И. Л. Гуревич, Обтекание гибкой оболочки, прикрепленной к криволинейной стенке,
Тр. сем. по краев. задачам, 1979, выпуск 16, 52–58

КАЗАНСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ им. В. И. УЛЬЯНОВА-ЛЕНИНА

Вып. 16 *Труды семинара по краевым задачам* *1979*

УДК 532.5

ОБТЕКАНИЕ ГИБКОЙ ОБОЛОЧКИ, ПРИКРЕПЛЕННОЙ К КРИВОЛИНЕЙНОЙ СТЕНКЕ

И. Л. Гуревич

1. Рассматривается симметричное плоское стационарное обтекание идеальной несжимаемой невесомой жидкостью замкнутого контура, образованного твердой стенкой BCB' и абсолютно гибкой оболочкой BAB' (рис. 1). Внутри контура находится газ с давлением p_1; скорость набегающего потока v_0, давление в точке торможения p_0, плотность жидкости ρ. Известны также углы между осью x и касательными к оболочке в точках B, B', A. При некоторых ограничениях на указанные параметры и форму твердой стенки доказывается существование такого течения. Отметим, что данная задача с прямолинейной стенкой BCB' и более жесткими ограничениями на параметры решена О. М. Киселевым [1] методом разложения в ряды по малому параметру. Другие задачи с гибкими оболочками и криволинейными твердыми границами исследовались в работах автора [2, 3].

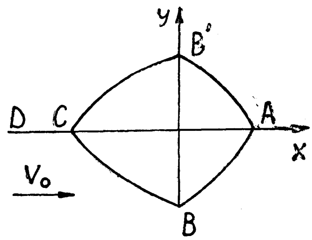

Рис. 1.

Будем рассматривать лишь нижнюю половину течения. Введем обозначения: $z = x + iy$ — переменное в плоскости течения; $w = \varphi + i\psi$ — комплексный потенциал, $w(C) = 0$; v и θ — модуль и аргумент вектора скорости; p — давление; l — дуговая абсцисса на CBA, $l(C) = 0$, $l(B) = L$; $\mu = T^{-1}$, где T — неизвестная сила натяжения оболочки.

На CB $\theta = \Phi(l) \leqslant 0$ — известная функция при $0 \leqslant l \leqslant L$, $\Phi(l) \in C^{\nu_1}$, $0 < \nu_1 < 1$, причем $\Phi(0) = \gamma\pi$, $\Phi(l) = \alpha\pi$. На BA $\theta =$

$= \Phi_1(l)$ — неизвестная функция при $L < l < L_1$, причем $L_1 = l(A)$ также неизвестно; известны лишь $\Phi_1(L) = \beta\pi$, $\Phi_1(L_1) = \delta\pi$. Параметры α, β, γ, δ удовлетворяют условиям

$$-1 < \gamma \leqslant 0. \ 0 < \beta \leqslant \delta \leqslant 1/2, \quad -1/2 \leqslant \alpha \leqslant 0, \quad \delta - \alpha < 1. \qquad (1)$$

Отобразим область $\psi \leqslant 0$, в плоскости w на верхний единичный полукруг в плоскости $\zeta = re^{i\sigma}$ (рис. 2) функцией

$$w = \frac{\varphi(B)(1+\varkappa^2)}{2(1-\varkappa^2)}\left(\frac{\zeta-\varkappa}{1-\varkappa\zeta} + \frac{1-\varkappa\zeta}{\zeta-\varkappa} + 2\right), \qquad (2)$$

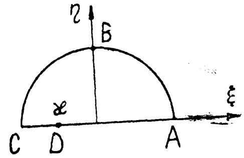

Рис. 2.

