



Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

В. С. Воробьев, А. Л. Хомкин, К термодинамике кулоновских систем,
ТВТ, 1976, том 14, выпуск 1, 204–207

<https://www.mathnet.ru/tvt9247>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<https://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.97.14.83

18 мая 2025 г., 21:59:35



подключались к электростатическому цилиндрическому зонду, находящемуся внутри плазмы примерно на половине радиуса разрядной трубки. Шаг этих витков был равен 42 см. Это значение близко шагу винтовой неустойчивости для данных параметров разряда [2].

Колебания принимались электростатическим зондом, причем по виткам проходила только переменная составляющая ионного тока в цепи зонда, которая предварительно выделялась из общего зондового тока с помощью LC-фильтра. Эта переменная составляющая I измерялась по падению напряжения на известном сопротивлении R_B ламповым вольтметром и ее величина регулировалась переменным сопротивлением R_{II} . Амплитуда колебаний напряжения со стеночного зонда, находящегося под плавающим потенциалом, измерялась в относительных единицах с помощью осциллографа.

В результате внешнего воздействия, осуществляемого описанным выше способом, во всем диапазоне давлений появление винтовой неустойчивости задерживается до полей, на десятки гаусс превышающих критические в отсутствие воздействия. На рис. 1 приведена зависимость амплитуды винтовых колебаний в плазме газового разряда от величины индукции магнитного поля при $I = 1,5 \cdot 10^{-4}$ а, и для сравнения без внешнего воздействия.

Таким образом, граница появления винтовых колебаний смещается при малом внешнем воздействии, когда значения тока I не превышают 10^{-4} а. В нашем эксперименте значения I можно было уменьшить включением регулируемого сопротивления R_{II} . С увеличением R_{II} влияние внешнего воздействия уменьшалось и, наконец, исчезало совсем, как это видно по достижению насыщения на графиках рис. 2.

Природа обнаруженного явления заметного воздействия на винтовую неустойчивость весьма малым возмущением тока неясна. Наши эксперименты проводились как в сторону увеличения магнитного поля, так и в сторону его уменьшения. Это связано с тем, что нами наблюдалось явление гистерезиса, ранее замеченное авторами [3], которое заключается в том, что граница появления винтовых колебаний при увеличении магнитного поля превышает значения границы их исчезновения с уменьшением B . Этот разброс значений критического магнитного поля находился в узкой полосе, не превышающей 30 гс.

В [4] явление гистерезиса объяснялось тем, что винтовое возмущение тока разряда создает дополнительное магнитное поле, совпадающее по направлению с внешним. Поэтому при уменьшении внешнего поля срыв колебаний может происходить при значении его индукции меньшем $B_{кр}$.

Однако указанный эффект слишком мал, так как дополнительное магнитное поле, создаваемое спиральным возмущением плазмы, не превышает $5 \cdot 10^{-2}$ гс. Возмущение магнитного поля током, протекающим по винтовым проводам, в нашем эксперименте порядка $3 \cdot 10^{-4}$ гс.

Азербайджанский государственный университет

Поступило в редакцию
29 I 1975

ЛИТЕРАТУРА

1. В. В. Арсенин. Теплофизика высоких температур, 8, 4, 899, 1970.
2. G. A. Paylikas, R. V. Pyle. Phys. Fluids, 5, 3, 348, 1962.
3. А. А. Зайцев, Б. Н. Швакин. Радиотехника и электроника, 10, 951, 1965.
4. O. Holter, R. Jonson. Phys. Fluids, 8, 233, 1965.

УДК 533.95

К ТЕРМОДИНАМИКЕ КУЛОНОВСКИХ СИСТЕМ

В. С. Воробьев, А. Л. Хомкин

За последние годы значительно возрос интерес к теоретическому и экспериментальному исследованию систем с сильным межчастичным кулоновским взаимодействием [1-6].

В [3] исследовались термодинамические свойства плазмы Cs в ударно-волновых экспериментах. Полученные результаты удовлетворительно согласуются с термодинамикой плазмы, построенной в большом каноническом ансамбле, так называемая дебаевская теория в большом каноническом ансамбле (БД).

В недавних работах [4-6], где проводились численные расчеты термодинамических свойств классических кулоновских систем, такого сопоставления не проводилось.

В этой работе для указанных выше классических кулоновских систем рассчитаны соответствующие термодинамические функции в приближении БД. Показано, что в широкой области параметров они удовлетворительно описываются в рамках БД-теории, обсуждается вопрос об ионизационном равновесии зарядов в плазме.

