



Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Н. Н. Пилюгин, Л. А. Прокопенко, Вариационные задачи радиационной газодинамики при наличии вдува газа с поверхности, *Прикл. мех. техн. физ.*, 1989, том 30, выпуск 3, 49–54

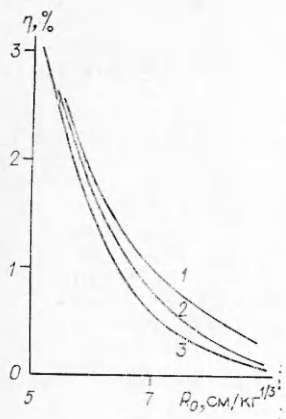
Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

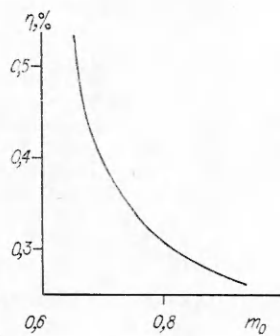
IP: 18.97.14.83

19 января 2025 г., 06:58:44

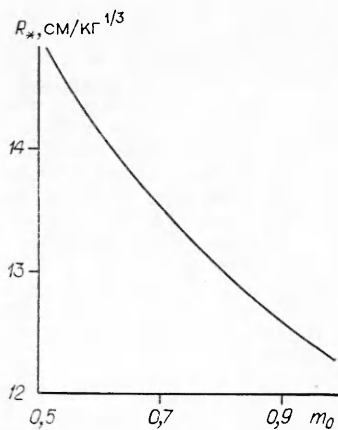




Р и с. 3



Р и с. 4



Р и с. 5

рушения. Если σ_* — прочность среды на раздавливание, то искомое соотношение запишется в виде $\sigma_* = p_0(a_0/a)^{3\gamma} m_0^{-\gamma} K(m_0, \alpha)$, где $K(m_0, \alpha)$ — первое слагаемое в зависимости (14) в предположении, что $z = R/a = m_0^{-1/3}$. Следовательно, для \bar{R}_* справедливо выражение $R_* = a_0 [K(m_0, \alpha) p_0 / (m_0^\gamma \sigma_*)]^{1/3\gamma}$ (p_0 — начальное давление газообразных продуктов детонации). Зависимость \bar{R}_* от m_0 показана на рис. 5. Данный результат согласуется с предыдущими: с ростом пористости увеличивается скорость затухания напряжений на фронте УВ, которые становятся ниже σ_* при меньших значениях радиуса ударного фронта.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ловецкий Е. Е., Масленников А. М., Фетисов В. С. Механический эффект и диссипативные процессы при взрыве в пористой среде // ПМТФ.— 1981.— № 2.
2. Ловецкий Е. Е., Масленников А. М., Фетисов В. С. Сферический взрыв в радиально-неоднородной насыщенной пористой среде // ФГВ.— 1979.— № 3.
3. Баталов В. А., Котов В. А. и др. Камуфлетный взрыв в воде. Роль смягчающих прокладок в процессе образования полости // Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли.— 1980.— № 8.
4. Дунин С. З., Сироткин В. К. Расширение газовой полости в хрупкой породе с учетом дилатационных свойств грунта // ПМТФ.— 1977.— № 4.
5. Зельдович Я. Б., Райзер Ю. Г. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений.— М.: Наука, 1966.
6. Зверев А. А., Фетисов В. С. Расширение газовой полости в переменном уплотняющей среде дилатирующей среде // ПМТФ.— 1982.— № 4.
7. Зверев А. А., Ловецкий Е. Е., Фетисов В. С. Излучение упругой волны при взрыве в переменном уплотняемой пористой среде // ПМТФ.— 1983.— № 6.

Поступила 23/IX 1987 г.,
в окончательном варианте — 8/XII 1987 г.

УДК 533.6.011

ВАРИАЦИОННЫЕ ЗАДАЧИ РАДИАЦИОННОЙ ГАЗОДИНАМИКИ ПРИ НАЛИЧИИ ВДУВА ГАЗА С ПОВЕРХНОСТИ

Н. Н. Пилюгин, Л. А. Прокопенко
(Киев)

Снижение лучистых тепловых потоков к лобовой части тела, движущегося со сверхзвуковой скоростью при $M \gg 1$, может быть достигнуто разными способами [1, 2]. В связи с этим интересно исследовать пути уменьшения тепловых потоков к лобовой части аппарата. Один из эффективных способов — такой выбор формы тела и его траектории полета, который обеспечит наименьший лучистый нагрев тела. Вопросам оптимизации формы тела при наличии лучистого теплообмена (без вдува газа с поверхности) при различных дополнительных ограничениях посвящен ряд работ (см. обзор [1]).

Соотношения для лучистого потока к телу с учетом влияния экранирующего слоя вдуваемого газа при разрушении теплозащитного покрытия на основе асимптотического решения уравнений радиационной газовой динамики в ударном слое получены в [2—4]. Эти зависимости послужили в данной работе основой для постановки вариационных задач газовой динамики при наличии вдува газа с поверхности.

