V. L. Chumakov, Аналитические решения задачи динамической тепловой изоляции в общей постановке,
TVT, 1973, Volume 11, Issue 2, 447–450

Переходя к безразмерной форме записи, получаем окончательный результат в виде

$$\Delta\tilde{t} = \frac{(t_m - t_ж)\, c_{pж}\, (\xi/8)\, (\nu_c/\nu_m)^{1,3}}{(q_c/\overline{\rho w})} = 1,30 \pm 0,26. \qquad (8)$$

Опираясь на полученные в предлагаемой работе и [1] результаты, можно предложить следующий приближенный метод расчета начала местного ухудшения теплоотдачи при турбулентном течении жидкости сверхкритического давления в обогреваемых трубах. По формуле (1) рассчитывается «критическое» значение соотношения между плотностью теплового потока и массовой скоростью $(q_c / \overline{\rho w})_{кр}$ (с погрешностью $\pm 20\%$). Если $(q_c / \overline{\rho w}) > (q_c / \overline{\rho w})_{кр}$, то для этого режима на участке трубы вдали от входа при $t_ж < t_m < t_c$ возникает местное ухудшение теплоотдачи. Положение сечения трубы, в котором начинается местное ухудшение теплоотдачи, определяется по значению $\Delta\tilde{t} = 1{,}3$ (с погрешностью $\pm 20\%$). Для этого по формуле (8) при рассматриваемом значении плотности теплового потока рассчитывается распределение значений $\Delta\tilde{t}$ вдоль трубы. В том сечении трубы, где значение $\Delta\tilde{t} = 1{,}3$, ожидается начало местного ухудшения теплоотдачи. На рис. 2 показан пример расчета для одного из опытов с водой из работы М. Е. Шицмана. Как видно из рисунка, значения $\Delta\tilde{t}$, включающие в себя разность температур $\Delta t = t_m - t_ж$, уменьшаются вдоль трубы по мере приближения к сечению с началом местного ухудшения теплоотдачи и достигают в нем расчетной величины, равной 1,3.

В заключение отметим, что данный метод расчета совершенно неприменим для определения местного ухудшения теплоотдачи на входном участке трубы, где основное влияние на ухудшение теплоотдачи оказывают массовые (архимедовы) силы.

Московский энергетический институт

Поступило в редакцию 5 IX 1972

ЛИТЕРАТУРА

1. Б. С. Петухов, В. С. Протопопов, В. А. Силин. Теплофизика высоких температур, 10, № 2, 1972.
2. Ю. В. Вихрев, В. А. Локшин. Теплоэнергетика, № 2, 1964.
3. А. Н. Кобляков, Б. В. Дядякин. Матер. IV Всес. конф. по теплообмену и гидравлическому сопротивлению при движении двухфазного потока в элементах энергетических машин и аппаратов. Изд. ЦКТИ, Л., ч. 1, 2, 1971.
4. Ю. В. Вихрев, Ю. Д. Барулин, А. С. Коньков. Теплоэнергетика, № 9, 1967.
5. Л. Ф. Глущенко, С. И. Калачев, О. Ф. Гандзюк. Теплоэнергетика, № 2, 1972.
6. J. D. Jackson, K. Evans-Lutterodt. Univ. Manchester, Res. Rep. NE 2, 1968.
7. Е. А. Краснощеков, В. С. Протопопов, И. А. Парховник, В. А. Силин. Теплофизика высоких температур, 9, № 5, 1971.

УДК 536.245:532.546

АНАЛИТИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ДИНАМИЧЕСКОЙ ТЕПЛОВОЙ ИЗОЛЯЦИИ В ОБЩЕЙ ПОСТАНОВКЕ

В. Л. Чумаков

Определение нестационарных температурных полей, позволяющих рассчитать расход охладителя через пористую оболочку и возникающие в ней максимальные температурные напряжения, является важным этапом проектирования. Это объясняется тем, что с ростом абсолютных значений и перепадов температур перегрев даже в десятки градусов в условиях больших градиентов давления может привести к созданию неработоспособной конструкции.

Задача о расчете неустановившейся температуры одномерной стенки с пористым охлаждением в той или иной постановке рассматривалась в [1—7]. Случай постоянного теплового потока на поверхности стенки со стороны выхода охладителя исследовался в [1, 2]. В [3] эта же задача приближенно решалась методом конечных разностей. В [4] методом Фурье получено решение для пористой пластины при граничном условии 3-го рода на внешней поверхности с постоянной температурой среды (горячих газов). В [5] для решения задачи при совпадении начальных температур охладителя и стенки, постоянной температуре охладителя по толщине и простейших граничных условий 1—3 родов применяется интегральное преобразование Лапласа, а в [6] показано, что определение температурных полей стенки с пористым охлаждением сводится к задачам типа теплопроводности в сплошном теле. Рассматривалась задача с постоянной температурой охладителя, но более общими граничными условиями. Приближенное численное решение методом элементарных балансов задачи пористого охлаждения в постановке [4] и при фильтрации горячего воздуха в вакуум рассмотрено в работе [7].