где $\varphi(B) > 0$ и $\varkappa \in (-1, 1)$ — неизвестные числа. Отсюда при $|\zeta| = 1$

$$\frac{d\varphi}{d\sigma} = -\varphi(B) f_1(\sigma, \varkappa),$$

$$f_1 = \frac{(1-\varkappa^2)(1+\varkappa)^2 \sin\sigma}{(1-2\varkappa\cos\sigma + \varkappa^2)^2}. \qquad (3)$$

Пусть

$$\frac{dw}{dz} \equiv ve^{-i\theta} = v_0 R e^{\omega(\zeta)}, \quad \omega = \tau - i\theta, \quad \omega(0) = 0. \qquad (4)$$

Из условия $v(D) = v_0$ и интеграла Шварца получим

$$R = \exp\left\{-\frac{\varkappa}{\pi}\int_0^\pi \theta(\sigma)\frac{\sin\sigma\, d\sigma}{1-2\varkappa\cos\sigma+\varkappa^2}\right\}. \qquad (5)$$

Для выделения особенностей $\omega(\zeta)$ запишем $\omega = \omega_1 + \omega_2$, где $\omega_k = \tau_k - i\theta_k$; здесь $\omega_1(\zeta)$ — известная функция, причем на AB $\theta_1(\sigma) = 2(\beta-\delta)\sigma + \pi\delta$, на BC $\theta_1(\sigma) = 2(\gamma-\alpha)\sigma + \pi(2\alpha-\gamma)$. Тогда $\theta_1(0) = \theta(0)$, $\theta_1(\pi) = \theta(\pi)$, $\theta_1(\pi/2 \pm 0) = \theta(\pi/2 \pm 0)$, поэтому $\theta_2(0) = \theta_2(\pi) = \theta_2(\pi/2) = 0$.

Используя (4) и представление $\omega = \omega_1 + \omega_2$, найдем

$$l(\sigma) = -\varphi(B) R^{-1}\int_\pi^\sigma f_2(\sigma, \varkappa) e^{-\tau_2} d\sigma, \quad f_2 = f_1 e^{-\tau_1}. \qquad (6)$$

Из (6) и $l(B) = L$ следует

$$\varphi(B) = LR\left[\int_{\pi/2}^{\pi} f_2 e^{-\tau_2} d\sigma\right]^{-1}. \qquad (7)$$

Кроме того, из условия $\mathrm{Res}\,(dz/d\zeta) = 0$ при $\zeta = \varkappa$ вытекает $d\omega/d\zeta = 0$ при $\zeta = \varkappa$, откуда с помощью интеграла Пуассона нетрудно получить соотношение

$$\int_0^{\pi} \theta(\sigma) \frac{1+\varkappa^2(1+4\sin^2\sigma)+\varkappa^4}{(1-2\varkappa\cos\sigma+\varkappa^2)^2} d\sigma = 0,$$

которое перепишем в виде

$$\varkappa = \frac{1+\varkappa^2}{4} \int_0^{\pi/2} \frac{1+\varkappa^2(1+4\sin^2\sigma)+\varkappa^4}{(1-\varkappa^2)^2+4\varkappa^2\sin^2\sigma} [\theta(\sigma)+\theta(\pi-\sigma)]\, d\sigma \times$$

$$\times \left\{ \int_0^{\pi/2} \cos\sigma \frac{1+\varkappa^2(1+4\sin^2\sigma)+\varkappa^4}{(1-\varkappa^2)^2+4\varkappa^2\sin^2\sigma} [\theta(\sigma)-\theta(\pi-\sigma)]\, d\sigma \right\}^{-1}. \quad (8)$$

Далее, на BA из уравнений Лапласа и Бернулли легко вывести

$$\frac{d\theta}{dl} = \mu\left(p_1 - p_0 + \frac{\rho v^2}{2}\right), \quad 0 \leqslant l \leqslant L. \quad (9)$$

