O. B. Shalaginova, R. E. Stakhno, A. A. Gonchar, Development of an automated information system for calculating the movement of a high-speed small-sized body, *Comp. nanotechnol.*, 2022, Volume 9, Issue 4, 22–29

https://www.mathnet.ru/eng/cn391

АВТОМАТИЗАЦИЯ И УПРАВЛЕНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ И ПРОИЗВОДСТВАМИ

AUTOMATION OF MANUFACTURING AND TECHNOLOGICAL PROCESSES

2.3.8 ***ИНФОРМАТИКА И ИНФОРМАЦИОННЫЕ ПРОЦЕССЫ***

INFORMATICS AND INFORMATION PROCESSING

DOI: 10.33693/2313-223X-2022-9-4-22-29

УДК 004.03

Разработка автоматизированной информационной системы расчета движения высокоскоростного малоразмерного тела

О.Б. Шалагинова[a] ©, Р.Е. Стахно[b] ©, А.А. Гончар[c] ©

Санкт-Петербургский университет Министерства внутренних дел России, г. Санкт-Петербург, Российская Федерация

[a] E-mail: shalaginova1337@yandex.ru

[b] E-mail: stahno.spumvd@bk.ru

[c] E-mail: gonchar.tema@yandex.ru

Аннотация. В статье представлен вариант разработки автоматизированной информационной системы математического моделирования движения высокоскоростного малоразмерного тела на основе дифференциальных уравнений и аппроксимации траектории движения высокоскоростного малоразмерного тела численными методами, а также сравнительный анализ различных вариантов численных решений. Автоматизированная информационная система позволяет произвести вычисление координат полетной траектории высокоскоростного малоразмерного тела на основе дифференциального уравнения, также определение координат траектории полета методом Эйлера, с помощью интерполяционного многочлена Ньютона и интерполяционного многочлена Лагранжа. В работе выполняется поиск подходящего варианта численных решений, а также расчеты движения высокоскоростного малоразмерного тела в условиях ограниченного времени на принятие решений. Проводится обоснование применения автоматизированной информационной системы для автоматизации расчета и анализа движения высокоскоростного малоразмерного тела. При проектировании автоматизированной информационной системы расчета и анализа полета высокоскоростного малоразмерного тела предлагается применить четыре модуля расчетов траектории полета высокоскоростного малоразмерного тела численными методами и модуль для сравнительного анализа и выдачи результатов оптимально варианта. Предлагаемая автоматизированная информационная система должна предоставлять пользователям бесперебойную работу, удобный интерфейс, требуемое время реакции системы на запрос, создание необходимых отчетов. Отчеты должны отражать все виды расчетов, а также сравнительный анализ с выбором оптимально варианта расчета траектории полета высокоскоростного малоразмерного тела. Автоматизированная информационная система необходима для повышения качества расчетов и анализа движения при разработке нового и модернизации имеющегося стрелкового оружия.

Ключевые слова: автоматизированная информационная система, дифференциальное уравнение, метод Бернулли, метод Эйлера, интерполяционный многочлен Ньютона, интерполяционный многочлен Лагранжа

ССЫЛКА НА СТАТЬЮ: Шалагинова О.Б., Стахно Р.Е., Гончар А.А. Разработка автоматизированной информационной системы расчета движения высокоскоростного малоразмерного тела // Computational Nanotechnology. 2022. Т. 9. № 4. С. 22–29. DOI: 10.33693/2313-223X-2022-9-4-22-29

DOI: 10.33693/2313-223X-2022-9-4-22-29

Development of an Automated Information System for Calculating the Movement of a High-speed Small-sized Body

O.B. Shalaginova[a] ©, R.E. Stakhno[b] ©, A.A. Gonchar[c] ©

St. Petersburg University of the Ministry of Internal Affairs of Russia, St. Petersburg, Russian Federation