Анализ проблемы показывает, что в настоящее время рациональным путем решения новых вариационных задач и сопоставительного анализа является такой подход, в котором на первом этапе применяются аппроксимационные выражения для коэффициентов лучистого теплообмена и давления на теле, найденные на основе аналитических и численных решений уравнений радиационной газодинамики. После решения соответствующей вариационной задачи на втором этапе могут быть выполнены более точные расчеты газодинамических параметров и аэродинамических характеристик на основе известных численных методов решения с учетом спектральных свойств газа.

Полученные таким образом предварительные результаты намечают реальные пути решения проблемы снижения тепловых нагрузок к летательным аппаратам за счет рационального выбора их аэродинамических форм и распределения вдува газа.

Корреляционные зависимости для расчета лучистых потоков к телу. Используя при вычислении переноса излучения в ударном слое приближения локально-одномерного плоского слоя и считая поверхность тела диффузно отражающей, для лучистого потока к поверхности тела получим [2]

$$(1) \quad q_R(t) = \pi \int_0^\infty d\nu \varepsilon_\nu \left[2 \int_0^{\tau_{v_s}} B_\nu E_2(\tau'_\nu) d\tau'_\nu - B_\nu(T_w) \right],$$

$$\tau_{v_c} = \int_0^{z_c} k'_\nu dz', \quad \tau_{v_s} = \int_0^{z_s} k'_\nu dz',$$

где ε_ν — спектральная степень черноты поверхности; B_ν — спектральная интенсивность излучения Планка; z_c , z_s — соответственно геометрические размеры слоя вдува и всего ударного слоя; $E_2(t)$ — интегрально-экспоненциальная функция 2-го порядка; T_w — температура тела; t , z — координаты вдоль поверхности тела и по нормали к ней; $\tau_\nu = \int_0^z k'_\nu dz'$ — опти-

ческая координата; k'_ν — спектральный коэффициент поглощения с учетом поправки на вынужденное испускание; τ_{v_c} , τ_{v_s} — оптическая толщина слоя вдуваемого газа и всего ударного слоя. Для условий гиперболического входа в атмосферу $B_\nu(T_w)$ мала по сравнению с первым членом в (1). Из (1) видно, что можно снизить радиационный поток к телу, применяя покрытия, имеющие низкие значения ε_ν . Далее используем общепринятые предположения $\varepsilon_\nu = 1$, $B_\nu(T_w) \rightarrow 0$ и аппроксимацию интегральной экспоненты $E_2(\tau_\nu) \simeq \exp(-2\tau_\nu)$. Учитывая, что в условиях сильного вдува [4] оптическая толщина вдуваемых паров τ_{v_c} велика в ультрафиолетовой части спектра $\nu > \nu_1$, а коэффициент поглощения k_{ν_c} в этом диапазоне частот слабо зависит от частоты и $\tau_{v_c} \approx \tau_c(t)$, найдем

$$(2) \quad q_R(t) = 2\pi \int_0^{\nu_1} d\nu q_{\nu_c}(t) \exp(-2\tau_c(t)).$$

Коэффициент ослабления слоя вдува

$$K = \frac{q_R(t)}{q_c(t)} = \exp(-2\tau_c(t)) \left(q_c(t) = 2\pi \int_0^{\nu_1} q_{\nu_c}(t) d\nu \right).$$

Случай, когда $K(t) = \text{const}$, рассматривался в [3, 5]. Здесь исследуются вариационные задачи, когда функция $K(t)$ изменяется за счет естественного или принудительного вдува вещества с поверхности. Для вычисления оптической толщины вдуваемого газа $\tau_c(t) = \int_0^{z_c} k'_\nu dz'$ необ-

ходимо иметь решение уравнений радиационной газодинамики в слое вдува. Численные решения [6, 7] показали, что перенос излучения в слое вдува влияет на профиль температуры и другие параметры в довольно узкой области около контактной поверхности, где, вообще говоря, необходимо уже учитывать влияние также вязких эффектов. Поэтому для наших целей будем использовать асимптотическое решение [8, 9] в слое вдува, полученное без влияния переноса излучения. В переменных Мизеса необходимые выражения примут вид

$$(3) \quad u(x, \psi) = [h_w(x) - h(x, \psi)]^{1/2},$$

$$\frac{h(x, \psi)}{h_w} = \left[\frac{p(x)}{p(t)} \right]^{(\gamma-1)/\gamma}, \quad p = \rho T, \quad h = \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{p}{\rho},$$

$$z_c(x) = \frac{1}{\sqrt{h_w} r(x) p(x)} \int_0^x \frac{\rho_w v_w(t) r(t) \left[\frac{p(x)}{p(t)} \right]^{(\gamma-1)/\gamma}}{\sqrt{1 - \left[\frac{p(x)}{p(t)} \right]^{(\gamma-1)/\gamma}}} dt,$$

при этом оптическая толщина

$$(4) \quad \tau_c = k_c z_c \sqrt{\delta} l.$$

Здесь $lx, \sqrt{\delta} ly$ — координаты, направленные вдоль поверхности тела и по нормали к ней; $uV_\infty \sqrt{\rho_\infty/\rho_w}, vv_{w_0}$ — составляющие скорости в направлении этих координат; $\rho\rho_{w_0}$ — плотность газа; $\rho_\infty V_\infty^2 p$ — давление; $h\rho_\infty V_\infty^2/\rho_{w_0}$ — энтальпия; $\delta = \rho_{w_0} v_{w_0}^2/\rho_\infty V_\infty^2$ — параметр вдува; l — характерный размер тела; TR_A/l — температура; R_A — универсальная газовая постоянная; γ — отношение удельных теплоемкостей вдуваемого газа; rl — координата поверхности тела от оси симметрии; индекс w обозначает величины на поверхности тела, ∞ — в набегающем потоке, 0 — в критической точке.

