Предисловие редактора, *Зап. научн. сем. ЛОМИ*, 1969, том 15, 5–8

Предисловие

Последние годы участники семинара по математической теории дифракции и распространения волн ЛОМИ АН интенсивно разрабатывали метод параболического уравнения акад.В.А.Фока и М.А.Леонтовича и его обобщение, получившее название метода эталонных задач. Особенно успешным оказалось применение этих приемов к теории открытых резонаторов. Ряд статей настоящего сборника связан с этой тематикой.

В работе В.М.Бабича рассматривается задача о многослойном резонаторе. Найден необходимый и достаточный критерий устойчивости такого резонатора. Интересно, что многослойный резонатор устойчив только при выполнении некоторых соотношений, между его определяющими параметрами, т.е., вообще говоря, неустойчив. Параболическое уравнение для собственных функций с соответствующими краевыми условиями удается решить в том и только том случае, когда резонатор устойчив.

Высшие приближения для собственных функций оператора Лапласа, сосредоточенные в окрестности замкнутой геодезической на $m+1$ -мерном римановом многообразии рассмотрела выпускница физ.фака ЛГУ М.Ф.Пышкина[ж)]. Следуя идее, высказанной В.Ф.Лазуткиным, М.Ф.Пышкина нашла искомые высшие приближения для собственных функций в виде ряда, члены которого являются линейными комбинациями функций U_τ (см. тескт работы). Приемы, примененные М.Ф.Пышкиной, послужили образцом для построений Б.Н. Семенова, рассмотревшего высшие приближения в скалярной задаче о трехмерном многозеркальном резонаторе, и Т.Ф.Панкратовой, решившей предыдущую задачу в векторном случае. Различия в собственных частотах в векторном и скалярном случаях прояв-

ж) М.Ф.Пышкина трагически погибла в феврале 1969 года при попытке совершить зимнее восхождение на гору Белуху (Алтай). Работу М.Ф.Пышкиной подготовил для печати ее научный руководитель В.М.Бабич.

ляются уже в членах порядка O(I). Это связано с тем, что в задаче, рассмотренной Т.Ф.Панкратовой, разделение колебаний на ТЕ и ТМ волны невозможно.

Применяя методику, близкую к методике работ М.Ф.Пышкиной и Б.Н. Семенова, Н.В.Сванидзе нашел в явном виде поправку к формуле первого приближения для частоты двухзеркального трехмерного резонатора. Т.М.Попова, применяя метод эталонных задач, рассмотрела плоский скалярный случай задачи о многозеркальном резонаторе

Все эти работы, посвященные построению высших приближений, дают возможность получить математически строгие результаты о собственных числах и функциях рассматриваемых задач. Абстрактной основой для этого является следующая теорема из теории операторов в гильбертовом пространстве:

Пусть A – самосопряженный оператор с дискретным спектром в пространстве Гильберта. Пусть далее. $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n \ldots \to \infty$ последовательность вещественных чисел, $u_1, u_2, \ldots, u_n \ldots$ последовательность элементов пространства Гильберта, равных по модулю единице и таких, что

I) u_n – принадлежат области определения оператора A,

2) $\|(A-\lambda_n)u_n\| \leq C\lambda_n^{-s}$,

тогда

I. Существует подпоследовательность собственных чисел оператора A :

$$\lambda^{+}_{x_1}, \; \lambda^{+}_{x_2}, \ldots$$

такая, что

$$|\lambda_n - \lambda_{\varkappa_1}| < C\lambda_n^{-s}$$

2.

$$\|u_n - P_{\Delta_n} u_n\| \leq \frac{C}{C_1} \lambda_n^{-(s-s_1)},$$

где $P_{\Delta n}$ - проектор на часть спектра, попадающую в интервал

$$\Delta_n = [\lambda_n - C_1\lambda_n^{-5}, \ \lambda_n + C_1\lambda_n^{-5,}].$$

Пользуясь этой теоремой можно доказать, что формальные ряды для собственных частот, полученные М.Ф.Пышкиной, Б. .Семеновым, Т.Ф.Пакратовой и Т.М.Поповой, являются асимптотическими разложениями собственных чисел некоторых краевых задач, естественно связанных с задачами, рассмотренными авторами.

В работе Н.Я.Кирпичниковой построены весьма своеобразные асимптотические решения динамических уравнений теории упругости: при больших частотах они сосредотачиваются в окрестности изолированного луча релеевских или поперечных волн на поверхности упругого тела. Методика, примененная ею, является интересным аналогом методики Олвера в теории линейных обыкновенных дифференциальных уравнений, содержащих большой параметр.

В работе П.В.Крауклиса в лучевом приближении оценивается влияние скоростных характеристик сред на амплитуды нестационарных поверхностных волн Релея и Стоунли. В работе применяется предложенный ранее В.М.Бабичем метод, который позволяет на основе энергетических соотношений находить характеристики поля, остающиеся инвариантными вдоль лучей распространяющихся упругих волн.

В работе В.М.Бабича и Ю.П.Данилова строится формальное решение уравнения Шредингера, сосредоточенное в окрестности некоторого классического движения.

С методом параболического уравнения связана и работа Н.В.Цепелева. В ней автор рассматривает задачу о распространении колебаний в области тени, возникающей на слабой границе раздела двух неоднородных сред. При этом скорости v_v в них таковы, что при фиксированном x $v_1 = const$, $v_2(z)$ - убывающая функция и $v_2(0) = v_1$.

Статья А.С.Благовещенского посвящена решению обратной задачи для гиперболического уравнения. Проблема заключается в отыскании коэффициентов уравнения по некоторым характеристикам решения рассмотренной в работе краевой задачи.

В работе Б.А.Белинского рассматривается ряд задач на определение пары функций, одна из которых принадлежит некоторому подпространству подпространства $L_2(a, b)$, где $|a|$ и $|b|<\infty$, другая - его ортогональному дополнению. Между этими функциями предполагается линейная связь. Часть из этих задач решается в явном виде, другая же часть приводится к уравнениям типа Фредгольма.

В.М.Бабич.