[a] E-mail: shalaginova1337@yandex.ru

[b] E-mail: stahno.spumvd@bk.ru

[c] E-mail: gonchar.tema@yandex.ru

Abstract. The article presents a variant of the development of an automated information system for mathematical modeling of the movement of a high-speed small-sized body based on differential equations and approximation of the trajectory of a high-speed small-sized body by numerical methods, as well as a comparative analysis of various options for numerical solutions. The automated information system allows calculating the flight trajectory coordinates of a high-speed small-sized body based on a differential equation, as well as determining the flight trajectory coordinates by the Euler method, using the Newton interpolation polynomial and the Lagrange interpolation polynomial. In the article, a search for a suitable variant of numerical solutions is carried out, as well as calculations of the movement of a high-speed small-sized body under conditions of limited time for decision-making. The substantiation of the use of an automated information system to automate the calculation and analysis of the movement of a high-speed small-sized body is carried out. While designing an automated information system for calculating and analyzing the flight of a high-speed small-sized body, it is proposed to apply four modules for calculating the flight trajectory of a high-speed small-sized body by numerical methods and a module for comparative analysis and making the results of the optimal variant. The proposed automated information system should provide users with uninterrupted operation, a convenient interface, the required system response time to a request, and the creation of necessary reports. The reports should reflect all types of calculations, as well as a comparative analysis with the choice of the optimal option for calculating the flight path of a high-speed small-sized body. An automated information system is needed to improve the quality of calculations and analysis of movement in the development of new and modernization of existing small arms.

Key words: automated information system, differential equation, Bernoulli method, Euler method, Newton interpolation polynomial, Lagrange interpolation polynomial

FOR CITATION: Shalaginova O.B., Stakhno R.E., Gonchar A.A. Development of an Automated Information System for Calculating the Movement of a High-speed Small-sized Body. *Computational Nanotechnology*. 2022. Vol. 9. No. 4. Pp. 22–29. (In Rus.) DOI: 10.33693/2313-223X-2022-9-4-22-29

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность задачи расчета движения высокоскоростного малоразмерного тела (ВМТ) обуславливается сложностью расчета движения ВМТ, а также возникающим выбором оптимального варианта решения поставленной задачи.

Цель задачи состоит в разработке математической модели движения ВМТ на основе дифференциальных уравнений и аппроксимации траектории движения тела численными методами, моделирование характеристик измерительной системы на основе точной математической модели траектории, а также в сравнительном анализе различных вариантов численных решений, где анализ и преобразование информации, выполняется с помощью вычислительной техники.

Поиск подходящего варианта численных решений, а также расчеты движения высокоскоростного малоразмерного тела могут отнять много времени, что не очень удобно в условиях ограниченного времени на принятие решений. Также вычисления, выполняемые вручную, могут быть недостаточно точными в отличие от результата, полученного с помощью вычислительной техники, поэтому предлагается разработать автоматизированную информационную систему для автоматизации расчета и анализа движения ВМТ.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Для расчета движения ВМТ необходимо сформулировать математическую постановку задачи и составить алгоритм основных этапов численной обработки информации.

Предполагаем, что траектория полета ВМТ, определяющегося параметрами a_1 и a_2, описывается дифференциальным уравнением:

$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = a_1 \frac{y}{t} + a_2 t^3.$$

Требуется получить точное аналитическое решение заданного дифференциального уравнения с начальным условием $y(t_0) = y_0$ – выражение $y(t)$ координаты траектории полета, приближенное решение методом Эйлера на отрезке времени 0,1 мин после начала движения ВМТ при начальном условии $y(t_0) = y_0$, построить приближенное аналитическое выражение траектории полета ВМТ с помощью интерполяционного многочлена Ньютона, построить приближенное аналитическое выражение траектории полета ВМТ с помощью интерполяционного многочлена Лагранжа, провести сравнительный анализ траекторий полета ВМТ, полученных численными методами.

МЕТОДЫ И МАТЕРИАЛЫ

При проектировании автоматизированной информационной системы расчета и анализа полета ВМТ предлагается применить четыре модуля расчетов траектории полета ВМТ численными методами и модуль для сравнительного анализа и выдачи результатов оптимально расчета траектории полета ВМТ (рис. 1).

