

Math-Net.Ru

All Russian mathematical portal

N. G. Barri, V. P. Stulov, L. Yu. Titova, Trajectory approximations for observable bolides (the case of fragmentation), *Vestnik Moskov. Univ. Ser. 1. Mat. Mekh.*, 2001, Number 4, 60–63

Use of the all-Russian mathematical portal Math-Net.Ru implies that you have read and agreed to these terms of use

<http://www.mathnet.ru/eng/agreement>

Download details:

IP: 18.97.9.169

March 27, 2025, 20:02:37



$n_{i_0} \leq (q_{k_0} - 1)q_{k_0} \leq (2CD(\varepsilon))^2 p^{\frac{1}{2\sqrt{\varepsilon}} + \varepsilon}$, что $[\alpha n_{i_0}]$ является квадратичным невычетом. Теорема доказана.

В заключение выражаю благодарность профессору В. Н. Чубарикову за постоянное внимание к работе, к.ф.-м.н. М. З. Гараеву и Р. Н. Бояринову за обсуждение полученного результата.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Виноградов И.М.* Sur la distribution des résidus et des nonrésidus des puissances // Ж. физ.-матем. о-ва ун-та (Пермь). 1918. 1. 94–98.
2. *Виноградов И.М.* О границе наименьшего невычета n -й степени // Изв. АН СССР. Сер. математика. 1926. 20. 47–58.
3. *Davenport H., Erdős P.* The distribution of quadratic and higher residues // Publ. Math. Debrecen. 1952. 2. 152–165.
4. *Burgess D.* The distribution of quadratic residues and nonresidues // Mathematika (Gr. Brit.). 1957. 4. 106–112.

Поступила в редакцию
15.02.01

УДК 523.682

АППРОКСИМАЦИЯ ТРАЕКТОРИЙ НАБЛЮДАЕМЫХ БОЛИДОВ С УЧЕТОМ ДРОБЛЕНИЯ

Н. Г. Барри, В. П. Стулов, Л. Ю. Титова

Благодаря болидным сетям, установленным в Европе и Северной Америке, получено большое количество фотографий световых участков траекторий болидов. Однако обнаружить метеориты после анализа и экстраполяции этих траекторий удалось лишь в единичных случаях. Сложилось мнение, что причиной этого является дробление подавляющего числа метеорных тел в атмосфере с последующим сгоранием мелких фрагментов в нижних ее слоях. Тем более что в тех случаях, когда были обнаружены метеориты, дробление в атмосфере либо явно наблюдалось (Лост Сити, 1970; Иннисфри, 1977), либо о его наличии свидетельствовали фрагменты, найденные на поверхности Земли (Пршибрам, 1959).

Теоретическое исследование дробления на основе интенсивности свечения болида было проведено в диссертации О. П. Поповой [1]. С помощью метода радиационного радиуса в этой работе установлено, что для ряда крупных болидов Прерийной сети, США (PN-болидов) свечение заметно превышает величину, адекватную значениям массы при входе, полученным ранее чисто динамическими методами на основе теории единого тела, т.е. в отсутствие дробления. Автор [1] предположила, что траекторию в этих случаях образует не единое тело, а рой фрагментов, так что торможение соответствует наиболее крупному фрагменту, а свечение создают все фрагменты, полная масса которых, естественно, может заметно превышать массу одного фрагмента.

В данной статье делается попытка определить наличие дробления по форме наблюдаемой траектории, не связывая ее с величиной свечения болида, так как, по нашему мнению, теоретическая связь интенсивности свечения с полной массой роя фрагментов установлена еще не вполне точно. Траектория вычисляется в переменных скорость–высота. Для выявления роли дробления используется метод наименьших квадратов, а в качестве пробных функций — аналитические формулы для траекторий, полученные с помощью модели последовательного дробления метеорного тела в атмосфере [2].

1. Принцип выбора исследуемых PN-болидов. В данной заметке из таблиц работы [3] выбраны те траектории болидов, для которых в [1] отмечалось наибольшее превышение массы, полученной с использованием метода радиационного радиуса, над массой, полученной в ряде работ чисто динамическими методами (см. табл. 1.2 в [1]). Итак, выбраны траектории следующих семи болидов [3]: 38737* ($k = 2,5$); 39404 (12,1); 39406A (6,8); 39434 (14,8); 40151A (3,3); 40405 (5,0); 40590 (Лост Сити, 2,5). После номера болида в скобках указано отношение k внеатмосферных масс, полученных в [1], к величинам, полученным на основе теории единого тела в [4]. Поскольку в цитируемых работах, как правило, указываются диапазоны значений (в [4] приведены значения, найденные двумя

методами), для вычисления k выбирались среднеарифметические величины. Следует заметить, что все значения k превышают единицу, иногда существенно.

