В. Е. Трощиев, В. Ф. Юдинцев, В. И. Федянин, Об ускорении сходимости итераций при решении кинетического уравнения,
Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1968, том 8, номер 2, 452–458

https://www.mathnet.ru/zvmmf7208

УДК 518:517.9:533.9

ОБ УСКОРЕНИИ СХОДИМОСТИ ИТЕРАЦИЙ ПРИ РЕШЕНИИ КИНЕТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

В. Е. ТРОЩИЕВ, В. Ф. ЮДИНЦЕВ, В. И. ФЕДЯНИН

(Москва)

§ 1. Постановка задачи

Мы будем рассматривать стационарное кинетическое уравнение для сферически-симметричной геометрии в приближении изотропного рассеяния *):

$$LN(r,\mu)\equiv\frac{\partial}{r^2\partial r}(r^2\mu N)+\frac{\partial}{\partial\mu}\left(\frac{1-\mu^2}{r}N\right)+\sigma(r)N=\frac{\sigma(r)(1+f(r))}{2}n^{(0)}(r)+\frac{Q(r)}{2}. \quad (1.1)$$

Это уравнение решается в прямоугольнике $D=\{0\leqslant r\leqslant R,\ -1=\mu\leqslant+1\}$ с граничным условием

$$N(R,\mu)=0 \quad \text{при } \mu\leqslant 0. \quad (1.2)$$

Здесь $N(r,\mu)$, $n^{(0)}(r)=\int\limits_{-1}^{+1}Nd\mu$ — неизвестные функции, а $\sigma(r)$, $f(r)$ и $Q(r)$ — заданные функции радиуса r.

Более полная постановка задачи приводится в [2].

Отметим для дальнейшего тождества

$$N(0,\mu)\equiv\text{const},\qquad n^{(1)}(0)=\int\limits_{-1}^{+1}N(0,\mu)\mu d\mu=0, \quad (1.3)$$

которые легко получить из (1.1) при $r\to 0$.

Решение задачи (1.1), (1.2) часто осуществляется итерационным путем, т. е. по известному $(\nu-1)$-приближению $\overset{\nu-1}{n}{}^{(0)}(r)$ из уравнения

$$L\overset{\nu}{N}(r,\mu)=\frac{\sigma(1+f)}{2}\overset{\nu-1}{n}{}^{(0)}(r)+\frac{Q(r)}{2}, \quad (1.4)$$

и условия (1.2) находится следующее приближение:

$$\overset{\nu}{N}(r,\mu),\qquad \overset{\nu}{n}{}^{(0)}(r)=\int\limits_{-1}^{+1}\overset{\nu}{N}(r,\mu)\,d\mu. \quad (1.5)$$

В большинстве случаев простые итерации по (1.4), (1.5) сходятся очень медленно и эффективность использования таких методов, как [1], [3] и др., в сильнейшей степени зависит от того, насколько быстро удается завершить итерационный процесс. Применение для ускорения сходимости итераций классического метода [4] зачастую также недостаточно эффективно.

За последние два — три года в решении проблемы ускорения сходимости итерационного процесса (1.4), (1.5) был достигнут существенный прогресс.

Работа [5], в которой был предложен квазидиффузионный метод решения кинетического уравнения, стимулировала развитие нелинейных итерационных схем [1], которые основаны на использовании уравнений квазидиффузии или на близких к квазидиффузии идеях. Нелинейные итерационные схемы могут с успехом применять-

*) Дивергентная форма (1.1) кинетического уравнения для сферически-симметричного случая впервые была предложена А. А. Самарским и В. Я. Гольдиным в 1959 г. Мы использовали кинетическое уравнение в форме (1.1) также в работе [1].

ся при решении однородных и неоднородных задач [5]. В [1] было показано, что нелинейные итерационные схемы могут быть также использованы как метод ускорения сходимости простых итераций.