Из (9), (4), представления $\omega = \omega_1 + \omega_2$ и условий $\theta_2(0) = \theta_2(\pi/2) = 0$ получим при $0 \leqslant \sigma \leqslant \pi/2$

$$\theta_2(\sigma) = 2(\delta-\beta)\sigma - \mu\varphi(B) \int_0^{\sigma} [(p_1-p_0)(v_0R)^{-1} f_2(\sigma, \varkappa) e^{-\tau_2} +$$

$$+ \rho v_0 R f_3(\sigma, \varkappa) e^{\tau_2}]\, d\sigma, \quad (10)$$

$$\mu = \pi(\delta-\beta)\left\{\varphi(B) \int_0^{\pi/2} [(p_1-p_0)(Rv_0)^{-1} f_2(\sigma, \varkappa) e^{-\tau_2} +\right.$$

$$\left. + \rho v_0 R f_3(\sigma, \varkappa) e^{\tau_2}]\, d\sigma\right\}^{-1}, \quad (11)$$

где $f_3 = f_1 e^{\tau_1}$.

Функции $\tau_2(\sigma)$ и $\theta_2(\sigma)$ связаны формулой

$$\tau_2(\sigma) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta_2}{d\sigma} \ln\left|\frac{\cos\sigma' - \cos\sigma}{2}\right| d\sigma' + \frac{1}{2\pi} \int_{\pi/2}^{\pi} \frac{\sin\sigma'\, \theta_2(\sigma')}{\cos\sigma' - \cos\sigma} d\sigma'. \quad (12)$$

Равенства (5) — (8), (10) — (12) вместе с $\theta = \theta_1 + \theta_2$ и $\theta = \Phi(l)$ $(0 \leqslant l \leqslant L)$ образуют замкнутую систему нелинейных уравнений Σ относительно функции $\theta(\sigma)$ $(0 \leqslant \sigma \leqslant \pi)$ и параметра $\varkappa \in (-1, 1)$.

2. Получим априорные оценки решений системы Σ, эквивалентной исходной гидродинамической задаче.

Будем считать выполненным неравенство $p_1 \geqslant p_0$. Тогда, как следует из (9) и (1), дуга BA выпукла в сторону жидкости, $\mu \geqslant 0$, и на BA $\beta\pi \leqslant \theta \leqslant \delta\pi$. Кроме того, будем предполагать, что стенка BCB' лежит в полуплоскости $x \leqslant 0$, а линия DCB не имеет самопересечений. Из этих условий вытекает, что область течения однолистна. Ее нижняя половина содержит область G_1 и содержится в области G_2; G_k ограничена лучом DC, стенкой CB, отрезком прямой BF_k и лучом $F_k D$, где F_1, F_2 — точки оси x с абсциссами $x_1 = - y(B)\operatorname{ctg}\delta\pi$, $x_2 = -y(B)\operatorname{ctg}\beta\pi$. Используя последнее обстоятельство и применяя теорему сравнения М. А. Лаврентьева ([4], стр. 116), найдем двустороннюю оценку на $\ln\varphi(B)$.

В дальнейшем понадобится следующее элементарное следствие теоремы сравнения. Пусть G_1, G_2 — две криволинейные нижние полуплоскости ($G_1 \in G_2$) в плоскости $z = x + iy$, границы которых совпадают при $x < x'$ и $x > x''$. Пусть их границы при достаточно больших $|x|$ совпадают с осью x. Пусть $\varphi_1(z)$, $\varphi_2(z)$ — потенциалы скоростей течений в этих областях с одинаковыми скоростями на бесконечности. Тогда $d = [\varphi_1(Q) - \varphi_1(P)] - [\varphi_2(Q) - \varphi_2(P)] \geqslant 0$, где P, Q — граничные точки с координатами (x', y') и (x'', y''). Действительно, из асимптотического разложения $\varphi_k(x+iy) = v_0 x + C_k + Ox^{-1})$ при больших $|x|$ следует, что при больших $x > 0$ $\varphi_k(Q) - (\varphi_k(P) = 2v_0 x + 0(x^{-1}) - [\varphi_k(x) - \varphi_k(Q)] - [\varphi_k(P) - \varphi_k(-x)]$; но в силу теоремы сравнения при $k = 1$ обе квадратные скобки меньше, чем при $k = 2$. Предполагая, что $d < 0$, и выбирая x достаточно большим, придем к противоречию.