В настоящей работе дается аналитическое решение для неустановившейся температуры в пористой стенке при соответствующих допущениях в наиболее общей по сравнению с цитированными выше работами постановке, когда произвольными функциями времени являются температура охладителя $T_{1ср}(\tau)$, температура горячих газов (среды) $T_{2ср}(\tau)$; дополнительные тепловые источники на внутренней и внешней поверхностях пластины $q_1(\tau)$ и $q_2(\tau)$. Кроме того, в пластине предусматривается задание внутренних источников тепла, мощность которых — произвольная функция времени и координаты, а также внутреннее тепловыделение, зависящее от времени и температурной функции вида $\eta(\tau)T$.

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} + \beta \frac{\partial T}{\partial x} = \gamma \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \eta(\tau) T + w(x, \tau), \tag{1}$$

$$\tau > 0, \quad 0 < x < L,$$

$$T(x, 0) = \varphi(x), \tag{2}$$

$$-\frac{\partial T}{\partial x} = h_1 [T_{1ср}(\tau) - T(0, \tau)] + q_1(\tau), \quad x = 0, \tag{3}$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = h_2 [T_{2ср}(\tau) - T(L, \tau)] + q_2(\tau), \quad x = L \tag{4}$$

с постоянными коэффициентами β, γ, h_1 и h_2.

Процесс теплопереноса, описываемый уравнениями (1) и (4),— часть обобщенной задачи переноса, отдельные случаи которой рассмотрены в [1—7].

При $h_2 = 0$ на внешней поверхности пластины получим граничное условие 2-го рода, когда тепловой поток является функцией времени, а при $h_2 \to \infty$ имеем граничное условие 1-го рода.

Если параметр расхода охладителя $\beta = 0$, задача (1) и (4) описывает достаточно хорошо изученный процесс теплопроводности в сплошном твердом теле. Следовательно, чтобы избежать трудности непосредственного решения задачи (1) и (4), представляет интерес ввести новую искомую переменную так, чтобы задача для последней не содержала параметра β в качестве коэффициента при производной по координате.

Ниже, как и в [6], используется принцип сведения рассматриваемой задачи при помощи соответствующей подстановки к задаче более простого вида. Таким преобразованием, обобщающим известные частные подстановки [8, 9], может служить следующее:

$$T = t \exp\left\{\frac{L^2}{\gamma}\int_0^{\tau^*} \eta\left(\frac{\tau L^2}{\gamma}\right) d\tau - \left(\frac{\beta L}{2\gamma}\right)^2 \tau^* + \frac{\beta L}{2\gamma} x^*\right\}. \tag{5}$$

С учетом (5) краевая задача для t сводится к задаче теплопроводности для сплошной пластины

$$\frac{\partial t}{\partial \tau^*} = \frac{\partial^2 t}{\partial x^{*2}} + \frac{L^2}{\gamma} W\left(\frac{\tau^* L^2}{\gamma}, Lx^*\right), \tag{6}$$

$$\tau^* = \frac{\gamma \tau}{L^2} > 0, \quad 0 < x^* = x/L < 1,$$

$$t(x^*, 0) = f(x^*) = \varphi(Lx^*) \exp[-\psi(x^*, \tau^*)], \quad \tau^* = 0, \tag{7}$$

$$-\frac{\partial t}{\partial x^*} = H_1 [t_{1ср}(\tau^*) - t(0, \tau^*)] + Q_1(\tau^*), \quad x^* = 0, \tag{8}$$

$$\frac{\partial t}{\partial x^*} = H_2 [t_{1ср}(\tau^*) - t(1, \tau^*)] + Q_2(\tau^*), \quad x^* = 1, \tag{9}$$

где

$$\psi(x^*, \tau^*) = \frac{L^2}{\gamma}\int_0^{\tau^*} \eta\left(\frac{\tau L^2}{\gamma}\right) d\tau - \left(\frac{\beta L}{2\gamma}\right)^2 \tau^* + \frac{\beta L}{2\gamma} x^*, \tag{10}$$

$$H_{1,2} = L\left(h_{1,2} \mp \frac{\beta}{2\gamma}\right), \tag{11}$$

$$\begin{aligned} t_{1ср}(\tau^*) &= T_{1ср}\left(\frac{\tau^* L^2}{\beta}\right) \frac{2\gamma h_1}{2\gamma h_1 - \beta} \exp[-\psi(0, \tau^*)], \\ t_{2ср}(\tau^*) &= T_{2ср}\left(\frac{\tau^* L^2}{\gamma}\right) \frac{2\gamma h_2}{2\gamma h_2 + \beta} \exp[-\psi(1, \tau^*)], \end{aligned} \tag{12}$$

$$Q_1(\tau^*) = Lq_1\left(\frac{\tau^* L^2}{\gamma}\right)\exp\left[-\psi(0, \tau^*)\right], \tag{13}$$

$$Q_2(\tau^*) = Lq_2\left(\frac{\tau^* L^2}{\gamma}\right)\exp\left[-\psi(1, \tau^*)\right],$$

$$W(x^*, \tau^*) = w\left(\frac{\tau^* L^2}{\gamma}, x^* L\right)\exp\left[-\psi(x^*, \tau^*)\right]. \tag{14}$$