Для ускорения сходимости итерационных процессов при решении интегральных уравнений в [6] был предложен метод, основанный на определении главной части ошибки, допущенной на простой итерации. Этот метод, называемый методом поправок, получил в дальнейшем широкое применение и обоснование при решении и более общих операторных уравнений.

К кинетическому уравнению идея поправок была применена в [7], а затем в [1] и [8]

В [8] и последующих работах того же автора предложен ряд алгоритмов определения ошибок (*KP*-метод) и получен ряд теоретических результатов по обоснованию этих методов.

Необходимо отметить, что методы [7, 8] линейные и сформулированы применительно к решению только неоднородных задач.

В данной заметке для неоднородных задач мы рассматриваем один нелинейный метод ускорения сходимости итераций (§ 2), который основан на квазидиффузии и не требует, в отличие от [1], согласования разностных схем для кинетического уравнения и уравнений квазидиффузии. В § 3 рассматривается линейный метод ускорения сходимости итераций, по своему типу относящийся к методам, рассмотренным в [8]. Оба метода основаны на идее нахождения главной части ошибки, допущенной на простой итерации, получены исходя из дивергентной формы кинетического уравнения (1.1) и потому обеспечивают точное выполнение интегральных законов сохранения нейтронов в любой счетной ячейке. Уравнения для ошибок (поправок) этих методов рассматривались нами применительно к конечноразностным методам решения кинетического уравнения (1.1).

В дальнейшем нам потребуется система уравнений квазидиффузии [5]

$$\begin{gathered}\frac{d(r^2 n^{(1)}(r))}{r^2 dr} - \sigma(r) f(r) n^{(0)}(r) = Q(r),\\ \frac{d(r^2 D(r) n^{(0)}(r))}{r^2 dr} - \frac{1}{r}(1 - D(r)) n^{(0)}(r) + \sigma(r) n^{(1)}(r) = 0,\end{gathered} \tag{1.6}$$

которую легко получить из (1.1), вычисляя интегралы

$$\int_{-1}^{+1} LN(r,\mu)\,d\mu \quad \text{и} \quad \int_{-1}^{+1} LN(r,\mu)\,\mu\, d\mu.$$

Краевые условия для уравнений (1.6) следуют из (1.2), (1.3):

$$n^{(1)}(0) = 0, \qquad n^{(1)}(R) = C(R)n^{(0)})(R). \tag{1.7}$$

В (1.6), (1.7) приняты обозначения

$$n^{(0)}(r) = \int_{-1}^{+1} N(r,\mu)\,d\mu, \qquad n^{(1)}(r) = \int_{-1}^{+1} N(r,\mu)\,\mu\, d\mu,$$

$$n^{(2)}(r) = \int_{-1}^{+1} N(r,\mu)\,\mu^2 d\mu, \qquad D(r) = n^{(2)}(r)/n^{(0)}(r),$$

$$C(R) = n^{(1)}(R)\ /\ n^{(0)}(R).$$

§ 2. Метод квазидиффузионных поправок

Нелинейный итерационный процесс этого метода состоит в том, что по известному $(\nu - 1)$-приближению $\overset{\nu-1}{n}{}^{(0)}(r)$ ν-приближение $\overset{\nu}{n}{}^{(0)}(r)$ определяется из уравнений

$$
\begin{gathered}
L \overset{\nu-1/2}{N}(r,\mu) = \frac{\sigma(1+f)}{2} \overset{\nu-1}{n}{}^{(0)}(r) + \frac{Q(r)}{2}, \qquad \overset{\nu-1/2}{N}(R,\mu) = 0, \qquad \mu \leqslant 0, \\
\overset{\nu-1/2}{n}{}^{(0)}(r) = \int_{-1}^{+1} \overset{\nu-1/2}{N}(r,\mu)\,d\mu, \qquad \overset{\nu-1/2}{n}{}^{(1)}(r) = \int_{-1}^{+1} \overset{\nu-1/2}{N}(r,\mu)\,\mu\,d\mu, \\
\overset{\nu-1/2}{n}{}^{(2)}(r) = \int_{-1}^{+1} \overset{\nu-1/2}{N}(r,\mu)\,\mu^2 d\mu, \qquad \overset{\nu-1/2}{D}(r) = \overset{\nu-1/2}{n}{}^{(2)}(r) / \overset{\nu-1/2}{n}{}^{(0)}(r), \\
\overset{\nu-1/2}{C}(R) = \overset{\nu-1/2}{n}{}^{(1)}(R) / \overset{\nu-1/2}{n}{}^{(0)}(R)
\end{gathered}
\tag{2.1}
$$