С помощью доказанного утверждения можно получить двустороннюю оценку на $\ln[\varphi(A) - \varphi(B)]$. Используя ее и оценку на $\ln\varphi(B)$, а также вытекающее из (2) соотношение $[\varphi(A) - \varphi(B)]/\varphi(B) = [(1+\varkappa)/(1-\varkappa)]^2$, получим оценку

$$|\varkappa| < \varkappa^* < 1. \tag{13}$$

Из (13), неравенства $|\theta| \leqslant \max(\pi/2, \|\Phi(l)\|)$, (5), (3), (6), выражения для $f_3(\sigma, \varkappa)$ и краевых условий для $\omega_1(\zeta)$ вытекают двусторонняя оценка на $\ln R$ и неравенства

$$\begin{gathered} a_1 \leqslant f_1(\sigma, \varkappa)/\sin\sigma \leqslant a_2, \\ a_3 |\sigma - \pi/2|^{\beta-\alpha} \leqslant f_2(\sigma, \varkappa)/(\pi-\sigma)^{1+2\gamma} \leqslant a_4, \\ a_5 \leqslant f_3(\sigma, \varkappa)(\pi-\sigma)^{2\gamma-1}/\sigma^{1+2\delta} \leqslant a_6|\sigma - \pi/2|^{\alpha-\beta}, \end{gathered} \tag{14}$$

где $a_k > 0$ — известные числа. Применяя теорему сравнения, можно получить двусторонние оценки на $\ln v(l)$ на CB, из которых с помощью (3), (14) найдем

$$a_7 \leqslant v(\sigma)(\pi-\sigma)^{2\gamma} \leqslant a_8(\sigma - \pi/2)^{\alpha-\delta}, \quad \pi/2 \leqslant \sigma \leqslant \pi. \tag{15}$$

Из соотношения $dl/d\sigma = -\varphi(B) f_1/v$, (14) и (15) получим оценку $\|l(\sigma)\|_{\nu_2} < a_9$, $\pi/2 \leqslant \sigma \leqslant \pi$, где $\nu_2 = \min(1, 2+2\gamma)$. Отсюда и из $\Phi(l) \in C^{\nu_1}$ вытекает неравенство

$$\|\theta(\sigma)\|_{\nu_3} < a_{10}, \quad \pi/2 \leqslant \sigma \leqslant \pi, \quad \nu_3 = \nu_1 \nu_2. \tag{16}$$

Из (16) и формулы $\theta_2 = \theta - \theta_1$ получаем оценку на $\|\theta_2(\sigma)\|_{\nu_3}$, $\pi/2 \leqslant \sigma \leqslant \pi$.

Учитывая, что $\mu \geqslant 0$ и $p_1 \geqslant p_0$, а $\theta_2(0) = \theta_2(\pi/2) = 0$, будем иметь из (10)

$$\frac{d\theta_2}{d\sigma} \leqslant 2(\delta - \beta), \quad |\theta_2| \leqslant \pi(\delta - \beta), \quad 0 \leqslant \sigma \leqslant \pi/2. \tag{17}$$

С помощью оценки на $\|\theta_2\|_{\nu_3}$ при $\pi/2 \leqslant \sigma \leqslant \pi$ и первого из неравенств (17) получим из (12) $\tau_2(\sigma) > -a_{12}$, $0 \leqslant \sigma \leqslant \pi$.

Оценим сверху μ из (11). Интеграл от $f_2 e^{-\tau_2}$ оцениваем снизу с помощью (14) и неравенства $\tau_2 \geqslant -a_{12}$; ко второму интегралу применяем (14) и неравенство Иенсена ([4], стр. 204), подставляем τ_2 из (12), меняем порядок интегрирования и используем оценку (17); в результате получаем $\mu < a_{13}$.

