Math-Net.Ru
Общероссийский математический портал

А. М. Кытманов, Об одном классе многомерных распределений,
Изв. вузов. Матем., 1980, номер 10, 23–28

https://www.mathnet.ru/ivm4989

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
https://www.mathnet.ru/rus/agreement

Параметры загрузки:
IP: 18.97.9.171
20 января 2026 г., 06:43:01

ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

1980 МАТЕМАТИКА № 10 (221)

А. М. Кытманов УДК 517.982

ОБ ОДНОМ КЛАССЕ МНОГОМЕРНЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ

Пусть R^{n+1} — пространство переменных $(x_1, \ldots, x_n, y) = (x, y)$, а $R_+^{n+1} = \{(x, y) \in R^{n+1} : y > 0\}$, тогда $R^n = \{(x, y) : y = 0\}$. Будем говорить, что функция $f(x, y)$, заданная в R_+^{n+1}, имеет конечный порядок роста при $y \to +0$, если для любого компакта $M \subset R^n$ существуют $C > 0$ и $m > 0$ такие, что $|f(x, y)| < Cy^{-m}$ для $x \in M$ и $0 < y \leqslant 1$.

Обозначим через H множество гармонических в R_+^{n+1} функций $f(x, y)$, имеющих конечный порядок роста при $y \to +0$, а через K — множество гармонических в R_+^{n+1} функций, которые непрерывно продолжаются на $R^n \cup R_+^{n+1}$ и на R^n равны нулю, $K \subset H$. Напомним результаты из работы [1].

Теорема 1 ([1]). *Каждая функция $f \in H$ является гармоническим представлением некоторого распределения $T_f \in \mathbf{D}'(R^n)$ в том смысле, что*

$$\lim_{\varepsilon \to +0} \int\limits_{y=\varepsilon} f(x, y) \varphi(x)\, dx = T(\varphi), \quad \varphi \in \mathbf{D}(R^n). \tag{1}$$

Отображение $A : H \to \mathbf{D}'(R^n)$, определяемое равенством (1), *сюрьективно, ядро этого отображения совпадает с K. Таким образом, $\mathbf{D}' \cong H/K$.*

Далее в [1] строилось умножение распределений из $\mathbf{D}'(R^n)$, с использованием идеи В. К. Иванова из работы [2]. Через H^* обозначалась алгебра функций, порожденная множеством H, множество K^* состояло из тех функций из H^*, для которых предел в формуле (1) равен нулю для всех $\varphi \in \mathbf{D}(R^n)$, а $\mathbf{D}^* = H^*/K^*$. Произведением двух распределений T и S назывался элемент $(fg + K^*) \in \mathbf{D}^*$, где f и g — гармонические представления T и S, соответственно. Множество $\mathbf{D}^*$ называлось пространством гиперраспределений. В [1] было показано, что введенное таким образом умножение обладает рядом естественных свойств: а) умножение определено однозначно; б) если $\operatorname{supp} T \cap \operatorname{supp} S = \varnothing$, то $T \circ S = 0$; в) если T и S заданы непрерывными функциями $T(x)$ и $S(x)$, то $T \circ S = T(x) S(x)$.

В данной работе покажем, что представлением распределений могут служить не только гармонические функции, и приведем конкретные примеры на умножение распределений, обобщающие соответствующие тождества для одномерного случая.

Лемма 1. *Пусть $f(x, y)$ — полигармоническая функция степени m (т. е. $\Delta^m f = 0$, где Δ — оператор Лапласа в R^{n+1}), заданная в R_+^{n+1}, тогда*

$$f(x, y) = f_0(x, y) + y f_1(x, y) + \ldots + y^{m-1} f_{m-1}(x, y), \tag{2}$$

где $f_j(x, y)$ — гармонические в R_+^{n+1} функции, $j = 0, 1, \ldots, m-1$, причем, если f имеет конечный порядок роста при $y \to +0$, то $f_j \in H$, $j = 0, 1, \ldots, m-1$.