и

$$
\begin{gathered}
\frac{d(r^2 b(r))}{r^2 dr} - \sigma f a(r) = \sigma(1+f)\left(\overset{\nu-1/2}{n}{}^{(0)}(r) - \overset{\nu-1}{n}{}^{(0)}(r)\right), \\
\frac{d(r^2 \overset{\nu-1/2}{D}(r) a(r))}{r^2 dr} - \frac{1}{r}(1 - \overset{\nu-1/2}{D}(r))a(r) + \sigma b(r) = 0, \\
b(0) = 0, \qquad b(R) = \overset{\nu-1/2}{C}(R) a(R), \\
\overset{\nu}{n}{}^{(0)}(r) = \overset{\nu-1/2}{n}{}^{(0)}(r) + a(r), \qquad \overset{\nu}{n}{}^{(1)}(r) = \overset{\nu-1/2}{n}{}^{(1)}(r) + b(r).
\end{gathered}
\tag{2.2}
$$

Здесь (2.1) представляет собой простую итерацию типа ((1.4), (1.5), где мы лишь сменили нумерацию последовательных приближений. На этом же этапе вычислений определяются коэффициенты квазидиффузии $D(r)$ и $C(R)$, которые затем используются в (2.2) при определении поправок $a(r)$ и $b(r)$.

Уравнения для поправок $a(r)$ и $b(r)$ получены следующим образом.

Интегрируя (2.1) по μ с весами 1 и μ от $\mu = -1$ до $\mu = +1$, мы получим

$$
\begin{gathered}
\frac{d(r^2 \overset{\nu-1/2}{n}{}^{(1)})}{r^2 dr} + \sigma \overset{\nu-1/2}{n}{}^{(0)} = \sigma(1+f) \overset{\nu-1}{n}{}^{(0)} + Q(r); \\
\frac{d(r^2 \overset{\nu-1/2}{D} \overset{\nu-1/2}{n}{}^{(0)})}{r^2 dr} - \frac{1}{r}(1 - \overset{\nu-1/2}{D}) \overset{\nu-1/2}{n}{}^{(0)} + \sigma \overset{\nu-1/2}{n}{}^{(1)} = 0.
\end{gathered}
\tag{2.3}
$$

Краевые условия

$$
\overset{\nu-1/2}{n}{}^{(1)}(0) = 0, \qquad \overset{\nu-1/2}{n}{}^{(1)}(R) = \overset{\nu-1/2}{C}(R) \overset{\nu-1/2}{n}{}^{(0)}(R). \tag{2.4}
$$

Полагая приближенно в (1.6), (1.7)

$$
D(r) = \overset{\nu-1/2}{D}(r), \qquad C(R) = \overset{\nu-1/2}{C}(R)
$$

и вычитая из (1.6), (1.7), соответственно, (2.3), (2.4), мы получим уравнения (2.2) для поправок:

$$
a(r) = \overset{\nu}{n}{}^{(0)}(r) - \overset{\nu-1/2}{n}{}^{(0)}(r), \qquad b(r) = \overset{\nu}{n}{}^{(1)}(r) - \overset{\nu-1/2}{n}{}^{(1)}(r).
$$

На практике итерационный процесс (2.1), (2.2) применяется в конечноразностной форме на некоторой сетке по переменным r и μ:

$$
\begin{gathered}
0 = r_0 < r_1 < \ldots < r_p < \ldots < r_{\hat{p}} = R, \\
-1 = \mu_0 < \mu_1 < \ldots < \mu_q < \ldots < \mu_{\hat{q}} = +1.
\end{gathered}
$$

В этом случае уравнения (2.2) аппроксимируются системой алгебраических уравнений, вид которой существенно зависит от применяемого разностного метода.