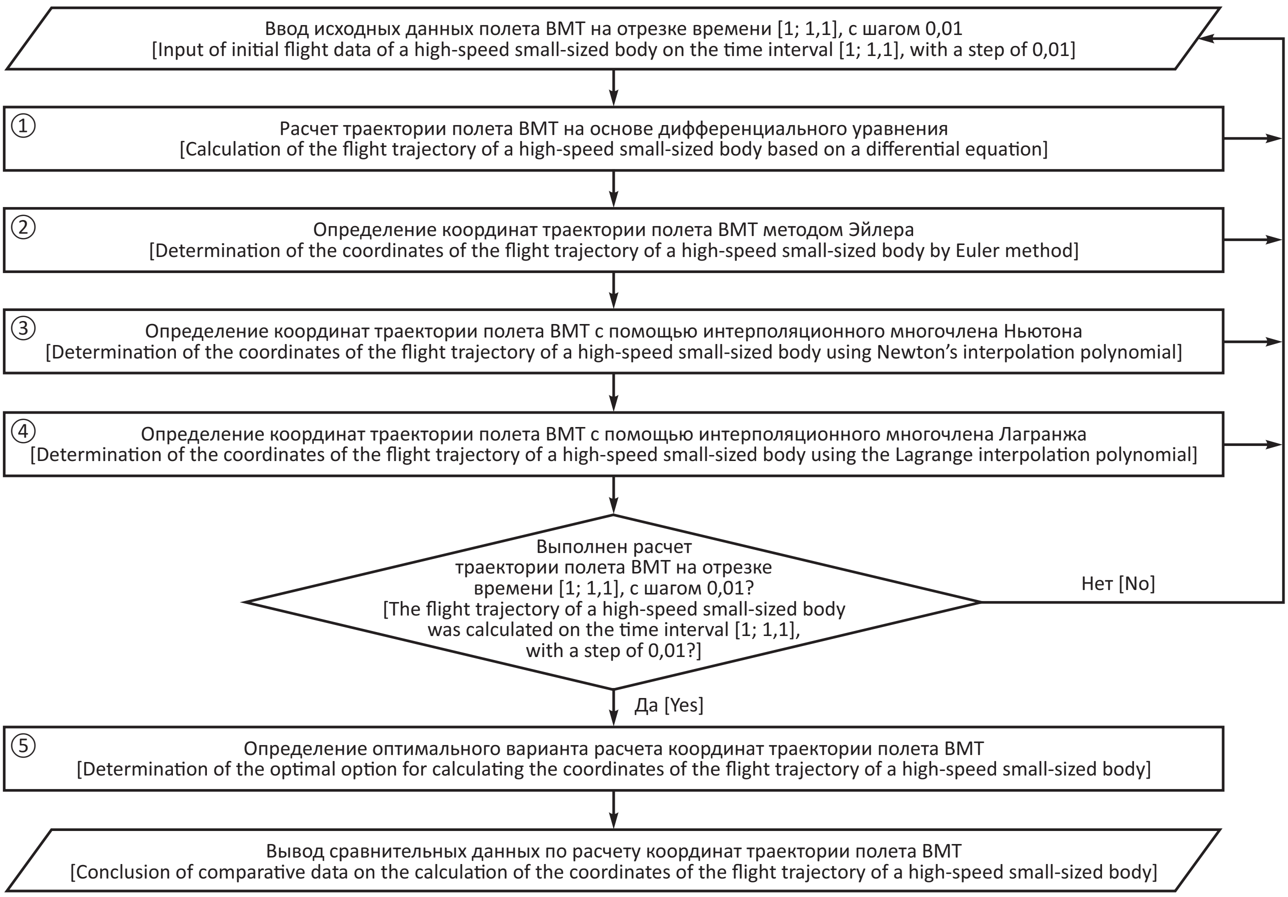

Рис. 1. Структурная схема автоматизированной информационной системы расчета и анализа полета ВМТ

Fig. 1. Structural diagram of the automated information system for calculating and analyzing a high-speed small-sized body flight

Данная автоматизированная информационная система должна предоставлять пользователям бесперебойную работу, удобный интерфейс, требуемое время реакции системы на запрос, создание необходимых отчетов. Отчеты должны отражать все виды расчетов, а также сравнительный анализ с выбором оптимально варианта расчета траектории полета ВМТ.