Доказательство леммы проведем индукцией по m. При $m = 1$ равенство (2) очевидно верно. Пусть $\Delta^m f = 0$ $(m > 1)$, тогда мы должны иметь

$$f = f_0 + y f_1 + \ldots + y^{m-1} f_{m-1} = \sum_{j=0}^{m-1} y^j f_j(x, y),$$

отсюда

$$\Delta f = \sum_{j=0}^{m-2} y^j \left[(j+2)(j+1) f_{j+2} + 2(j+1) \frac{\partial f_{j+1}}{\partial y} \right].$$

Так как Δf имеет степень полигармоничности, равную $m - 1$, то по предположению индукции

$$\Delta f = \sum_{j=0}^{m-2} y^j \varphi_j.$$

Тогда получим, что $\varphi_j = (j+2)(j+1) f_{j+2} + 2(j+1)\,\partial f_{j+1}/\partial y$, $j = 0, 1, \ldots, m-2$, в частности $\varphi_{m-2} = 2(m-1)\,\partial f_{m-1}/\partial y$. Отыскиваем решение этого уравнения в виде

$$f_{m-1}(x, y) = \frac{1}{2(m-1)} \int_1^y \varphi_{m-2}(x, \xi)\, d\xi + \psi(x).$$

Тогда

$$\Delta f_{m-1} = \frac{1}{2(m-1)} \int_1^y \tilde{\Delta} \varphi_{m-2} d\xi + \frac{1}{2(m-1)} \frac{\partial}{\partial y} \varphi_{m-2} + \tilde{\Delta}\psi = -\frac{1}{2(m-1)} \int_1^y \frac{\partial^2 \varphi_{m-2}}{\partial \xi^2} d\xi +$$

$$+ \frac{1}{2(m-1)} \frac{\partial}{\partial y} \varphi_{m-2} + \tilde{\Delta}\psi = \frac{1}{2(m-1)} \frac{\partial}{\partial y} \varphi_{m-2}(x, 1) + \tilde{\Delta}\psi = 0.$$

Здесь $\tilde{\Delta}$ — оператор Лапласа в R^n, т. е. $\tilde{\Delta} = \sum_{j=1}^{n} \frac{\partial^2}{\partial x_j^2}$. Отсюда мы находим $\psi(x)$, таким образом, $f_{m-1}(x, y)$ найдена. Далее, из уравнения $\varphi_{m-3} = (m-1) \times \times (m-2) f_{m-1} + 2(m-2)\,\partial f_{m-2}/\partial y$ таким же образом находим f_{m-2} и т. д. Из доказательства леммы видно, что если f имеет конечный порядок роста при $y \to +0$, то все $f_j \in H$, $j = 0, 1, \ldots, m-1$.

Замечание. Из доказательства леммы 1 мы также получим, что если $f \in C^\infty(U \cup R_+^{n+1})$, то и $f_j \in C^\infty(U \cup R_+^{n+1})$, где U — некоторое открытое множество в R^n.

Обозначим множество полигармонических в R_+^{n+1} функций, имеющих конечный порядок роста при $y \to +0$, через H_p.

Следствие. *Пусть $f \in H_p$, тогда $f(x, y) \to T_f \in \mathbf{D}'(R^n)$ при $y \to +0$ в смысле равенства* (1).

Таким образом, функции из H_p также представляют распределения из $\mathbf{D}'(R^n)$. Заметим, что по лемме 1 $H_p \subset H^*$ и $T_f = T_{f_0}$.

Нас будет интересовать вопрос, когда произведение распределений T_f и T_g снова будет распределением в том смысле, что в классе $fg + K^*$ существует функция, представляющая по формуле (1) некоторое распределение. Заметим, что в силу определения K^* все функции из $fg + K^*$ будут представлять одно и то же распределение. В этом смысле произведение распределений также определено однозначно.

Рассмотрим класс $\mathfrak{M} \subset H_p$ функций вида

$$f(x, y) = P_k(x, y)/(|x|^2 + y^2)^{k-m+(n+1)/2}, \quad k \geqslant 0, \quad m \geqslant 1, \tag{3}$$

где $P_k(x, y)$ — однородный многочлен степени k и $\Delta^m P_k = 0$. Эти функции f являются полигармоническими функциями степени m, фактически они служат преобразованиями Кельвина для многочлена $P_k(x, y)$. Выясним сначала, какие распределения они представляют.

Лемма 2. *Пусть f вида* (3) *принадлежит $\mathfrak{M}$, тогда*

$$\int_{R^n} \frac{P_k(x, y)\, x^\alpha\, dx}{(|x|^2 + y^2)^{k-m+(n+1)/2}} = 0$$

для всех мономов x^α, у которых $\|\alpha\| < k + 1 - 2m$ $(k + 1 - 2m > 0)$.

Здесь $x^\alpha = x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \ldots x_n^{\alpha_n}$, α_j — целые неотрицательные числа, а $\|\alpha\| = \alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_n$.