Приведем эту систему для S_n-метода [3]:

$$
\begin{aligned}
&\frac{r_p^2 b_p - r_{p-1}^2 b_{p-1}}{\Delta v_p} - \sigma_{p-1/2} f_{p-1/2}\, {}^1/_2 (a_p + a_{p-1}) = \\
&\qquad = \sigma_{p-1/2}(1 + f_{p-1/2})\, {}^1/_2 \left(\overset{\nu-1/2}{n}{}_p^{(0)} + \overset{\nu-1/2}{n}{}_{p-1}^{(0)} - \overset{\nu-1}{n}{}^{(0)}_p - \overset{\nu-1}{n}{}^{(0)}_{p-1} \right), \\
&\frac{r_p^2 \overset{\nu-1/2}{D}{}_p^{(1)} a_p - r_{p-1}^2 \overset{\nu-1/2}{D}{}_{p-1}^{(1)} a_{p-1}}{\Delta v_p} - \frac{1}{2}\left[\left(1 - \overset{\nu-1/2}{D}{}_p^{(2)}\right) \frac{\Delta r_p r_p^-}{\Delta v_p} a_p + \right. \qquad (2.5) \\
&\qquad \left. + \left(1 - \overset{\nu-1/2}{D}{}_{p-1}^{(2)}\right) \frac{\Delta r_p r_{p-1}^+}{\Delta v_p} a_{p-1}\right] + \sigma_{p-1/2}\, {}^1/_2 (b_p + b_{p-1}) = 0, \\
&b_0 = 0, \qquad b_{\hat p} = \overset{\nu-1/2}{C}{}_{\hat p}\, a_{\hat p},
\end{aligned}
$$

где

$$\Delta r_p = r_p - r_{p-1}, \qquad \Delta v_p = {}^1/_3 (r_p^3 - r_{p-1}^3),$$

$$r_{p-1}^+ = {}^1/_3 (2r_{p-1} + r_p), \qquad r_p^- = {}^1/_3 (r_{p-1} + 2r_p).$$

Необходимо указать квадратурные формулы для вычисления коэффициентов квазидиффузии $\overset{\nu-1/2}{D_p}$ и $\overset{\nu-1/2}{C_{\hat p}}$. Эти формулы, вообще говоря, могут быть любыми. Например, для S_n-метода наиболее естественно брать

$$
\begin{aligned}
\overset{\nu-1/2}{D}{}_p^{(1)} &= \sum_{q=1}^{\hat q} {}^1/_2\, \mu_{q-1/2} \left(\mu_{q-1}^+ \overset{\nu-1/2}{N}{}_{p,\,q-1} + \mu_q^- \overset{\nu-1/2}{N}{}_{p,\,q} \right) \Delta\mu_q / \overset{\nu-1/2}{n}{}_p^{(0)}, \\
\overset{\nu-1/2}{D}{}_p^{(2)} &= \sum_{q=1}^{\hat q} {}^1/_2 \left(\mu_q^2 \overset{\nu-1/2}{N}{}_{p,\,q-1} + \mu_{q-1}^2 \overset{\nu-1/2}{N}{}_{p,\,q} \right) \Delta\mu_q / \overset{\nu-1/2}{n}{}_p^{(0)}, \\
\overset{\nu-1/2}{C}{}_{\hat p} &= \sum_{q=1}^{\hat q} {}^1/_2 \left(\mu_{q-1}^+ \overset{\nu-1/2}{N}{}_{\hat p,\,q-1} + \mu_q^- \overset{\nu-1/2}{N}{}_{\hat p,\,q} \right) \Delta\mu_q / \overset{\nu-1/2}{n}{}_{\hat p}^{(0)}, \\
\overset{\nu-1/2}{n}{}_p^{(0)} &= \sum_{q=1}^{\hat q} {}^1/_2 (N_{p,\,q-1} + N_{p,\,q})\, \Delta\mu_q,
\end{aligned}
$$