Структурная схема состоит из пяти функциональных модулей:

 ISSN 2313-223X Print
ISSN 2587-9693 Online

- модуль 1: расчет траектории полета ВМТ на основе дифференциального уравнения;
- модуль 2: определение координат траектории полета ВМТ методом Эйлера;
- модуль 3: определение координат траектории полета ВМТ с помощью интерполяционного многочлена Ньютона;
- модуль 4: определение координат траектории полета ВМТ с помощью интерполяционного многочлена Лагранжа;
- модуль 5: определение оптимального варианта расчета координат траектории полета ВМТ.

ВАРИАНТЫ РЕШЕНИЯ ПОСТАВЛЕННОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ

Модуль 1. *Расчет траектории полета на основе дифференциального уравнения*

Исходные параметры ВМТ:

$$a_1 = 2; \quad a_2 = 2.$$

и начальное условие:

$$t_0 = 1; \quad y_0 = 6.$$

Таким образом, поставлена задача Коши для линейного дифференциального уравнения первого порядка

$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = 2\frac{y}{t} + 2t^3$$

при $t = 1$, $y = 6$

$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} - 2\frac{y}{t} = 2t^3.$$

Получим точное аналитическое решение. Применяем метод Бернулли [2]. Полагаем, что:

$$y = UV,$$

тогда

$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = U\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} + V\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t} = UV' + VU'.$$

Подставляя выражения для y и $\mathrm{d}y/\mathrm{d}t$ в уравнение, будем иметь:

$$U'V + V'U - 2\frac{UV}{t} = 2t^3,$$

или

$$U\left(V' - 2\frac{V}{t}\right) + U'V = 2t^3.$$

Выберем функцию V такой, чтобы выполнялось

$$\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} - 2\frac{V}{t} = 0.$$

Разделяя переменные, в этом дифференциальном уравнении относительно функции V и интегрируя, получаем:

$$\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} = 2\frac{V}{t};$$

$$\frac{\mathrm{d}V}{V} = 2\frac{\mathrm{d}t}{t};$$

$$\int \frac{\mathrm{d}V}{V} = \int 2\frac{\mathrm{d}t}{t};$$

$$\ln|V| = 2\ln|t|;$$

$$\ln|V| = \ln|t|^2;$$

$$V = t^2.$$

Учитывая, что

$$V' - 2\frac{V}{t} = 0,$$

вспомогательное уравнение записываем в виде:

$$\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t}V = 2t^3.$$

Подставляя в это уравнение найденное выражение для функции V, получаем:

$$\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t}t^2 = 2t^3,$$

или

$$\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t} = 2t,$$

откуда

$$\mathrm{d}U = 2t\,\mathrm{d}t;$$

$$\int \mathrm{d}U = 2\int t\,\mathrm{d}t;$$

$$U = 2\frac{t^2}{2} + C = t^2 + C.$$

Следовательно, общее аналитическое решение заданного уравнения будет иметь вид:

$$y = UV = t^2(t^2 + c),$$

$$y = t^4 + ct^2.$$

Найдем частное решение, удовлетворяющее заданному начальному условию $y = 6$ при $t = 1$.

Таким образом, $c = 5$, искомое частное решение дифференциального уравнения – точное аналитическое решение задачи Коши – таково:

$$y(t) = t^4 + 5t^2.$$

Модуль 2. *Определение координат траектории полета ВМТ методом Эйлера*

Приближенное решение методом Эйлера – это численное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее начальному условию при t = 1, y = 6, на отрезке [1; 1, 1], выбрав шаг, h = 0,001. Вычислим абсолютную погрешность в табличных точках.

Согласно условию, имеем:

$$f\left(t,\ y\right) = 2\frac{y}{t} + 2t^3.$$

так как

$$h = 0,01 = \frac{1,1-1}{m},$$

то

$$m = \frac{1,1-1}{0,01} = \frac{0,1}{0,01} = 10,$$

то есть m = 10, $k = \overline{1,10}$.