Доказательство. Рассмотрим интеграл

$$I(y)=\int\limits_{|x|\leqslant 1}\frac{P_k(x,\ y)\,x^\alpha\,dx}{(|x|^2+y^2)^{k-m+(n+1)/2}},\ \|\alpha\|<k+1-2m.$$

Заметим, что существует конечный предел $\lim\limits_{y\to+0} I(y)=c$. Действительно, по лемме 1 представим функцию $f(x,\ y)$ в виде $f=f_0+yf_1+\ldots+y^{m-1}f_{m-1}$, тогда

$$\lim_{y\to+0} I(y)=\sum_{j=0}^{m-1}\lim_{y\to+0} y^j\int\limits_{|x|\leqslant 1} f_j(x,\ y)\,x^\alpha\,dx.$$

Согласно замечанию после леммы 1, функции $f_j(x,\ y)$ принадлежат классу C^∞ на множестве $(R^n\setminus\{0\})\cup R^{n+1}_+$. Покажем сейчас, что предел $\lim\limits_{y\to+0}\int\limits_{|x|\leqslant 1} f_j(x,\ y)\,x^\alpha dx$, $j=0,\ 1,\ldots,\ m-1$, существует.

По лемме из работы [1] найдется такая функция $F_j(x,\ y)\in H$, которая непрерывно продолжается на множество $R^{n+1}_+\cup\{x\in R^n:|x|<2\}$, и такая, что $\partial^{2p}F_j(x,\ y)/\partial y^{2p}=f_j(x,\ y)$.

Тогда имеем, что $f_j(x,\ y)=(-1)^p\widetilde{\Delta}^p F_j(x,\ y)$, далее,

$$\int\limits_{|x|\leqslant 1}\frac{\partial}{\partial x_k}F_j(x,\ y)\cdot\varphi(x)\,dx=$$

$$=-\int\limits_{|x|\leqslant 1}F_j(x,y)\frac{\partial}{\partial x_k}\varphi(x)\,dx+(-1)^{k-1}\int\limits_{|x|=1}F_j(x,\ y)\,\varphi(x)\,dx\,[k].$$

Таким образом,

$$\int\limits_{|x|\leqslant 1} f_j(x,\ y)\,x^\alpha\,dx=(-1)^p\int\limits_{|x|\leqslant 1}F_j(x,\ y)\,\widetilde{\Delta}^p x^\alpha\,dx+\int\limits_{|x|=1}(DF_j)\,x^\alpha\,d\sigma,$$

где D — некоторый дифференциальный оператор, а $d\sigma$ — элемент поверхности сферы. Остается только заметить, что функции F_j так же, как $f_j(x,\ y)$, принадлежат классу C^∞ на множестве $R^{n+1}_+\cup\{0<|x|<2\}$ (см. доказательство леммы из [1]). Итак, существует предел $\lim\limits_{y\to+0} I(y)=c$.

Сделаем в $I(y)$ замену переменных $x=r\xi$, $|\xi|=1$, тогда

$$I(y)=\sum_{s\geqslant 0}y^s\int\limits_0^1\frac{r^{\|\alpha\|+n-1+k-s}dr}{(r^2+y^2)^{k-m+(n+1)/2}}\int\limits_{|\xi|=1}P_k^s(\xi)\,\xi^\alpha d\sigma,$$

где $P_k(x,\ y)=\sum\limits_{s\geqslant 0}y^sP_k^s(x)$, далее, делая замену $r=yt$, получим, что

$$I(y)=y^{\|\alpha\|-k-1+2m}\int\limits_0^{1/y}\sum_{s\geqslant 0}\frac{t^{\|\alpha\|+n-1+k-s}dt}{(1+t^2)^{k-m+(n+1)/2}}\int\limits_{|\xi|=1}P_k^s(\xi)\,\xi^\alpha d\sigma. \tag{4}$$

Так как существует предел $I(y)$ при $y\to+0$, то мы необходимо получим из (4), что

$$J=\int\limits_0^\infty\sum_{s\geqslant 0}\frac{t^{\|\alpha\|+n-1+k-s}dt}{(1+t^2)^{k-m+(n+1)/2}}\int\limits_{|\xi|=1}P_k^s(\xi)\,\xi^\alpha d\sigma=0.$$