где $\Delta\mu_q = \mu_q - \mu_{q-1}$, $\mu_{q-1/2} = {}^1/_2(\mu_{q-1} + \mu_q)$, $\mu_{q-1}^+ = {}^1/_3(2\mu_{q-1} + \mu_q)$, $\mu_q^- = {}^1/_3(\mu_{q-1} + 2\mu_q)$.

Если из двух коэффициентов квазидиффузии $D_p^{(1)}$, $D_p^{(2)}$ пользоваться одним, то предпочтительнее $D_p^{(1)}$, так как он входит под знак дифференцирования.

Алгебраическая система разностных уравнений (2.5) решается методом прогонки.

§ 3. Метод двух постоянных поправок

В этом методе итерационный процесс задается формулами

$$
\begin{aligned}
&L \overset{\nu-1/2}{N}(r, \mu) = \frac{\sigma(1+f)}{2} \overset{\nu-1}{n}{}^{(0)}(r) + \frac{Q(r)}{2}, \qquad \overset{\nu-1/2}{N}(R, \mu) = 0, \qquad \mu \leqslant 0, \qquad (3.1) \\
&\overset{\nu-1/2}{n}{}^{(0)}(r) = \int_{-1}^{+1} \overset{\nu-1/2}{N}(r, \mu)\, d\mu
\end{aligned}
$$

и

$$\overset{\nu}{N}(r,\mu)=\overset{\nu-1/2}{N}(r,\mu)+\begin{cases}a(r), & -1\leqslant\mu<0,\\ 1/2\,(a(r)+b(r)), & \mu=0,\\ b(r), & 0\leqslant\mu\leqslant+1;\end{cases}\tag{3.2}$$

$$\overset{\nu}{n}{}^{(0)}(r)=\overset{\nu-1/2}{n}{}^{(0)}(r)+a(r)+b(r).$$

Формулы (3.1) этого процесса представляют собой простую итерацию типа (1.4), (1.5).

Чтобы выполнить (3.2), необходимо получить уравнения для определения поправок $a(r)$ и $b(r)$. Для этого подставим (3.2) в (1.1) и вычислим $\int\limits_{-1}^{0} LNd\mu$ и $\int\limits_{0}^{+1} LNd\mu$:

$$\begin{gathered}\int\limits_{-1}^{0} L\overset{\nu}{N}d\mu\equiv\frac{d}{r^2dr}\Big[r^2\Big(\overset{\nu-1/2}{n}{}^{(-1)}-{}^1\!/_2 a\Big)\Big]+\frac{1}{r}\Big(\overset{\nu-1/2}{N}(r,0)+{}^1\!/_2(a+b)\Big)+\\ +\sigma\Big(\overset{\nu-1/2}{n}{}^{(-0)}+a\Big)=\frac{\sigma(1+f)}{2}\Big(\overset{\nu-1/2}{n}{}^{(0)}+a+b\Big)+\frac{Q}{2},\\ \int\limits_{0}^{1} L\overset{\nu}{N}d\mu\equiv\frac{d}{r^2dr}\Big[r^2\Big(\overset{\nu-1/2}{n}{}^{(+1)}+{}^1\!/_2 b\Big)\Big]-\frac{1}{r}\Big(\overset{\nu-1/2}{N}(r,0)+{}^1\!/_2(a+b)\Big)+\\ +\sigma\Big(\overset{\nu-1/2}{n}{}^{(+0)}+b\Big)=\frac{\sigma(1+f)}{2}\Big(\overset{\nu-1/2}{n}{}^{(0)}+a+b\Big)+\frac{Q}{2},\end{gathered}\tag{3.3}$$