Значения t_k, $\tilde{y}_k$, где $k = \overline{1,10}$, вычисляем по формулам:

$$t_k = t_{k-1} + kh;$$

$$\tilde{y}_k = \tilde{y}_{k-1} + \int\left(t_{k-1},\ \tilde{y}_{k-1}\right)h.$$

Таким образом

$$\tilde{y}_1 = \tilde{y}_0 + \int\left(t_0,\ \tilde{y}_0\right)0,01;$$

$$\tilde{y}_2 = \tilde{y}_1 + \int\left(t_1,\ \tilde{y}_1\right)0,01;$$

$$\ldots$$

$$\tilde{y}_{10} = \tilde{y}_9 + \int\left(t_9,\ \tilde{y}_9\right)0,01.$$

Результаты вычислений представим в табл. 1.

Таблица 1

k	t_k	$\tilde{y}_k$	Вычисляем [Calculate] $f\left(t,\ \tilde{y}_k\right) = 2\frac{\tilde{y}_k}{t_k} + 2t_k^3$	$\tilde{y}_{k+1} = \tilde{y}_k + \int(t_k, \tilde{y}_k)h$	Точное значение решения [The exact value of the solution] $y(t_{k+1})$	$abc_{\text{погр}}\Delta = \lvert y(t_{k+1} - \tilde{y}_{k+1})\rvert$
0	1,00	6,0000	14,0000	6,1400	6,1411	0,0011
1	1,01	6,1400	14,2190	6,2822	6,2844	0,0022
2	1,02	6,2822	14,4404	6,4266	6,4300	0,0034
3	1,03	6,4266	14,6642	6,5732	6,5779	0,0047
4	1,04	6,5732	14,8906	6,7221	6,7280	0,0059
5	1,05	6,7221	15,1192	6,8732	6,8805	0,0073
6	1,06	6,8732	15,3503	7,0267	7,0353	0,0086
7	1,07	7,0267	15,5840	7,1825	7,1925	0,0100
8	1,08	7,1825	15,8203	7,3407	7,3529	0,0122
9	1,09	7,3407	16,0592	7,5013	7,5141	0,0128
10	1,10	7,5013				

Модуль 3. *Определение координат траектории полета ВМТ с помощью интерполяционного многочлена Ньютона*

Построим приближенное аналитическое выражение траектории полета ВМТ с помощью интерполяционного многочлена на основе первой интерполяционной формулы Ньютона. Вычисления ведем с четырьмя знаками после запятой. Используем интерполяционную формулу Ньютона в форме

$$P_n\left(t\right) = y_0 + q\Delta y_0 + \frac{q\left(q-1\right)}{2!}\Delta^2 y_0 + + K + \frac{q\left(q-1\right)K\left(q-n+1\right)}{n!}\Delta^n y_0,$$

где

$$q = \frac{t - t_0}{h};$$

$\Delta^n y_i = \Delta^{n-1} y_{i+1} - \Delta^{n-1} y_i$ – конечные разности

$$n = 1, 2, K;$$

$$i = 0, 1, 2, K;$$

$$\Delta y_0 = y_1 - y_0;$$

$$\Delta^3 y_0 = \Delta^2 y_1 - \Delta^2 y_0.$$

Предварительно для $\tilde{y}_k$ (k = 0,10) составим таблицу конечных разностей (табл. 2).

Таблица 2

k	t_k	$\tilde{y}_k$	$\Delta\tilde{y}_k$	$\Delta^2\tilde{y}_k$
0	1,00	6,0000	0,1400	0,0022
1	1,01	6,1400	0,1422	0,0022
2	1,02	6,2822	0,1444	0,0022
3	1,03	6,4266	0,1466	0,0023
4	1,04	6,5732	0,1489	0,0022
5	1,05	6,7221	0,1511	0,0024
6	1,06	6,8732	0,1535	0,0023
7	1,07	7,0267	0,1558	0,0024
8	1,08	7,1825	0,1582	0,0024
9	1,09	7,3407	0,1606	
10	1,10	7,5013		