Этот несобственный интеграл сходится, т. к. $\|\alpha\|<k+1-2m$. Нетрудно заметить, что

$$\int\limits_{R^n} \frac{P_k(x,\ y)\, x^\alpha\, dx}{(|x|^2+y^2)^{k-m+(n+1)/2}} = J\cdot y^{\|\alpha\|-k-1+2m} = 0.$$

Лемма 3. *Пусть* $f(x,\ y)$ *вида* (3) *принадлежит* $\mathfrak{M}$ *и* $k+1-2m \geqslant 0$, *тогда*

$$I = \text{v. p.} \int\limits_{R^n} \frac{P_k(x,\ y)\, x^\alpha\, dx}{(|x|^2+y^2)^{k-m+(n+1)/2}} = c_\alpha,\ \|\alpha\| = k+1-2m,$$

где

$$c_\alpha = \sum_{s\geqslant 1} \frac{\pi^{n/2}\Gamma\left(s-\frac{1}{2}\right)\widetilde{\Delta}^{k+1-s-m}\left(P_k^{2s-1}(\xi)\,\xi^\alpha\right)}{2^{2(k+1-s-m)}(k+1-s-m)!\,\Gamma(k-m+(n+1)/2)}. \tag{5}$$

Доказательство. Рассмотрим

$$I(y) = \int\limits_{|x|\leqslant 1} \frac{P_k(x,\ y)\, x^\alpha\, dx}{(|x|^2+y^2)^{k-m+(n+1)/2}}.$$

Перейдя так же, как в лемме 2, к полярным координатам, получим, что

$$I(y) = \sum_{s\geqslant 0}\int\limits_0^{1/y} \frac{t^{2k+n-s-2m}}{(1+t^2)^{k-m+(n+1)/2}} \int\limits_{|\xi|=1} P_k^s(\xi)\,\xi^\alpha d\sigma.$$

Многочлены $P_k^s(\xi)$ имеют степень $k-s$, тогда $P_k^s(\xi)\,\xi^\alpha$ имеют степень $2k+1-2m-s$. Таким образом, если s четное, то степень однородного многочлена $P_k^s(\xi)\,\xi^\alpha$ нечетная, поэтому $\int\limits_{|\xi|=1} P_k^s(\xi)\,\xi^\alpha d\sigma = 0$.

Тогда

$$I(y) = \sum_{s\geqslant 1}\int\limits_0^{1/y} \frac{t^{2k+n+1-2s-2m}}{(1+t^2)^{k-m+(n+1)/2}}\, dt \int\limits_{|\xi|=1} P_k^{2s-1}(\xi)\,\xi^\alpha d\sigma.$$

Очевидно, что $I(y)\to I$ при $y\to +0$, следовательно,

$$I = \sum_{s\geqslant 1}\int\limits_0^{\infty} \frac{t^{2k+n+1-2s-2m}}{(1+t^2)^{k-m+(n+1)/2}}\, dt \int\limits_{|\xi|=1} P_k^{2s-1}(\xi)\,\xi^\alpha d\sigma.$$

Но

$$\int\limits_0^{\infty} \frac{t^{2k+n+1-2s-2m}}{(1+t^2)^{k-m+(n+1)/2}}\, dt = \frac{1}{2}\,\mathrm{B}(k-s-m+1+n/2,\ s-1/2),$$

а

$$\int\limits_{|\xi|=1} P_k^{2s-1}(\xi)\,\xi^\alpha d\sigma = \frac{2\pi^{n/2}\widetilde{\Delta}^{k+1-s-m}\left(P_k^{2s-1}(\xi)\,\xi^\alpha\right)}{2^{2(k+1-s-m)}(k+1-s-m)!\,\Gamma\left(k+1-s-m+\frac{n}{2}\right)}$$

(это следует из представления Гаусса для однородных многочленов (см., напр., [3], гл. 11)). Отсюда и получим, что $I = c_\alpha$.

Заметим, что, если P_k разлагается по четным степеням y, то $c_\alpha = 0$, для всех α таких, что $\|\alpha\| \leqslant k+1-2m$.