где

$$n^{(-0)}(r)=\int\limits_{-1}^{0}N(r,\mu)\,d\mu,\qquad n^{(+0)}(r)=\int\limits_{0}^{1}N(r,\mu)\,d\mu,$$

$$n^{(-1)}(r)=\int\limits_{-1}^{0}\mu N(r,\mu)\,d\mu,\qquad n^{(+1)}(r)=\int\limits_{0}^{1}\mu N(r,\mu)\,d\mu.$$

Если вычислить (см. (3.1)) интегралы $\int\limits_{-1}^{0} L\overset{\nu-1/2}{N}d\mu$, $\int\limits_{0}^{+1} L\overset{\nu-1/2}{N}d\mu$ и вычесть их, соответственно, из (3.3), то мы получим уравнения для $a(r)$ и $b(r)$:

$$-\frac{d}{r^2dr}\left(r^2\frac{a}{2}\right)+\frac{1}{r}\frac{a+b}{2}+\frac{\sigma(1-f)}{2}a-\frac{\sigma(1+f)}{2}b=\frac{\sigma(1+f)}{2}\Big(\overset{\nu-1/2}{n}{}^{(0)}-\overset{\nu-1}{n}{}^{(0)}\Big)\tag{3.4}$$

$$\frac{d}{r^2dr}\left(r^2\frac{b}{2}\right)-\frac{1}{r}\frac{a+b}{2}-\frac{\sigma(1+f)}{2}a+\frac{\sigma(1-f)}{2}b=\frac{\sigma(1+f)}{2}\Big(\overset{\nu-1/2}{n}{}^{(0)}-\overset{\nu-1}{n}{}^{(0)}\Big).\tag{3.5}$$

Краевые условия следуют из (1.2), (1.3):

$$a(R)=0,\qquad a(0)=b(0).$$

Система дифференциальных уравнений (3.4) при применении конечноразностных методов заменяется системой алгебраических уравнений. Последняя решается методом прогонки.

З а м е ч а н и е. Некоторые линейные методы ускорения сходимости итераций могут быть формально получены из метода квазидиффузионных поправок. Например:

1) если в (2.5) положить

$$\overset{\nu-1/2}{D}{}^{(1)}(r) \equiv 1/4, \qquad \overset{\nu-1/2}{D}{}^{(2)}(r) \equiv 1/2 \ \text{и} \ \overset{\nu-1/2}{C}(R) \equiv 1/2,$$

то мы получим для поправок систему уравнений, эквивалентную (3.4), (3.5);
2) если в (2.5) положить

$$\overset{\nu-1/2}{D}{}^{(1)}_{p} = \overset{\nu-1/2}{D}{}^{(2)}_{p} \equiv 1/3, \qquad \overset{\nu-1/2}{C}(R) \equiv 1/2,$$

то мы получим уравнения для поправок по методу сферических гармоник в P_1-приближении [8].

§ 4. Численные примеры

Рассмотренные методы ускорения сходимости итераций применялись при решении конечноразностными методами стационарных и нестационарных кинетических уравнений.

Опыт использования этих методов показал их высокую практическую эффективность.

Приведем результаты численного решения стационарного кинетического уравнения для однородной сферы с параметрами

$$R = 1.5, \quad \sigma(r) \equiv 1, \quad 1 + f(r) \equiv 1.5, \quad Q(r) \equiv 1.$$

В задаче бралось 12 равных интервалов по μ и 13 интервалов по r:

$$\begin{array}{llll}
r_0 = 0.0, & r_4 = 0.60, & r_8 = 1.20, & r_{12} = 1.483846, \\
r_1 = 0.15, & r_5 = 0.75, & r_9 = 1.332572, & r_{13} = 1.5. \\
r_2 = 0.30, & r_6 = 0.90, & r_{10} = 1.41069, & \\
r_3 = 0.45 & r_7 = 1.05, & r_{11} = 1.456722 &
\end{array}$$

Решение кинетического уравнения было выполнено по S_h-методу Карлсона [3] применением рассмотренных выше методов ускорения сходимости итераций. Начальное приближение $\overset{0}{n}{}^{(0)}(r) \equiv 0$.