1. Для характеристики кулоновских систем весьма важно понятие радиуса корреляции между зарядами r_k . Если известна внутренняя энергия системы $U_{вн}$, то его можно оценить из соотношения $\beta U_{вн}/n_s = \beta e^2/2r_k$, где β — обратная температура, n — концентрация зарядов. В разреженной ионизованной системе внутренняя энергия равна дебаевской и $r_k = r_D = (\sqrt{4\pi\beta e^2(n_e + n_i)})^{-1}$, причем $r_D \gg r_{ср}$ ($r_{ср} = (n_e + n_i)^{-1/2}$). В этом случае малым параметром является $\alpha = \beta e^2/r_D \sim (r_{ср}/r_D)^2$. С повышением плотности дебаевский радиус уменьшается и возможны условия, когда $r_k < r_{ср}$. В этих условиях система с большой вероятностью разбивается на пары разноименно сблизившихся зарядов. Значение r_k при этом определяется наименьшим расстоянием, на которое могут сблизиться разноименные заряды в данной кулоновской системе

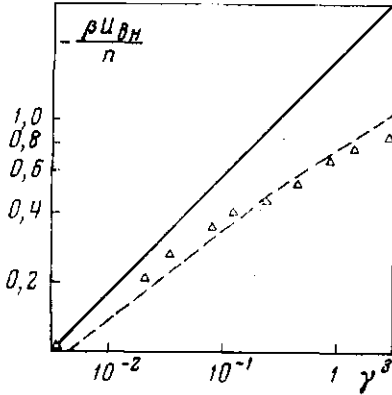


Рис. 1

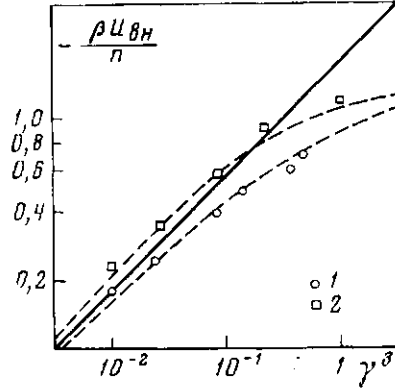


Рис. 2

(в системе заряженных твердых сфер это радиус сферы, в плазме минимальное расстояние определяется квантовыми эффектами и близко к размеру атома). Для взаимодействия в такой системе характерно сильное кулоновское притяжение между частицами пары e^2/r_k и сравнительно слабое взаимодействие между парами $e^2 r_k^2/r_{ср}^3$ (их отношение $\sim r_k^3/r_{ср}^3$). Если энергия последнего мала по сравнению с тепловой, т. е. $\beta e^2 r_k^2/r_{ср}^3 \ll 1$, то пары движутся в первом приближении как частицы идеального газа. Малым параметром в этом случае будет

$$\alpha' = \gamma r_k^3/r_{ср}^3 \quad (\gamma = \beta e^2/r_{ср})$$

На рис. 1 приводится зависимость $\beta U_{вн}/n$ от параметра γ^3 для модели твердых заряженных сфер, построенная по данным [4, 5] для $\epsilon = \beta e^2/a = 1,74$ (треугольники), где a — диаметр твердой сферы. На рис. 2 приводятся аналогичные зависимости из [6] для модели, в которой одноименные заряды взаимодействуют по кулону при всех r , а разноименные лишь до $r \geq a$, при $r < a$ он равен $-e^2/a$ (точки 1 — $\epsilon = 2$; 2 — $\epsilon = 4$). Прямая линия на этих рисунках соответствует дебаевской зависимости

$$\beta U_{вн}/n = 3^{-1} \pi^{1/2} \gamma^{3/2}$$

На рис. 3 по этим данным построены зависимости $r_k/r_{ср}$ от параметра γ^3 . Кривая 1 — твердые сферы $\epsilon = 1,74$; 2 — потенциал «с полочкой» $\epsilon = 2$; 3 — $\epsilon = 4$. На этом же рисунке нанесены линии, соответствующие условию $\alpha' = 1$ (кривая а); 0,5 (кривая б), определяющие область сильного взаимодействия пар. Линия с определяет область сильного взаимодействия заряд — пара.

Область I на рис. 3 соответствует сильной ионизации $r_k = r_D > r_{ср}$. В области II можно говорить об ассоциации частиц различных сортов в пары, представляющие собой идеальный газ $r_k < r_{ср}$. В области III уже существенно взаимодействие между парами.