Обратимся к уравнению (10). Первое подынтегральное слагаемое $f_2 e^{-\tau_2}$ ограничено в силу (14) и неравенства $\tau_2 > -a_{12}$. Интеграл от второго слагаемого обозначим $I(\sigma)$ и оценим его норму в пространстве Гельдера.

Пусть $\omega = \omega_3 + \omega_4$, где ω_3 — известная функция; причем на AB $\theta_3 = \theta_1$ (то есть $\theta_4 = \theta_2$), на BC $\theta_3(\sigma) = 2(\gamma - \beta)\sigma + (2\beta - \gamma)\pi$. Тогда $\theta_3(\sigma)$ непрерывна на ABC; $\theta_4(0) = \theta_4(\pi) = \theta_4(\pi/2 - 0) = 0$, $\theta_4(\pi/2 + 0) = (\alpha - \beta)\pi$. Из краевых условий на ω_3 нетрудно получить

$$a_{14} < e^{\tau_3}(\pi - \sigma)^{2\gamma}/\sigma^{2\delta} < a_{15}. \tag{18}$$

Из (15), (18) следует

$$e^{\tau_4} < a_{16}(\sigma - \pi/2)^{\alpha - \delta}, \quad \pi/2 \leqslant \sigma \leqslant \pi. \tag{19}$$

Учитывая, что $f_3 e^{\tau_2} = f_1 e^{\tau} = f_1 e^{\tau_3 + \tau_4}$, и используя (14), (18), будем иметь при $p > 1$

$$|I(\sigma_1) - I(\sigma_2)| = \left| \int_{\sigma_1}^{\sigma_2} f_1 e^{\tau_3 + \tau_4} d\sigma \right| < a_{17} |\sigma_1 - \sigma_2|^{1 - 1/p} \int_0^{\pi/2} e^{p\tau_4} d\sigma. \tag{20}$$

Оценим последний интеграл аналогично тому, как это делается при доказательстве теоремы Зигмунда ([5], стр. 110). Применяя теорему о среднем значении к гармонической функции $e^{p\tau_4} \cos p\theta_4$, получим

$$\int_0^{\pi/2} e^{p\tau_4} \cos p\,\theta_4\, d\sigma = \pi - \int_{\pi/2}^{\pi} e^{p\tau_4} \cos p\,\theta_4\, d\sigma. \tag{21}$$

Пусть $p(\delta-\alpha)<1$. Тогда в силу (19) правая часть в (21) ограничена. Пусть $p(\delta-\beta)<1/2$. Тогда в силу (17) $|p\theta_4(\sigma)|=|p\theta_2(\sigma)|\leqslant q<\pi/2$, при $0\leqslant\sigma\leqslant\pi/2$, и из (21), (20) следует оценка $\|l(\sigma)\|_{\nu_4}<a_{18}$, $\nu_4=1-1/p$ (все условия на p будут выполнены, например, при $p=\{1+1/\max[\delta-\alpha,\ 2(\delta-\beta)]\}/2$).

Из полученных оценок вытекает $\|\theta_2(\sigma)\|_{\nu_4}<a_{19}$ при $0\leqslant\sigma\leqslant\pi/2$, откуда

$$\|\theta(\sigma)\|_{\nu_4}<a_{20},\qquad 0\leqslant\sigma\leqslant\pi/2. \tag{22}$$

Неравенства (13), (16) и (22) представляют собой априорные оценки решений системы Σ.

3. Обозначим $f(\sigma)=\theta(\sigma)$ при $0\leqslant\sigma\leqslant\pi/2$, $g(\sigma)=\theta(\sigma)$ при $\pi/2\leqslant\sigma\leqslant\pi$, $u=\{f(\sigma),\ g(\sigma),\ \varkappa\}$. Мы покажем, что решение системы Σ эквивалентно решению некоторого операторного уравнения вида $u=T(u)$, а существование решения этого уравнения докажем с помощью принципа Лере — Шаудера.

