

Math-Net.Ru

All Russian mathematical portal

G. N. Povarov, Матричные методы анализа релейно-контактных схем по условиям несрабатывания, *Avtomat. i Telemekh.*, 1954, Volume 15, Issue 4, 332–335

Use of the all-Russian mathematical portal Math-Net.Ru implies that you have read and agreed to these terms of use

<http://www.mathnet.ru/eng/agreement>

Download details:

IP: 18.97.9.170

December 12, 2024, 19:38:29



МАТРИЧНЫЕ МЕТОДЫ АНАЛИЗА РЕЛЕЙНО-КОНТАКТНЫХ СХЕМ ПО УСЛОВИЯМ НЕСРАБАТЫВАНИЯ

Г. Н. ПОВАРОВ

(Москва)

В настоящей статье рассматривается применение условий несрабатывания в случае матричных методов анализа релейно-контактных схем.

Обычно при проектировании и исследовании релейно-контактных схем пользуются условиями срабатывания элементов схемы. Однако иногда выгоднее воспользоваться условиями несрабатывания. В некоторых случаях это дает менее громоздкие структурные формулы и упрощает преобразование схем [1—2].

Матричные методы разрабатывались О. Плехлем [3], Б. И. Арановичем [4], А. Г. Лунцем [5] и другими авторами для условий срабатывания. Было показано, что контактный n -полюсник можно описать при помощи квадратной булевой матрицы $A = \|a_{ij}\|$ порядка n , элементом a_{ij} которой служит непосредственная проводимость между полюсами i и j . Тогда полную проводимость между полюсами i и j можно найти, либо вычислив булев минор A_{ji} элемента a_{ji} , либо многократно возводя матрицу A в степень [3—5]. Умножение матриц производится по обычному правилу; что же касается булевых определителей, в частности миноров A_{ji} , то они определяются как сумма произведений элементов, взятых по одному из каждой строки и каждого столбца определителя. На этой основе были предложены методы анализа и синтеза релейно-контактных схем [2—5]*.

При использовании условий несрабатывания структурные формулы схем обладают другой интерпретацией, чем при использовании условий срабатывания. Поэтому в случае условий несрабатывания непосредственное применение указанных матричных методов невозможно.

Однако положение можно исправить, формально видоизменив матричные методы.

Две упомянутые интерпретации связаны друг с другом по закону двойственности [1]. В случае условий срабатывания формула описывает структурную проводимость контактного двухполюсника, в случае условий несрабатывания — его структурное сопротивление. В первом случае переменная x соответствует высказыванию «приемный элемент X сработал» и изображает замыкающий контакт элемента X . Во втором случае переменная x соответствует высказыванию «приемный элемент X спокоен» и изображает размыкающий контакт элемента X . Переменная \bar{x} интерпретируется противоположным образом: при условиях срабатывания соответствует высказыванию «элемент X спокоен» и изображает размыкающий контакт элемента X , а при условиях несрабатывания соответствует высказыванию «элемент X сработал» и изображает замыкающий контакт элемента X . При условиях срабатывания булеву сложению отвечает параллельное соединение контактов, булеву умножению — последовательное. При условиях несрабатывания булеву сложению, наоборот, соответствует последовательное соединение контактов, а булеву умножению — параллельное.

* Вопрос о соотношении матричных и графо-аналитических методов здесь не затрагивается.

Таким образом, функция $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, изображающая условия срабатывания, принимает значение 1, когда двухполюсник образует замкнутую цепь, и принимает значение 0, когда двухполюсник образует разрыв. Аргумент x_i этой функции принимает значение 1, когда элемент X_i сработал, и принимает значение 0, когда элемент X_i спокоен. Функция $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, изображающая условия несрабатывания, принимает значение 1, когда двухполюсник образует разрыв, и принимает значение 0, когда двухполюсник образует замкнутую цепь. Аргумент x_i этой функции принимает значение 1, когда элемент X_i спокоен, и принимает значение 0, когда элемент X_i сработал. Если $f_1(x_1, x_2, \dots, x_n)$ изображает условия срабатывания некоторой схемы, а $f_2(x_1, x_2, \dots, x_n)$ — ее условия несрабатывания, то

$$f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) = \overline{f_2(x_1, x_2, \dots, x_n)}.$$

Мы видим, что для применения матричных методов к условиям несрабатывания надо видоизменить эти методы двойственным образом.