Пусть $h(x) = Q_k(x)\,|x|^{2m-2k-n-1}$, где $Q_k(x)$ — произвольный однородный многочлен в R^n степени k. Через $\hat{h}$ мы обозначим распределение, полученное регуляризацией h, т. е.

$$\hat{h}(\varphi) = \text{p. f.} \int_{R^n} h(x)\varphi(x)\,dx = \text{v. p.} \int_{R^n} h(x)\Big[\varphi(x) - \sum_{\|\alpha\|\leqslant k+1-2m} \frac{1}{\alpha!}\frac{\partial^\alpha \varphi}{\partial x^\alpha}(0)\cdot x^\alpha\Big]dx,$$

$$\varphi \in D(R^n),$$

если $k+1-2m \geqslant 0$. Если же $k+1-2m<0$, то

$$\hat{h}(\varphi) = \int_{R^n} h(x)\varphi(x)\,dx.$$

Другими словами, $\hat{h}$ есть конечная часть интеграла

$$\int_{R^n} \frac{Q_k(x)\varphi(x)\,dx}{|x|^{2k-2m+n+1}}$$

по Адамару.

Лемма 4. *Пусть $Q(x)$ — произвольный многочлен в R^n, тогда*

$$\widetilde{Q}(x, y) = \sum_{l\geqslant 0} \frac{(-1)^l y^{2l}\widetilde{\Delta}^l Q(x)}{(2l)!}$$

— гармоническое продолжение многочлена $Q(x)$ во все пространство R^{n+1}.

Лемма доказывается непосредственным вычислением.

Если $h(x) = Q_k(x)/|x|^{2k-2m+n+1}$, то через $\widetilde{h}(x, y)$ мы обозначим функцию из $\mathfrak{M}$ вида $\widetilde{h}(x, y) = \widetilde{Q}_k(x, y)/(|x|^2+y^2)^{k-m+(n+1)/2}$.

Теорема 2. *Распределение $\hat{h}$ совпадает с распределением $T_{\widetilde{h}}$.*

Доказательство теоремы немедленно следует из лемм 3 и 4 и из определения распределений $\hat{h}$ и $T_{\widetilde{h}}$.

Обозначим через $\mathfrak{M}_h$ те функции из $\mathfrak{M}$ вида (3), в которых числитель $P_k(x, y)$ разлагается по четным степеням y, а через $\mathfrak{M}_\delta$ — множество тех функций из $\mathfrak{M}$, в которых $P_k(x, y)$ разлагается по нечетным степеням y. Легко проверить, что $\mathfrak{M}_h + \mathfrak{M}_\delta \supset \mathfrak{M}$. Из теоремы 2 следует, что граничными значениями функций f из $\mathfrak{M}_h$ в смысле равенства (1) являются распределения $\hat{f}(x, 0)$.

Теорема 3. *Пусть $f(x, y)$ вида (3) принадлежит $\mathfrak{M}_\delta$, тогда*

$$T_f = \begin{cases} (-1)^{k+1-2m} \displaystyle\sum_{\|\alpha\|=k+1-2m} \frac{c_\alpha}{\alpha!}\delta^{(\alpha)}, & \text{если } k+1-2m \geqslant 0; \\ 0, & \text{если } k+1-2m<0, \end{cases}$$

где c_α определяются формулой (5), а $\delta^{(\alpha)} = \partial^\alpha\delta/\partial x^\alpha$, δ — δ-функция Дирака.

Доказательство теоремы следует из лемм 3 и 4.

Таким образом, полностью описан класс распределений, представляемых функциями из $\mathfrak{M}$.

Пример. Пусть $f(x, y) = y/(|x|^2+y^2)^{(n+1)/2}$, тогда $T_f = \pi^{(n+1)/2}\delta/\Gamma((n+1)/2)$.

Рассмотрим вопрос: когда произведение двух функций из $\mathfrak{M}$ снова принадлежит $\mathfrak{M}$?

Пусть $f = P_k(x, y)/(|x|^2+y^2)^{k-m+(n+1)/2}$, а $g = Q_l(x, y)/(|x|^2+y^2)^{l-s+(n+1)/2}$, тогда $fg = P_kQ_l/(|x|^2+y^2)^{l+k+(n+1)/2-(m+s-(n+1)/2)}$.

Отсюда имеем, что для того чтобы $fg \in \mathfrak{M}$, необходимо и достаточно, чтобы n было нечетным ($n = 2p-1$), $m+s \geqslant p$ и $\Delta^{m+s-p}(P_kQ_l) = 0$.

