В. А. Авакян, Л. П. Смирнов

СОПРОТИВЛЕНИЕ ДВУХ ЖИДКИХ, ТВЕРДЫХ И ГАЗООБРАЗНЫХ СФЕР В ОДНОРОДНОМ ОСЕСИММЕТРИЧНОМ ПОТОКЕ С УЧЕТОМ ИХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

В настоящей работе формула для силы сопротивления сферической частицы, находящейся в неоднородном потоке вязкой жидкости, применена для учета взаимодействия различных частиц. Для учета взаимодействия двух твердых частиц использовался также метод прямого согласования лэмбовских полей.



Рассмотрим две жидкие капли, находящиеся в однородном потоке вязкой жидкости U (рисунок). Решение уравнений Стокса

$$\mu\Delta\mathbf{v}=\nabla p,\ \nabla\mathbf{v}=0$$

для одной сферы B, находящейся в однородном потоке, имеет вид

$$p^0=-\frac{3}{2}Ub\mu^0\frac{x'}{r'^3},$$

$$\mathbf{U}^0=-\frac{3}{4}Ub\left[\frac{\mathbf{l}'_x}{r'}+\frac{x'\mathbf{r}'}{r'^3}\right]-\frac{1}{4}U\frac{b^3\sigma}{1+\sigma}\left[\frac{\mathbf{l}'_x}{r'^3}-\frac{3x'\mathbf{r}'}{r'^5}\right],\qquad(1)$$

где b — радиус сферы, μ^0 — вязкость внешней жидкости, μ^i — внутренней, $\sigma=\mu^i/\mu^0$.