Составляя таблицу конечных разностей для $\tilde{y}_k$ ($k=\overline{1,10}$), убеждаемся, что вторые разности практически постоянны

$$\Delta^2\tilde{y}_k = \Delta\tilde{y}_{k+1} - \Delta\tilde{y}_k \ (k = 0{,}8)$$

и поэтому ограничиваемся ими и полагаем, $n = 2$. Применяем первую интерполяционную формулу Ньютона второй степени [2], используя подчеркнутые конечные разности первой ($k = 0$) строки таблицы.

$$P_2(t) = \tilde{y}_0 + q\Delta\tilde{y}_0 + \frac{q(q-1)}{2!}\Delta^2 y_0;$$

$$q = \frac{(t-1)}{0{,}01} = 100(t-1);$$

$$q-1 = \frac{t-1-0{,}01}{0{,}01} = 100(t-1{,}01);$$

$$y_k = 6{,}0000; \quad \Delta\tilde{y}_0 = 1{,}4000; \quad \Delta^2\tilde{y}_0 = 0{,}0022;$$

$$\begin{aligned} P_2(t) &= 6 + 100(t-1)0{,}14 + \\ &+ \frac{100(t-1)100(t-1{,}01)}{2!}0{,}0022 = \\ &= 6 + 14t - 14 + 11\left(t^2 - 1{,}01t - t + 1{,}01\right) = \\ &= 14t - 8 + 11\left(t^2 - 2{,}01t + 1{,}01\right) = \\ &= 14t - 8 + 11t^2 - 22{,}11t + 11{,}11 = \\ &= 11t^2 - 8{,}11t + 3{,}11. \end{aligned}$$

Итак, $P_2(t) = 11t^2 - 8{,}11t + 3{,}11$ – приближенное аналитическое решение дифференциального уравнения, построенное с помощью интерполяционного многочлена Ньютона.

Модуль 4. *Определение координат траектории полета ВМТ с помощью интерполяционного многочлена Лагранжа*

Для функции $y(t)$ по найденным методам Эйлера приближенным значениям на отрезке [1; 1, 1] построим приближенное аналитическое решение с помощью интерполяционного многочлена Лагранжа той же степени $n = 2$, что и построенный интерполяционный многочлен Ньютона.

Интерполяционная формула Лагранжа имеет вид:

$$\begin{aligned} L_n(t) &= \frac{(t-t_1)(t-t_1)K(t-t_n)}{(t_0-t_1)(t_0-t_2)K(t_0-t_n)}y_0 + \\ &+ \frac{(t-t_0)(t-t_2)K(t-t_n)}{(t_0-t_1)(t_1-t_2)K(t_1-t_n)}y_1 + \\ &+ \frac{(t-t_0)(t-t_1)(t-t_2)K(t-t_n)}{(t_2-t_0)(t_2-t_1)(t_2-t_3)K(t_2-t_n)}y_2 + \\ &+ K + \frac{(t-t_0)(t-t_1)K(t-t_{n-1})}{(t_n-t_0)(t_n-t_1)K(t_n-t_{n-1})}y_n. \end{aligned}$$

При $n = 2$

$$\begin{aligned} L_2(t) &= \frac{(t-t_1)(t-t_2)}{(t_0-t_1)(t_0-t_2)}y_0 + \\ &+ \frac{(t-t_0)(t-t_2)}{(t_1-t_0)(t_1-t_2)}y_1 + \frac{(t-t_0)(t-t_1)}{(t_2-t_0)(t_2-t_1)}y_2. \end{aligned}$$