Теорема 4. *Пусть f, g и fg принадлежат $\mathfrak{M}$, тогда:*

а) *если $f, g \in \mathfrak{M}_h$, то $fg \in \mathfrak{M}_h$ и $\hat{f}(x, 0)\cdot\hat{g}(x, 0) = \widehat{fg}(x, 0)$;*

б) *если* $f, g \in \mathfrak{M}_\delta$, *тогда* $T_f \circ T_g = 0$;
в) *если* $f \in \mathfrak{M}_h$, $g \in \mathfrak{M}_\delta$, *то* $fg \in \mathfrak{M}_\delta$ *и*

$$(-1)^{k-2p-m}\hat{f}(x, 0) \circ \sum_{\|\alpha\|=l+1-2s} \frac{c_\alpha}{\alpha!}\delta^{(\alpha)} = \sum_{\|\beta\|=l+k+2p-2m-2s-1} \frac{c_\beta}{\beta!}\delta^{(\beta)}.$$

При $n=1$ тождества такого вида были получены в [4].

Пример. Пусть $f = \frac{(p-1)!}{\pi^p}\frac{y}{(|x|^2+y^2)^p}$, тогда $T_f = \delta$, $h(x) = Q_k(x)/|x|^{2k}$, где $\widetilde{\Delta} Q_k = 0$, тогда

$$\hat{h} \circ \delta = (-1)^k \sum_{\|\alpha\|=k} \frac{(p-1)!\,\widetilde{\Delta}^k(Q_k x^\alpha)}{k!\,(k+p-1)!}\delta^{(\alpha)}.$$

Если $h = \frac{x_j}{|x|^2}$, то $\frac{\hat{x}_j}{|x|^2} \circ \delta = -\frac{1}{2p}\frac{\partial}{\partial x_j}\delta$. При $p=1$ это тождество переходит в известное $P(1/x) \circ \delta = -(1/2)\delta'$ (см., напр., [2]).

ЛИТЕРАТУРА

1. Кытманов А. М. Представление и умножение распределений многих переменных с помощью гармонических функций.— Изв. вузов. Матем., 1978, № 1, с. 36—42.
2. Иванов В. К. Гиперраспределения и умножение распределений Шварца.— ДАН СССР, 1972, т. 204, № 5, с. 1045—1048.
3. Соболев С. Л. Введение в теорию кубатурных формул.—М., 1974.— 808 с.
4. Иванов В. К. Ассоциативная алгебра простейших обобщенных функций.— Сиб. матем. журн., 1979, т. XX, № 4, с. 731—740.

г. Красноярск

Поступила
18 I 1980

В. В. Водопьянов. Об интерполяции свойства полной непрерывности операторов в интерполяционных конструкциях А. Кальдерона

(*аннотация статьи, принятой к печати*)

А. Кальдерон (см. статью: „Промежуточные пространства и интерполяция, комплексный метод") доказал, что при некоторых предположениях относительно пары банаховых пространств Y_0 и Y_1, оператор A вполне непрерывен из $[X_0, X_1]_s$ в $[Y_0, Y_1]_s$, если он непрерывен из X_1 в Y_1 и вполне непрерывен из X_0 в Y_0. Здесь $[X_0, X_1]_s$ — пространство, построенное по первому комплексному методу (см. там же). В статье доказывается более сильное утверждение: в предположениях теоремы Кальдерона оператор A вполне непрерывен из $[X_0, X_1]^s$ в $[Y_0, Y_1]_s$ ($[X_0, X_1]^s$ — пространство, построенное по второму комплексному методу). (Работа поступила в журнал „Математика" 29 IX 1978.)

С. А. Житников. К вопросу об устойчивости сложных систем

(*аннотация статьи, принятой к печати*)

В работе сформулированы теоремы о необходимых и достаточных условиях знакоопределенности и знакопостоянства квадратичных форм (Ay, y), в конусе $y \geqslant 0$. Приведена теорема о знакоопределенности, являющаяся модификацией и некоторым уточнением одного результата З. А. Искандер-Заде. Свойства квадратичных форм в конусе $y \geqslant 0$ используются для получения достаточных условий устойчивости, равномерной асимптотической устойчивости и экспоненциальной устойчивости в целом нулевого решения одной сложной системы дифференциальных уравнений. (Работа поступила в журнал „Математика" 11 I 1979.)

И. Б. Кожухов. О самоинъективных полугрупповых кольцах

(*аннотация статьи, принятой к печати*)

Рассматриваются самоинъективные слева полугрупповые кольца. Доказана теорема: пусть S — полуструктура, K — кольцо, отличное от 0; тогда полугрупповое кольцо KS является самоинъективным слева в том и только том случае, если кольцо K самоинъективно слева, а полуструктура S конечна. (Работа поступила в журнал „Математика" 13 IX 1978.)