2. Пробные функции в методе наименьших квадратов. Предполагая наличие дробления метеорного тела внутри светящегося участка траектории, в качестве пробных функций возьмем аналитические решения [2], полученные с использованием модели последовательного дробления. Эти решения имеют вид

$$y = \frac{3}{4} \ln \frac{\alpha}{2} + \frac{y_0}{4} - \frac{3}{4} \ln (v^{-2/3} - 1), \quad \alpha = \frac{1}{2} c_d \frac{\rho_0 h_0 A_e}{M_e \sin \gamma}, \quad y_0 = \ln \left(\frac{\rho_0 V_e^2}{\sigma_t} \right). \quad (1)$$

Здесь α — баллистический коэффициент, y_0 — высота разрушения. Уравнение траектории записано в безразмерных переменных $y = h/h_0$, $v = V/V_e$, где h , V — высота и скорость полета, h_0 — высота однородной атмосферы, V_e — скорость входа в атмосферу. Прочие константы таковы: c_d — коэффициент сопротивления, ρ_0 — плотность атмосферы при $h = 0$, A_e — площадь мишени тела при входе, M_e — масса тела, γ — угол между траекторией и горизонтом, σ_t — прочность тела на разрыв.

Параметр y_0 вычислялся заранее, при этом для всех болидов принималось $\sigma_t = 10^7$ дин см⁻², что примерно соответствует прочности углистого хондрита. Параметр α определялся из условия наименьшего квадратичного отклонения функции (1) от данных наблюдений. Иначе говоря, определялся минимум функции $Q(\alpha) = \sum_{i=1}^n [v_i - v(y_i, \alpha)]^2$, где $v(y_i, \alpha)$ — функция, обратная (1), а v_i , y_i — значения скорости движения и высоты болида в точках наблюдения [3]. Для нахождения α получается трансцендентное уравнение

$$\sum_{i=1}^n [v_i - v(y_i, \alpha)] \left(1 + \frac{\alpha_1}{2} e^{-\frac{4}{3} y_i} \right)^{-5/2} e^{-\frac{4}{3} y_i} = 0, \quad \alpha_1 = \alpha \left(\frac{\rho_0 V_e^2}{\sigma_t} \right)^{1/3},$$

которое решается численно методом Ньютона.

3. Результаты расчетов и выводы. Помимо функции (1) наблюдаемая траектория аппроксимировалась простейшей функцией, описывающей движение единого неразрушающегося тела:

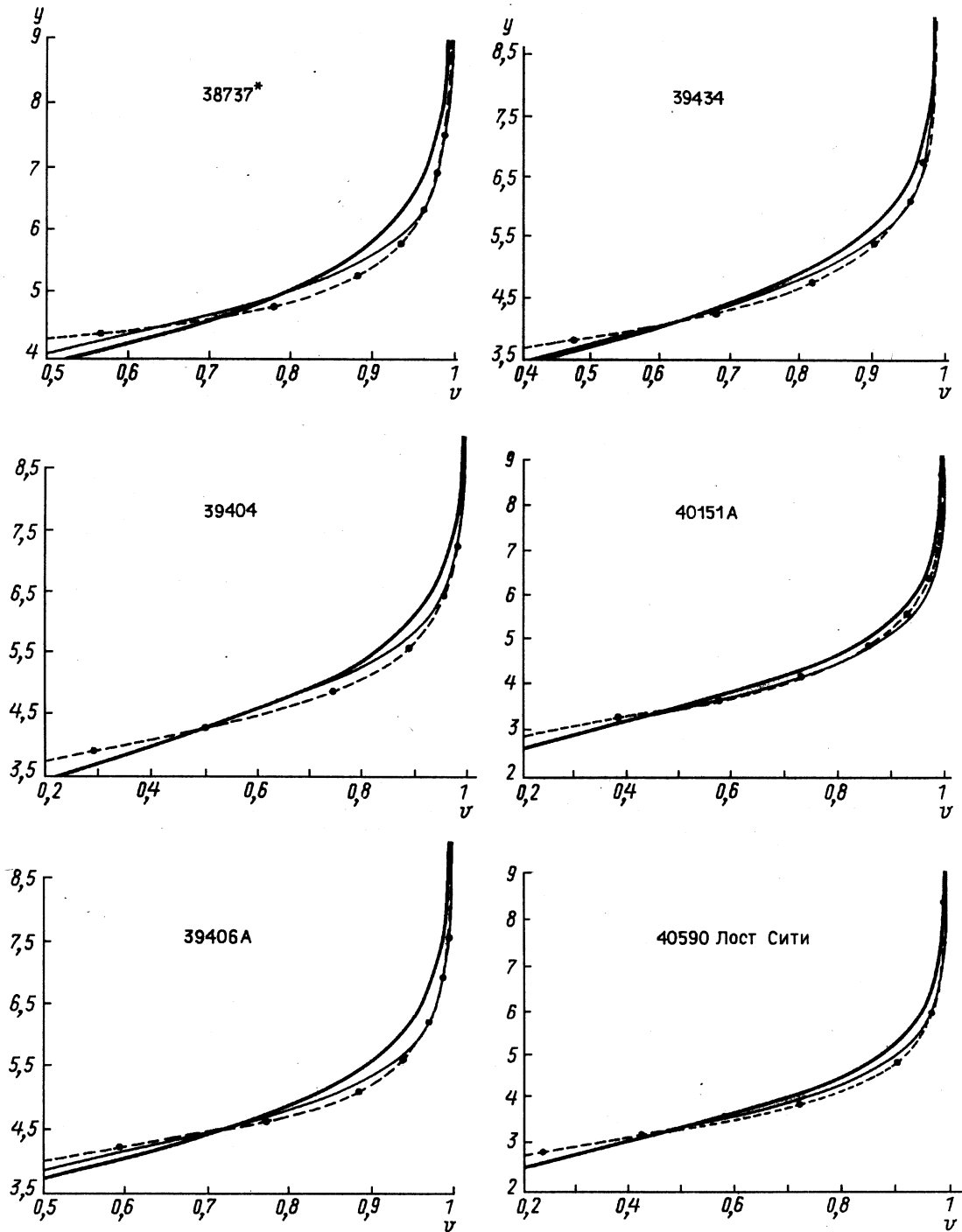
$$y = \ln \alpha - \ln(-\ln v). \quad (2)$$

В таблице для сравнения приводятся для тех же болидов данные, полученные в работе [4] на основе модели единого тела с учетом абляции.

PN-болид	Формула (1)	Формула (2)	Работа [4]	
	α	α	α	β
38737*	35,7	35,4	19,7	2,22
39404	44,7	48,3	30,3	1,10
39406A	24,7	27,3	15,7	2,15
39434	24,3	28,0	17,6	1,42
40151A	20,5	22,2	15,8	0,89
40405	58,3	46,2	28,1	2,24
40590	15,9	19,3	12,0	1,01

Полученные значения баллистического коэффициента α позволяют построить зависимости $y = y(v)$ вдоль траекторий болидов и сопоставить их с данными наблюдений. Результаты представлены на рисунке. В верхней части каждого графика указан номер PN-болида из таблицы. На всех графиках использованы следующие обозначения: точки — данные наблюдений [3]; сплошные линии — формула (2), единое тело без дробления и абляции; пунктир — расчеты [4], единое тело без дробления, но с учетом абляции; тонкие сплошные линии — формула (1), траектория метеорного тела, рассчитанная на основе модели последовательного дробления.

Поскольку аппроксимация наблюдаемых участков траекторий производится на конечном интервале изменения высоты, используются фрагменты пробных функций, относящиеся к этому участку,



а различные модели торможения описывают движение разных метеорных тел. Поэтому форма кривой для единого тела свидетельствует о более быстром торможении вблизи верхней границы участка аппроксимации, чем в случае модели с уносом массы и дроблением. В действительности это более быстрое торможение накопилось в области атмосферы, расположенной выше этой верхней границы.