Таким образом, для построения интерполяционного многочлена Лагранжа второй степени на отрезке [1; 1, 1] понадобится три узла интерполирования

t_i = (i = 0,2) на этом отрезке [1; 1, 1]. Выберем их следующим образом:

$$t_0 = 1{,}00;$$

$$t_1 = 1{,}05;$$

$$t_2 = 1{,}10.$$

$y_1\ (1 = \overline{0,2}\,)$ приближенные значения функции $y(t)$, найденные в этих узлах методом Эйлера:

$$y_1 = \tilde{y}_0 = 6{,}0000;$$

$$y_1 = \tilde{y}_5 = 6{,}7221;$$

$$y_1 = \tilde{y}_{10} = 7{,}5013.$$

Для выбранных значений узлов интерполирования $t_i\ (\,i = \overline{0,2}\,)$ вспомогательная таблица приобретает вид:

$$\begin{array}{lll} \underline{t-1} & -0{,}05 & -0{,}10 \\ 0{,}05 & \underline{t-1{,}05} & -0{,}05 \\ 0{,}10 & 0{,}05 & \underline{t-1{,}10} \end{array}$$

Далее строим $L_2(t)$:

$$L_2(t) = \frac{(t-1{,}05)(t-1{,}1)}{(-0{,}05)(-0{,}1)}6 + \frac{(t-1)(t-1{,}1)}{0{,}05(-0{,}05)}6{,}7221 +$$
$$+\frac{(t-1)(t-1{,}05)}{0{,}1\cdot 0{,}05}7{,}5013 = \frac{t^2-2{,}15t+1{,}155}{0{,}005}6 +$$
$$+\frac{t^2-2{,}1t+1{,}1}{-0{,}0025}6{,}7221 + \frac{t^2-2{,}05t+1{,}05}{0{,}005}7{,}5013 =$$
$$=\left(t^2-2{,}15t+1{,}155\right)1200 - \left(t^2-2{,}1t+1{,}1\right)2688{,}8 +$$
$$+\left(t^2-2{,}05t+1{,}05\right)1500{,}2 = 11{,}42t^2 - 8{,}97t + 3{,}55.$$

Итак, $L_2(t) = 11{,}42t^2 - 8{,}97t + 3{,}55$ – приближенное аналитическое решение дифференциального уравнения, построенное с помощью интерполяционного многочлена Лагранжа.

Модуль 5. *Определение оптимального варианта расчета координат траектории полета ВМТ*

Проведем сравнительный анализ траекторий, полученных численными методами. Вычислим фактические ошибки (модуль разности между точным аналитическим и приближенным аналитическим решением в табличных точках t_k (k = 0,11)) для построенных интерполяционного многочлена Ньютона и интерполяционного многочлена Лагранжа. Составим свободную таблицу для вычисленной ранее абсолютной погрешности метода Эйлера, фактической ошибки интерполяционного многочлена Ньютона, фактической ошибки интерполяционного многочлена Лагранжа (табл. 3).

ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Приближенное решение заданного дифференциального уравнения методом Эйлера с шагом h = 0,01, приближенное аналитическое решение с помощью интерполяционного многочлена Ньютона и приближенное аналитическое решение с помощью интерполяционного многочлена Лагранжа имеют практически одинаковую точность на отрезке времени 0,1 мин.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проводя заключительный анализ, напомним, что в работе был предложен метод расчета изменения координат ВМТ в зависимости от координат точки выстрела с помощью теории дифференциальных уравнений и численных методов состоящий из четырех модулей.

Сравнительный анализ в пятом модуле по определению оптимального варианта расчета координат траектории полета ВМТ показал практическое совпадение результатов до двух знаков после запятой. Указанное обстоятельство подтверждает достоверность проведенных исследований.

Таблица 3

k	t_k	$y(t_k)$	$\tilde{y}_k$	$P_2(t_k)$	$L_2(t_k)$	$\Delta abc = \lvert y(t_k) - \tilde{y}_k \rvert$	**Фактические ошибки [Factual erros]**	
							$\lvert y(t_k) - P_2(t_k)\rvert$	$\lvert y(t_k) - L_2(t_k)\rvert$
0	1,00	6,0000	6,0000	6,0000	6,0000	0,0000	0,0000	0,0000
1	1,01	6,1411	6,1400	6,1400	6,1398	0,0011	0,0011	0,0013
2	1,02	6,2844	6,2822	6,2822	6,2887	0,0022	0,0022	0,0025
3	1,03	6,4300	6,4266	6,4266	6,4263	0,0034	0,0034	0,0037
4	1,04	6,5779	6,5732	6,5732	6,5730	0,0047	0,0047	0,0049
5	1,05	6,7280	6,7221	6,7220	6,7220	0,0059	0,0060	0,0060
6	1,06	6,8805	6,8732	6,8730	6,8733	0,0073	0,0075	0,0072
7	1,07	7,0353	7,0267	6,0262	7,0268	0,0086	0,0091	0,0085
8	1,08	7,1925	7,1825	7,1816	7,1826	0,0100	0,0109	0,0099
9	1,09	7,3529	7,3407	7,3392	7,3408	0,0122	0,0129	0,0121
10	1,10	7,5141	7,5013	7,4990	7,5012	0,0128	0,0151	0,0129