Отношение $r_k/r_{ср}$ в зависимости от γ^3 первоначально спадает с ростом плотности, затем, когда r_k становится порядка минимального расстояния между частицами пары, спад прекращается и начинается монотонный его рост, связанный с уменьшением $r_{ср}$. Область существования пар больше для больших ϵ , поскольку последним соответствуют пары меньших размеров. Из рис. 3 видно, что для потенциала «с полочкой» при $\epsilon = 4$ представление о парах справедливо вплоть до $\gamma^3 \sim 1$. Для модели твердых сфер с $\epsilon = 1,74$ эта область, естественно, несколько уже и здесь при $\gamma^3 \sim 1$ становится важным взаимодействие пара — пара.

Приведенный выше анализ позволяет предположить, что в области параметров $10^{-2} < \gamma^3 < 1$ рассматриваемые результаты могут быть описаны в рамках теории, учитывающей ассоциацию частиц в пары. Такой теорией является БД-теория, последовательно изложенная, например, в [7].

2. Выпишем в рамках БД-теории необходимые соотношения. Концентрацию электронов можно записать в виде [7]

$$n_e = z_a + z_e \frac{\alpha}{2} \frac{1}{1 + \alpha/\varepsilon} + \frac{1}{2} \sum_{a,b=e,i} z_a z_b B_{a,b} \quad (1)$$

$$B_{a,b} = \int dR (e^{-\beta e_a e_b / R} - 1 + \beta e_a e_b / R - (\beta e_a e_b)^2 / 2R^2) \quad (2)$$

— регуляризованный второй вириальный коэффициент. Применительно к модели твердых сфер формулу (2) можно переписать в виде

$$\frac{n_e}{z_e} = 1 + \frac{\alpha}{2} \frac{1}{1 + \alpha/\varepsilon} + \frac{\alpha^2}{2} \int_0^e \frac{dy}{y^4} (e^y + e^{-y} - 2 - y^2), \quad (3)$$

где $y = \beta e^2 / R$.

Выражение для внутренней энергии будет иметь вид

$$-\frac{\beta U_{\text{вн}}}{z_e} = \frac{\alpha}{2} \frac{1}{1 + \alpha/\varepsilon} + \frac{\alpha^2}{4} \int_0^e \frac{dy}{y^3} (e^y - e^{-y} - 2y). \quad (4)$$

Для потенциала «с полочкой» к формуле (3) следует добавить член $(\alpha^2/6e^3)(e^e + e^{-e} - 2 - e^2)$, а к (4) — $(\alpha^2/12e^2)(e^e - e^{-e} - 2e)$.

Построенные таким образом зависимости $\beta U_{\text{вн}}/n$ нанесены на рис. 1 и 2 пунктиром. Как

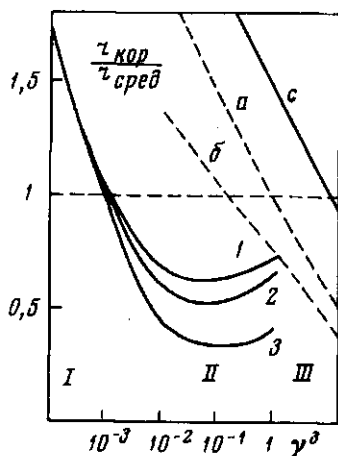


Рис. 3

видно, БД-теория хорошо описывает данные численных расчетов в широкой области параметров γ^3 .

3. Авторами работы [6] показано, что при определенных условиях реальную кулоновскую плазму можно рассматривать как систему, состоящую из идеального газа атомов (учитывается конечное число связанных состояний) и заряженной подсистемы, взаимодействие в которой описывается так называемым потенциалом «с полочкой» для разнородных зарядов и кулоновским для одноименных. Проведенный анализ результатов [6] позволяет сделать вывод, что с ростом неидеальности в заряженной подсистеме, т. е. при $10^{-2} \leq \gamma_{\text{зар}}^3 < 1$ она может быть описана в рамках теории, которая разумно учитывает ассоциацию частиц в пары. Это обстоятельство, на наш взгляд, и определило хорошее согласие БД-теории с результатами [4–6] и экспериментами в Cs [3]. Однако в связи с этим проблема ионизационного равновесия в плазме, т. е. границы разделения зарядов на свободные и связанные, требует дальнейшего исследования, так как неясно, какой вклад, например, в электропроводность вносят ассоциированные электроны и ионы заряженной подсистемы.

Вопрос об ионизационном равновесии в рамках БД-теории обсуждается в работах [8, 9]. В уравнении ионизационного равновесия, предложенном в [8], атомы — это связанные состояния с энергиями связи до $-kT$, все остальные состояния — свободные.

Однако сами авторы [8] отмечают условность такого способа деления, поскольку он не связан с анализом вклада электронов различных энергий, например, в электропроводность. Здесь главная трудность связана с определением «уровня протекания», а также с расходимостью плотности состояний электрона при малых энергиях, которая имеет место в рамках БД-теории [9].