Практически во всех случаях (исключение составляет болид PN40405) наилучшую аппроксимацию наблюдаемой траектории дают результаты работы [4], особенно в нижней части траектории. Возможно, это связано с неучетом абляции в формуле (1). Основной вывод настоящей работы состоит в том, что форма светящегося участка траекторий не обнаруживает явного влияния дробления метеорного тела.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект № 98-01-00864.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Попова О.П.* Определение параметров крупных метеорных тел по наблюдательным данным: Канд. дис. М.: Ин-т динамики геосфер, 1997.
2. *Зубарева Е.Н., Подковкина Н.В., Стулов В.П.* Моделирование движения разрушенного метеорного тела в атмосфере // Вестн. Моск. ун-та. Матем. Механ. 1999. № 3. 58–62.
3. *Мак-Кроски Р.Е., Шао Ц.И., Позен А.* Болиды Прерийной сети. 2. Траектории и кривые блеска // Метеоритика. 1979. Вып. 38. 106–156.
4. *Кулаков А.Л., Стулов В.П.* Определение параметров метеорных тел по данным наблюдений // Астрон. вестн. 1992. 26, № 5. 67–75.

Поступила в редакцию
17.05.99

УДК 531.391

ОБ ОДНОЙ МОДЕЛИ ПОЕЗДА

В. Г. Вильке

Исследование динамики поездов, как правило, основывается на моделях, состоящих из твердых тел, взаимодействующих друг с другом посредством различных сочленений, пружин и демпферов. Наиболее сложным вопросом в этих задачах является моделирование контактного взаимодействия колеса с рельсом [1]. Построенные на базе этих моделей вычислительные программы очень громоздки, расчет одного варианта динамического поведения поезда требует многих часов, а поиск оптимальных параметров в этих многопараметрических задачах затруднителен. В этой связи представляется интересным рассмотреть достаточно простую модель поезда, а именно модель гибкой нерастяжимой нити, с помощью которой можно исследовать (как это будет видно из дальнейшего) ряд особенностей динамического поведения поезда на криволинейных участках железнодорожного пути, и, основываясь на этом анализе, предложить простые рекомендации по конструированию железнодорожного пути с целью уменьшения боковых динамических нагрузок на рельсы и повышения их долгодетия. Эти проблемы наиболее актуальны для современных скоростных поездов.

Предположим, что рельсовый путь находится в горизонтальной плоскости Oxy и описывается соотношениями

$$\Gamma_0: \mathbf{r} = \mathbf{r}_0(s), \quad \mathbf{r}_0 = (x_0(s), y_0(s)), \\ -b < s < b,$$

где s — натуральный параметр, удовлетворяющий условию

$$x_0'^2 + y_0'^2 = 1, \quad ' = \frac{\partial}{\partial s}.$$

Трехгранник Френе, определяемый единичными векторами $\boldsymbol{\tau}$, \mathbf{n} , \mathbf{e}_z , связан с кривой Γ_0 , а для его единичных векторов справедливы соотношения $\boldsymbol{\tau} = (x_0', y_0', 0)$, $\mathbf{n} = (-y_0', x_0', 0)$, $\mathbf{e}_z = (0, 0, 1)$ в системе координат $Oxyz$ (рис. 1).

Представим поезд в виде отрезка однородной нерастяжимой гибкой нити

$$\Gamma: \mathbf{R} = \mathbf{r}_0(s(u, t)) + \eta(u, t) \mathbf{n}(s(u, t)), \quad 0 \leq u \leq l,$$

где параметр u также натуральный, т.е.

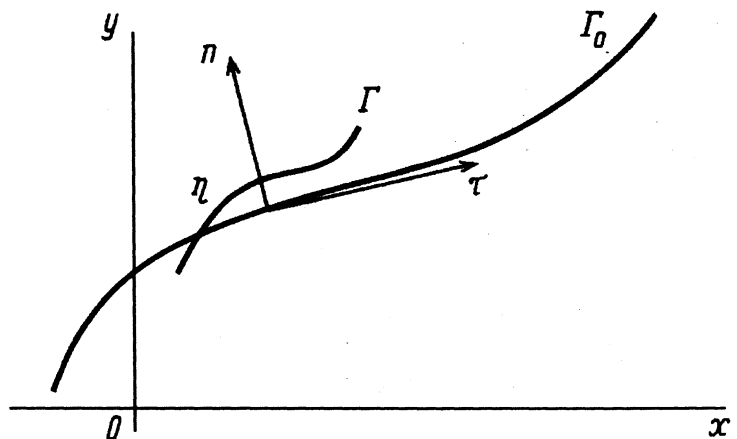


Рис. 1