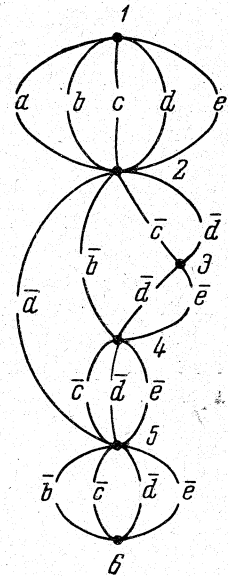
Будем изображать схему при помощи матрицы $B = \|b_{ij}\|$, в которой элемент b_{ij} представляет собой непосредственное структурное сопротивление между полюсами i и j , записанное согласно условиям несрабатывания.*

Под непосредственным сопротивлением между полюсами i и j понимается произведение сопротивлений всех не самопересекающихся путей, идущих из i в j , минуя другие полюсы. Под сопротивлением пути понимается сумма сопротивлений элементов, из которых состоит путь.

В качестве полюсов можно взять все узлы схемы. Тогда b_{ij} будет представлять собой сопротивление ветвей**, соединяющих узлы i и j .

Например, схема на рисунке будет описываться матрицей непосредственных сопротивлений:

0	\overline{abcde}	1	1	1	1
\overline{abcde}	0	cd	b	a	1
1	cd	0	de	1	1
1	b	de	0	cde	1
1	a	1	cde	0	$bcde$
1	1	1	1	$bcde$	0



Нумерация узлов указана на рисунке.

Теперь введем следующие определения:

Сумму всех произведений элементов булевой матрицы $\|p_{ij}\|$, взятых по одному из каждого столбца и каждой строки, будем называть булевым определителем 1-го рода и обозначать обычным символом $|p_{ij}|$.

Произведение всех сумм элементов булевой матрицы $\|p_{ij}\|$, взятых по одному из каждого столбца и каждой строки, будем называть булевым определителем 2-го рода и обозначать символом $\{p_{ij}\}$.

Произведением 1-го рода булевых матриц $\|p_{ij}\|$ и $\|q_{ij}\|$ будем называть матрицу $\|r_{ij}\|$, в которой $r_{ij} = \sum_k p_{ik} q_{kj}$. Произведением 2-го рода

* При наличии в схеме вентильных элементов b_{ji} может отличаться от b_{ij} .

** Здесь употребляется обычный электротехнический термин «ветвь». Предложенный А. Г. Лунцем термин «звено» дублирует этот обычный термин и потому не может быть рекомендован.

булевых матриц $\|p_{ij}\|$ и $\|q_{ij}\|$ будем называть матрицу $\|r_{ij}\|$, в которой $r_{ij} = \prod_k (p_{ik} + q_{kj})$. Умножение 1-го рода будем обозначать обычным символом $\|p_{ij}\| \|q_{ij}\|$, умножение 2-го рода — символом $\|p_{ij}\| \times \|q_{ij}\|$.

Как легко видеть, булевы определители 1-го рода суть обычные булевы определители, а булевы определители 2-го рода — двойственные аналоги этих последних. Булевы определители 2-го рода обладают с точностью до двойственности всеми свойствами булевых определителей 1-го рода, и наоборот.

Так, булевы определители 2-го рода обладают следующими свойствами:

- 1) определитель не изменится от транспонирования (замены строк столбцами);
- 2) определитель не изменится от перестановки строк или перестановки столбцов;
- 3) определитель, у которого хотя бы один ряд (строка или столбец) состоит сплошь из единиц, равен единице;
- 4) определитель, у которого все элементы главной диагонали равны нулю, равен нулю;
- 5) общее слагаемое всех элементов какого-нибудь ряда определителя можно вынести за знак определителя;
- 6) определитель, у которого все элементы какого-нибудь ряда суть произведения двух множителей, равен произведению двух определителей;
- 7) определитель можно разложить в произведение сумм по элементам какого-нибудь ряда (возможно и более общее разложение — двойственный аналог теоремы Лапласа).