Перепишем уравнения (5) — (8), (10) — (12) в виде $R=A_1(\theta,\ \varkappa)$, $\tau_2=A_2(\theta_2)$ при $0\leqslant\sigma\leqslant\pi$, $\varphi(B)=A_3(\tau_2,\ R,\ \varkappa)$, $l(\sigma)=A_4(\tau_2,\ \varphi(B),\ R,\ \varkappa)$ при $\pi/2\leqslant\sigma\leqslant\pi$, $\mu=A_5(\tau_2,\ \varphi(B),\ R,\ \varkappa)$, $\theta_2=A_6(\tau_2,\ \mu,\ \varphi(B),\ R,\ \varkappa)$ при $0\leqslant\sigma\leqslant\pi/2$, $\varkappa=A_7(\theta,\ \varkappa)$.
Пусть заданы число $\varkappa$ и функции $f(\sigma)$, $g(\sigma)\in C_\nu$ соответственно при $0\leqslant\sigma\leqslant\pi/2$, $\pi/2\leqslant\sigma\leqslant\pi$, причем $f(0)=\delta\pi$, $f(\pi/2)=\beta\pi$, $g(\pi/2)=\alpha\pi$, $g(\pi)=\gamma\pi$. Найдем последовательно $\theta(\sigma)=f(\sigma)$ при $0\leqslant\sigma<\pi/2$, $\theta(\sigma)=g(\sigma)$ при $\pi/2\leqslant\sigma\leqslant\pi$, $\varkappa'=\operatorname{sign}\varkappa\min(|\varkappa|,\ 1-\varepsilon)$, где $\varepsilon>0$ достаточно мало; $R=A_1(\theta,\ \varkappa')$; $\theta_2(\sigma)=\theta(\sigma)-\theta_1(\sigma)$ и $\tau_2=A_2(\theta_2)$ при $0\leqslant\sigma\leqslant\pi$; $\varphi(B)=A_3(\tau_2,\ R,\ \varkappa')$; $l(\sigma)=A_4(\tau_2,\ \varphi(B),\ R,\ \varkappa')$ при $\pi/2\leqslant\sigma\leqslant\pi$; $\mu=A_5(\tau_2,\ \varphi(B),\ R,\ \varkappa')$; $f^*(\sigma)=\theta_2(\sigma)+A_6(\tau_2,\ \mu,\ \varphi(B),\ R,\ \varkappa')$; $g^*(\sigma)=\Phi[l(\sigma)]$; $\theta^*(\sigma)=f^*(\sigma)$ при $0\leqslant\sigma\leqslant\pi/2$, $\theta^*(\sigma)=g^*(\sigma)$ при $\pi/2<\sigma\leqslant\pi$; $\varkappa^*=A_7(\theta^*,\ \varkappa')$.

Мы получили преобразование $u^*=T(u)$. Включим его в семейство преобразований $T(u,\ t)$, $0\leqslant t\leqslant 1$, заменяя $\Phi(l)$, γ, α, β, δ соответственно на $t\Phi(l)+(t-1)\pi/4$, $t\gamma+(t-1)/4$, $t\alpha+(t-1)/4$, $t\beta+(1-t)/4$, $t\delta+(1-t)/4$. Нетрудно проверить, что $T(u,\ 0)=\{\pi/4,\ -\pi/4,\ 0\}$; оператор $T(u,\ t)$ непрерывен по совокупности переменных и переводит ограниченное множество из $H=C^\nu[0,\ \pi/2,]\times C^\nu[\pi/2,\ \pi]\times E$ (E — числовая ось) в равномерно по t ограниченное множество из $H_1=C^{\nu_5}[0,\ \pi/2]\times C^{\nu_3}[\pi/2,\ \pi]\times E$, где $\nu_5=1-\max(1/2,\ \beta-\alpha)$. Пусть $\nu<\min(\nu_3,\ \nu_5,\ \nu_6)$, где $\nu_6=1-2/\{1+1/\max[\delta-\alpha,\ 2(\delta-\beta),\ 1/2]\}$. Тогда оператор $T(u,\ t)$ вполне непрерывен в H.