ISSN 2313-223X Print
ISSN 2587-9693 Online

Литература

1. *Волков Е.А.* Численные методы: учеб. пособие для вузов. 6-е изд., стер. СПб.: Лань, 2021. 252 с.
2. *Жарова Н.Р.*, *Кузнецова Л.Г.* Дифференциальные уравнения: учеб. пособие. Изд. 3-е, испр. и доп. Нижневартовск: Изд-во Нижневарт. гос. ун-та, 2014, 147 с.

References

1. *Volkov E.A.* Numerical methods: Textbook for universities. 6th ed., ster. St. Petersburg: Lan, 2021. 252 p.
2. *Zharova N.R.*, *Kuznetsova L.G.* Differential Equations: Textbook. Ed. 3rd, rev. and add. Nizhnevartovsk: Nizhnevartovsk State University Publishing House, 2014. 147 p.

Статья проверена программой Антиплагиат. Оригинальность – 85,04%

Р е ц е н з е н т: *Яковлева Н.А.*, кандидат психологических наук, доцент; начальник кафедры математики и информатики Санкт-Петербургского университета Министерства внутренних дел России

Статья поступила в редакцию 28.10.2022, принята к публикации 26.11.2022
The article was received on 28.10.2022, accepted for publication 26.11.2022

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

Шалагинова Ольга Борисовна, кандидат физико-математических наук, доцент; доцент кафедры математики и информатики Санкт-Петербургского университета Министерства внутренних дел России. Санкт-Петербург, Российская Федерация. ORCID: 0000-0002-9073-5830; E-mail: shalaginova1337@yandex.ru

Стахно Роман Евгеньевич, кандидат технических наук, доцент; заместитель начальника кафедры математики и информатики Санкт-Петербургского университета Министерства внутренних дел России. Санкт-Петербург, Российская Федерация. ORCID: 0000-0002-8486-1443; SPIN-код: 5063-2635; Author ID: 827187; E-mail: piter_rus@mail.ru

Гончар Артем Александрович, кандидат военных наук; доцент кафедры математики и информатики Санкт-Петербургского университета Министерства внутренних дел России. Санкт-Петербург, Российская Федерация. ORCID: 0000-0003-4973-8789; SPIN-код: 8208-8808; Author ID: 783241; E-mail: gonchar.tema@yandex.ru

ABOUT THE AUTHORS

Olga B. Shalaginova, Cand. Sci. (Phys.-Math.), Associate Professor; associate professor at the Department of Mathematics and Informatics, St. Petersburg University of the Ministry of Internal Affairs of Russia. St. Petersburg, Russian Federation. ORCID: 0000-0002-9073-5830; E-mail: shalaginova1337@yandex.ru

Roman E. Stakhno, Cand. Sci. (Eng.), Associate Professor; deputy Head at the Department of Mathematics and Informatics, St. Petersburg University of the Ministry of Internal Affairs of Russia. St. Petersburg, Russian Federation. ORCID: 0000-0002-8486-1443; SPIN: 5063-2635; Author ID: 827187; E-mail: piter_rus@mail.ru

Artem A. Gonchar, Cand. Sci. (Military); associate professor at the Department of Mathematics and Informatics, St. Petersburg University of the Ministry of Internal Affairs of Russia. St. Petersburg, Russian Federation. ORCID: 0000-0003-4973-8789; SPIN: 8208-8808; Author ID: 783241; E-mail: gonchar.tema@yandex.ru