В табл. 1 приведены результаты отдельных итераций для $p = 0, 5, 13$, полное число нейтронов, находящихся в сфере,

$$A = \sum_{p=1}^{13} 1/2 (\overset{(0)}{n}_{p-1} + \overset{(0)}{n}_p) \Delta v_p.$$

Таблица 1

Метод \ Тип итераций	p	r	1-я итерация	5-я итерация	10-я итерация	Окончательное значение
Простая итерация	0	0.00	0.7776094	4.148844	7.773953	19.28677
	5	0.75	0.7222963	3.515687	6.333756	15.20773
	13	1.50	0.340858	1.247024	2.061425	4.601305
	A		0.6629875	2.862553	4.969638	11.57543
Две постоянные поправки	0	0.00	19.14669	19.26690	19.28669	19.28677
	5	0.75	15.43437	15.19674	15.20769	15.20773
	13	1.50	6.484884	4.605208	4.601305	4.601305
	A		12.49982	11.57234	11.57543	11.57543
Квазидиффузионные поправки	0	0.00	11.51416	19.13885	19.28588	19.28677
	5	0.75	9.838459	15.11831	15.20722	15.20773
	13	1.50	3.899045	4.588547	4.601231	4.601305
	A		8.34384	11.52436	11.57516	11.57543

Таблица 2

ν / S	0	1	2	3	4	5	6	7
Простая итерация	1.092	1.075	1.067	1.062	1.060	1.059	1.058	1.057
Постоянные поправки	8.2	2.5	13.9	1.3	81.3	0.2	8.9	1.5
Квазидиффузионные поправки	4.11	2.59	2.85	2.89	2.87	2.85	2.83	2.82

Окончательные значения тех же величин даны с точностью до единицы в седьмой значащей цифре.

В табл. 2 для полного числа нейтронов A даны коэффициенты сходимости итераций $\overset{\nu}{S} = \delta \overset{\nu}{A} / \delta \overset{\nu+1}{A}$, где $\delta \overset{\nu}{A} = |\overset{\nu+1}{A} - \overset{\nu}{A}|$.

В заключение мы выражаем благодарность А. А. Самарскому и В. Я. Гольдину за обсуждения и полезные замечания.

Поступила в редакцию 9.11.1966
Переработанный вариант 17.07.1967

Цитированная литература

1. В. Е. Трощиев. Решение кинетического уравнения и уравнений квазидиффузии по согласованным разностным схемам. В сб. «Численные методы решения задач матем. физ.». М., «Наука», 1966, 177—185.
2. Г. И. Марчук. Методы расчета ядерных реакторов. М., Атомиздат, 1961.
3. Б. Карлсон, Дж. Белл. Решение транспортного уравнения S_h-методом. В сб. «Физ. ядерных реакторов». М., Атомиздат, 1959, 408—432.
4. Д. К. Фаддеев, В. Н. Фаддеева. Вычислительные методы линейной алгебры. М., Физматгиз, 1960.
5. В. Я. Гольдин. Квазидиффузионный метод решения кинетического уравнения. Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1964, 4, № 6, 1078—1087.
6. E. Schmidt. Auflösung der allgemeiner linearen Integralgleichung. Math. Ann., 1907, 64, 161—174.
7. В. Н. Морозов. О решении кинетических уравнений с помощью S_h-метода. В сб. «Теория и методы расчета ядерных реакторов». М., Атомиздат, 1962, 91—117.
8. В. И. Лебедев. О KP-методе ускорения сходимости итераций при решении кинетического уравнения. В сб. «Численные методы решения задач матем. физ.». М., «Наука», 1966, 154—176.