В [10] дано решение задачи (6) — (9). С учетом последнего окончательное выражение для искомой функции $T(x, \tau)$ запишем в виде

$$T(x, \tau) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{K_m(x/L)}{\frac{1}{L}\int\limits_0^L K_m^2\left(\frac{\xi}{L}\right)d\xi} \exp\left[\Psi(x, \tau)\right]\left\{\frac{1}{L}\int\limits_0^L \varphi(\xi)\exp\left(-\frac{\beta}{2\gamma}\xi\right)K_m\left(\frac{\xi}{L}\right)d\xi + \right.$$

$$+ K_m(1)\,\frac{\gamma h_2}{L}\int\limits_0^\tau T_{2\text{ср}}(\sigma)\exp\left[-\Psi(L, \sigma)\right]d\sigma + K_m(1)\frac{\gamma}{L}\int\limits_0^\tau q_2(\sigma)\exp\left[-\Psi(L, \sigma)\right]d\sigma +$$

$$+ \frac{1}{L}\int\limits_0^\tau\int\limits_0^L w(\xi, \sigma)\,K_m\left(\frac{\xi}{L}\right)\exp\left[-\Psi(\xi, \sigma)\right]d\xi\,d\sigma + \frac{\gamma}{L}\,\mu_m h_1\int\limits_0^\tau T_{1\text{ср}}(\sigma)\exp\left[-\Psi(0,\sigma)\right]d\sigma +$$

$$\left. + \frac{\gamma}{L}\mu_m\int\limits_0^\tau q_1(\sigma)\exp\left[-\Psi(0, \sigma)\right]d\sigma\right\}, \tag{15}$$

где

$$\Psi(x, \tau) = \int\limits_0^\tau \eta(\sigma)\,d\sigma = \left[\frac{\beta^2}{4\gamma} + \frac{\mu_m^2\gamma}{L^2}\right]\tau + \frac{\beta}{2\gamma}x. \tag{16}$$

Собственные функции

$$K_m\left(\frac{x}{L}\right) = \mu_m\cos\mu_m\frac{x}{L} + H_1\sin\mu_m\frac{x}{L}, \tag{17}$$

$$\frac{1}{L}\int\limits_0^L K_m^2\left(\frac{\xi}{L}\right)d\xi = \frac{1}{2\mu_m L}\left\{\mu_m^2\left(\mu_m + \frac{1}{2}\sin 2\mu_m\right) + \right.$$

$$\left. + H_1^2\left(\mu_m - \frac{1}{2}\sin 2\mu_m\right) + 2\mu_m H_1\sin^2\mu_m\right\}.$$

Собственные значения μ_m определяются из характеристического уравнения

$$\operatorname{ctg}\mu = (\mu^2 - H_1\cdot H_2)\,/\,(\mu(h_1 + h_2)L).$$

В зависимости от выбора постоянных или зависимостей, входящих в систему уравнений (1) — (4), можно легко получить из точного решения (15) — (18) как частные случаи решения, данные в [1—7].

Температурное поле (15) — (18) при соответствующих значениях коэффициентов описывает также общий случай процесса теплообмена в слое реальной шихты при спекании агломерата, где имеют место физико-химические превращения, связанные с тепловыми эффектами [11].

Институт технической теплофизики
Академии наук УССР

Поступило в редакцию
29 II 1972

ЛИТЕРАТУРА

1. W. P. Manos, D. E. Taylor. Intern. Heat Conf. of ASME, IME, ICE, Boulder, Colo, N. Y., 1961, pt. IV, p. 731.
2. A. R. Mendelson. AIAA J., 1, 50, 1963.
3. C. W. Gorton, J. M. Spurlock. Inst. Aerospace Sci., Paper FF-34, 11, 1963.
4. P. J. Schneider, J. J. Brogan. ABS J., Publication of the American Rocket Society, 32, 233, 1962.
5. М. Д. Михайлов. Нестационарные температурные поля в оболочках. «Энергия», 1967.
6. М. Д. Михайлов. Нестационарный тепло- и массоперенос в одномерных телах. ИТМО АН БССР, Минск, 1969.