Аналогичные замечания справедливы для умножения 1-го и 2-го рода.

Ввиду такой двойственности очевидно, что полное сопротивление между полюсами i и j схемы с матрицей непосредственных сопротивлений $\|b_{ij}\|$ равно минору 2-го рода B_{ji} элемента b_{ji} в этой матрице.

Матрицу полных сопротивлений также можно вычислить, повторно возводя в степень матрицу $\|b_{ij}\|$ посредством умножения второго рода.

Для примера вычислим полное сопротивление между полюсами 1 и 6 схемы на рисунке. Для этого найдем минор B_{61} приведенной выше матрицы:

$$\begin{aligned} & \left\{ \begin{array}{ccccc} \bar{a}\bar{b}\bar{c}\bar{d}\bar{e} & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & cd & b & a & 1 \\ cd & 0 & de & 1 & 1 \\ b & de & 0 & cde & 1 \\ a & 1 & cde & 0 & bcde \end{array} \right\} = \\ & = \bar{a}\bar{b}\bar{c}\bar{d}\bar{e} + \left\{ \begin{array}{cccc} cd & b & a & 1 \\ 0 & de & 1 & 1 \\ de & 0 & cde & 1 \\ 1 & cde & 0 & bcde \end{array} \right\} = \bar{a}\bar{b}\bar{c}\bar{d}\bar{e} + bcde + \left\{ \begin{array}{ccc} cd & b & a \\ 0 & de & 1 \\ de & 0 & cde \end{array} \right\} = \\ & = \bar{a}\bar{b}\bar{c}\bar{d}\bar{e} + bcde + \left(cde + \left\{ \begin{array}{cc} cd & b \\ 0 & de \end{array} \right\} \right) \left(a + \left\{ \begin{array}{cc} 0 & de \\ de & 0 \end{array} \right\} \right) = \\ & = \bar{a}\bar{b}\bar{c}\bar{d}\bar{e} + bcde + [cde + b(cd + de)] a = \\ & = \bar{a}\bar{b}\bar{c}\bar{d}\bar{e} + d[ab(c + e) + (a + b)ce]. \end{aligned}$$

Итак, условия несрабатывания схемы суть

$$\bar{a}\bar{b}\bar{c}\bar{d}\bar{e} + d[ab(c + e) + (a + b)ce].$$

Отсюда можно получить условия срабатывания

$$(a + b + c + d + e) [\bar{d} + (\bar{a} + \bar{b} + \bar{c}e)(\bar{a}\bar{b} + \bar{c} + \bar{e})].$$

Предлагаемое видоизменение понятий булева определителя и произведения булевых матриц даст возможность применять матричные методы анализа (а также синтеза) схем в случае условий несрабатывания, не переходя к условиям срабатывания.

Заметим, что булевы определители 1-го и 2-го рода рассматривались еще З. Кобжиньским [6] под названием «логических определителей». Затем определитель 1-го рода нашел применение в матричных методах синтеза и анализа схем по условиям срабатывания. В настоящей же заметке показывается, как можно применить определители 2-го рода.

Поступила в редакцию
23 апреля 1954 г.

Цитированная литература

1. Гаврилов М. А. Теория релейно-контактных схем. М.—Л., 1950.
2. Гаврилов М. А. Построение релейных схем с мостиковыми соединениями, исходя из условий несрабатывания. Автоматика и телемеханика, т. XIV, № 2, 1953.
3. Plechl O. Zur Ermittlung elektrischer Kontaktschaltungen. Elektrotechnik u. Maschinenbau, Jg. 63, H. 1/2, 1946.
4. Аранович Б. И. Использование матричных методов в вопросах структурного анализа релейно-контактных схем. Автоматика и телемеханика, т. X, № 6, 1949.
5. Лунц А. Г., Алгебраические методы анализа и синтеза контактных схем. Изв. АН СССР, серия матем., т. XVI, № 5, 1952.
6. Kobrzuński Z. La théorie des déterminants logiques. Comptes rendus des séances de la Société des Sciences et des Lettres de Varsovie, cl. III, t. 30, 1938.