Институт высоких температур
Академии наук СССР

Поступило в редакцию
4 II 1975.

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. Э. Норман, А. Н. Старостин. Теплофизика высоких температур, 8, 413, 1970.
2. И. Т. Якубов. В сб. Химия плазмы. Атомиздат, 1974.
3. В. Н. Ломакин, В. Е. Форгов. Ж. эксперим. и теор. физ., 63, 72, 1972.
4. П. Н. Воронцов-Вельяминов, А. М. Ельашевич, Л. А. Морзенштерн, В. Н. Часовских. Теплофизика высоких температур, 8, № 2, 1970.

5. В. П. Часовских, П. Н. Воронцов-Вельяминов, А. М. Ельяшевич, А. Н. Нуруллаев
Докл. АН ТаджССР, 16, 26, 1973.
6. Б. В. Зеленер, Г. Э. Норман, В. С. Филинов. Теплофизика высоких температур, 10,
1160, 1972.
7. G. Bartsh, W. Ebeling. Plasmaphys., 11, № 5, 1971.
8. W. Ebeling, B. Sändig. Ann. der Phys., 7, 289, 1973.
9. В. С. Воробьев, Теплофизика высоких температур, 13, 245, 1975.

УДК 537.525

О ДИАГНОСТИКЕ РАЗРЯДА НИЗКОГО ДАВЛЕНИЯ

А. В. Елецкий, Б. Г. Фрейнман

Для диагностики разряда низкого давления (длина пробега ионов больше радиуса трубки) используется ширина линии спонтанного излучения ионов. При отсутствии соударений ионов с атомами распределение ионов по скоростям, а следовательно и форма линии их излучения однозначно определяются T_g — температурой атомов и T_e — температурой электронов. Измерения вдоль оси разряда позволяют определить T_g , а измерения поперек оси разряда — T_e/T_g . При этом связь между шириной линии излучения ионов поперек разряда и параметром T_e/T_g должна определяться на основании решения уравнения движения ионов в самосогласованном радиальном электрическом поле с учетом начальных скоростей ионов. Такая задача

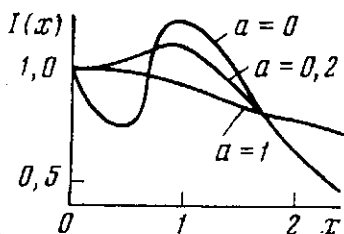


Рис. 1

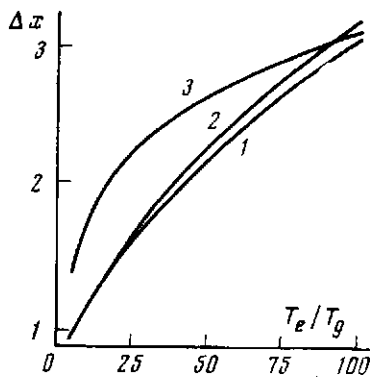


Рис. 2

была решена приближенно в [1, 2], где, однако, ширина линии излучения была неоправданно отождествлена со среднеквадратичной скоростью ионов в радиальном направлении. Как показано в работах [3, 4], это допущение авторов [1, 2] приводит к завышению отношения T_e/T_g в два-три раза. Физически отсутствие пропорциональности между шириной линии излучения ионов в поперечном направлении и их среднеквадратичной скоростью объясняется тем, что в разряде присутствуют две группы ионов. Ионы первой группы образованы из атомов, радиальная скорость которых имеет направление к центру разрядной трубки, а радиальная скорость атомов, из которых образовались ионы второй группы, имела противоположное направление. В силу этого первая группа ионов тормозится радиальным электрическим полем, а вторая — ускоряется, что приводит к асимметричному виду функции распределения ионов и, следовательно, к непропорциональности ширины контура и среднеквадратичной скорости.

В данной работе, являющейся продолжением [3, 4], вычисляются форма и ширина линии излучения ионов в разряде низкого давления в том случае, когда нельзя пренебрегать лоренцевской шириной линии излучения ионов по сравнению с доплеровской. Заранее можно ожидать, что при малой, но не нулевой, лоренцевской ширине линии ее учет приведет в основном к изменению формы линии излучения в центральной ее области. В частности, это должно привести к «замыванию» провала в центре линии излучения, имеющего место для чисто доплеровского контура [3, 4]. Форма линии излучения ионов в рассматриваемом случае дается сверткой доплеровского и лоренцевского контуров линии, вычисляемой по формуле

$$I(x) = \frac{a}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(t) dt}{(x-t)^2 + a^2}, \quad (1)$$