7. П. А. Новиков, В. А. Еременко. Инж.-физ. ж., 21, 745, 1971.
8. В. В. Иванов. Изв. вузов. Авиационная техника, № 1, 1967.
9. А. Н. Тихонов, А. А. Самарский. Уравнения математической физики. «Наука», 1966.
10. Б. М. Малкин, Ф. Р. Шкляр. В сб. Регенеративный теплообмен, теплоотдача в струйном потоке, сборник научн. тр., № 8, 495, Свердловск, 1962.
11. Г. А. Фатеев. В сб. Тепло- и массообмен в капиллярно-пористых телах, Минск, 1965, стр. 149.

УДК 535.345.1

О ПРИМЕНИМОСТИ ЗАКОНА КИРХГОФА ДЛЯ КОНЕЧНЫХ СПЕКТРАЛЬНЫХ ИНТЕРВАЛОВ

Д. М. Щербина

На практике часто пользуются законом Кирхгофа для излучения конечной спектральной ширины, в то время как этот закон справедлив для монохроматического излучения (или полного, но при термодинамическом равновесии излучения и тела). Поэтому важно оценить, насколько могут различаться поглощательная и излучательная способности (под последней подразумевается степень черноты), чтобы при необходимости можно было вводить поправки.

Пусть имеется источник излучения со спектральной интенсивностью $F(\lambda)$, который облучает тело, имеющее температуру T и спектральную поглощательную способность $\varepsilon(\lambda)$. Спектральное пропускание системы, с помощью которой измеряются поглощение и интенсивность излучения тела, определяется коэффициентом $\tau(\lambda)$ (кривая пропускания монохроматора, интерференционного светофильтра и т. п.). Отношение поглощательной способности α к излучательной ε в этих условиях может быть записано в виде

$$\frac{\alpha}{\varepsilon}=\frac{\int\limits_0^\infty F(\lambda)\,\tau(\lambda)\,\varepsilon(\lambda)\,d\lambda\int\limits_0^\infty b(\lambda)\,\tau(\lambda)\,d\lambda}{\int\limits_0^\infty F(\lambda)\,\tau(\lambda)\,d\lambda\int\limits_0^\infty b(\lambda)\,\varepsilon(\lambda)\,\tau(\lambda)\,d\lambda}, \tag{1}$$

где $b(\lambda)$ — яркость абсолютно черного тела при температуре T. Из этого выражения можно сделать вывод, что поглощательная и излучательная способности точно равны лишь при следующих условиях: излучатель является серым и имеет температуру тела T. При этом $F(\lambda)=\mathrm{const}\,b(\lambda)$, в результате получим $\alpha/\varepsilon=1$. Интегральная степень черноты не равна спектральной; тело является серым, $\varepsilon(\lambda)=\varepsilon(T)$. В этом случае $\alpha=\varepsilon=\varepsilon(\lambda)$. Так как на практике рассмотренные условия выполняются редко, то рассмотрим два частных случая.

1. Пропускание оптической системы равно нулю всюду, кроме интервала $\lambda_2-\lambda_1$, где оно постоянно; для излучателя и нагретого тела на выделенной длине волны применима формула Вина; излучательная способность излучателя и тела может быть задана внутри интервала $\lambda_2-\lambda_1$ линейной функцией длины волны, так что можно записать:

для излучателя

$$F(\lambda)=[\varepsilon_1(0)+a_1\lambda]\,c_1\lambda^{-5}e^{-c_2/\lambda T_0}, \tag{2}$$

для тела

$$\varepsilon(\lambda)\,b(\lambda)=[\varepsilon_2(0)+a_2\lambda]\,c_1\lambda^{-5}e^{-c_2/\lambda T}. \tag{3}$$

Для поглощательной способности получим

$$\alpha=\int\limits_{\lambda_1}^{\lambda_2}F(\lambda)\,[\varepsilon_2(0)+a_2\lambda]\,d\lambda\Bigg/\int\limits_{\lambda_1}^{\lambda_2}F(\lambda)\,d\lambda=\varepsilon_2(0)+a_2\lambda_{e_1}, \tag{4}$$

где эквивалентная длина волны λ_{e1} равна

$$\lambda_{e_1}=\frac{\varepsilon_1(0)\int\limits_{\lambda_1}^{\lambda_2}\lambda^{-4}e^{-c_2/\lambda T_0}d\lambda+a_1\int\limits_{\lambda_1}^{\lambda_2}\lambda^{-3}e^{-c_2/\lambda T_0}d\lambda}{\varepsilon_1(0)\int\limits_{\lambda_1}^{\lambda_2}\lambda^{-5}e^{-c_2/\lambda T_0}d\lambda+a_1\int\limits_{\lambda_1}^{\lambda_2}\lambda^{-4}e^{-c_2/\lambda T_0}d\lambda}. \tag{5}$$