Рассмотрим уравнение $u=T(u,\ t)$. При $t=0$ оно имеет единственное решение $\{\pi/4,\ -\pi/4,\ 0\}$, являющееся внутренней точкой замкнутого множества $H_0\in H$, определяемого условиями $\|f(\sigma)\|_\nu\leqslant M$, $\|g(\sigma)\|_\nu\leqslant M$, $|\varkappa|\leqslant 1-\varepsilon$, где $M>0$ — таточно большое число. Предположим, что это уравнение имеет решение, лежащее на границе H_0. Легко видеть, что оно является решением исходной системы Σ, то есть удовлетворяет равномерно по t априорным оценкам типа (13), (16), (22): $|\varkappa| < \varkappa_1^* < 1$, $\|f(\sigma)\|_{\nu_6} < a_{21}$, $\|g(\sigma)\|_{\nu_3} < a_{21}$. Так как $\nu < \min(\nu_3, \nu_6)$, то из двух последних оценок вытекает $\|f(\sigma)\|_\nu < a_{22}$, $\|g(\sigma)\|_\nu < a_{22}$. Выбирая $\varepsilon < 1 - \varkappa_1^*$, $M > a_{22}$, придем к противоречию, то есть на границе H_0 нет решений уравнения $u = T(u, t)$. Используя указанные выше свойства оператора $T(u, t)$ и применяя принцип Лере — Шаудера, приходим к доказательству существования хотя бы одного решения уравнения $u = T(u, t)$, которое лежит в H_0 и при $t=1$ является решением системы Σ, то есть исходной гидродинамической задачи.

Подчеркнем, что условие $\Phi(l) \leqslant 0$, в отличие от (1) и $p_1 \geqslant p_0$, не используется для оценок решения, а нужно лишь для доказательства непрерывности оператора $A_7(\theta^*, \varkappa')$ в описании преобразования $T(u)$.

4. Используемый метод позволяет ослабить или изменить условия (1) и $p_1 \geqslant p_0$, если предположить малость $|\varepsilon_0|$, где $\varepsilon_0 = \rho v_0^2/(p_1 - p_0)$. При $\varepsilon_0 > 0$ условия $\beta > 0$, $\delta - \alpha < 1$ можно заменить на $\beta > -1/2$, $\delta - \alpha \leqslant 1$. При $\varepsilon_0 < 0$ в (1) нужно поменять местами β и δ; при этом дуга BA будет вогнута в сторону жидкости всюду, исключая малый участок вблизи конца B.

ЛИТЕРАТУРА

1. Киселев О. М. К задаче об обтекании наполненной газом оболочки плоским потоком идеальной жидкости.— Изв. АН СССР, МЖГ, 1971, № 3.
2. Гуревич И. Л. Течение Рябушинского при наличии струйной или капиллярной пленки.— Труды семинара по краевым задачам. Вып. 12. Казань, Изд-во Казанского ун-та, 1975.
3. Гуревич И. Л. Об истечении капиллярной жидкости из сосуда.—Труды семинара по краевым задачам. Вып. 15. Казань, Изд-во Казанского ун-та, 1978.
4. Биркгоф Г., Сарантонелло Э. Струи, следы и каверны. М., „Мир“, 1964.
5. Монахов В. Н. Краевые задачи со свободными границами для эллиптических систем уравнений, часть II. Новосибирск, Изд-во Новосибирского ун-та, 1968.

Доложено на семинаре 1 февраля 1978 г.