Интегрируя поток (2) по боковой поверхности тела, находим полный лучистый поток

$$(5) \quad Q_R = 2\pi \int_0^l q_{Ry} \frac{dx}{\cos \alpha} = 2\pi \int_0^L q_{Ry} dt, \quad \operatorname{tg} \alpha = y'_x,$$

где x, y — прямоугольные координаты, связанные с критической точкой тела; $y = y(x)$ — уравнение образующей тела; t — координата вдоль его поверхности; L — длина вдоль его образующей; l — длина вдоль оси x ; R — радиус миделя тела. С учетом принятых допущений и использованием $q_R(t)$ из [2] выражение (5) примет вид

$$Q_R = \frac{\pi R^2 C_{H_0}(\Gamma)}{2I_0} \frac{\rho_\infty V_\infty^3}{2} I_R,$$

$$I_0 = \frac{B_0}{2(n+4)} \int_0^1 \left[1 + \frac{B_0(1-t)}{t} \right]^{-j} dt, \quad j = (n+5)/(n+4).$$

Полученный безразмерный функционал

$$(6) \quad I_R = \left(\frac{\tau}{2} \right)^2 \int_0^1 \frac{\eta \dot{\eta}_\xi^2 d\xi}{1 + \frac{\tau^2}{4} \dot{\eta}_\xi^2} (1 - W) \exp(-2\tau_c(\xi)), \quad \dot{\eta}_\xi = d\eta/d\xi, \quad B = B_0 l/r_0,$$

$$W = \left\{ B \left(\int_{\xi}^1 \sqrt{1 + \frac{\tau^2}{4} \dot{\eta}_\xi^2} d\xi \right) \sqrt{1 + \frac{\tau^2}{4} \dot{\eta}_\xi^2} \left(\frac{\tau^2}{4} \right)^{(n+4)} \times \right.$$

$$\left. \times \left(\dot{\eta}_\xi^2 / \left(1 + \frac{\tau^2}{4} \dot{\eta}_\xi^2 \right) \right)^{(n+4)} + 1 \right\}^{1/(n+4)}.$$

Здесь $\tau = 2R/l$ — относительная толщина тела; $\eta = y/R$, $\xi = x/l$ — безразмерные координаты; n — константа аппроксимации в коэффициенте поглощения Планка; $B_0 = \Gamma(n + 4)$.

Постановка вариационных задач. Из корреляционных соотношений для лучистого потока (6) видно, что экранирующие свойства вдуваемого слоя характеризуются оптической толщиной $\tau_c(\xi)$, которая зависит от распределения давления по поверхности тела, рода газа, от формы тела и закона вдува $G(x) = \rho_w v_w(x)$. Найденные соотношения позволяют поставить ряд новых вариационных задач с целью выяснения роли вдуваемого газа на снижение лучистого теплообмена: 1) найти такие функции $\eta(\xi)$ и $G(\xi)$, для которых функционал I_R из (6) принимает наименьшее значение и которые удовлетворяют заданным граничным условиям $\eta(0) = 0$, $\eta(1) = 1$ и, например, заданному полному расходу вдуваемого газа

$$2\pi \int_0^1 G(\xi) \eta(\xi) \sqrt{1 + \eta_{\xi}^2} d\xi = R_1;$$

2) при заданном законе вдува $G(\xi)$ и заданных граничных и изопериметрических условиях найти оптимальную форму тела $\eta(\xi)$, которая обеспечила бы минимальное значение I_R ; 3) найти оптимальный закон вдува $G(\xi)$, который обеспечил бы максимальное значение оптической толщины $\tau_c(l)$ при заданной длине тела l , его форме $\eta = \eta(\xi)$ и расходе вдуваемого газа $R_1 = \text{const}$.

В рамках указанных постановок могут быть исследованы вариационные задачи и с другими ограничениями, например, на объем тела, баллистический фактор, площадь смачиваемой поверхности, импульс или энергию вдуваемого газа и т. д. Для иллюстрации остановимся на ряде простых примеров.

Решение задачи о минимизации лучистого потока для степенного тонкого тела. Рассмотрим определение оптимального закона вдува вещества, который обеспечивает такую форму «эффективного» тела, образованного в результате инжекции, которое обладало бы минимальным суммарным лучистым потоком к боковой поверхности. Образованное в результате вдува «эффективное» тело будем считать тонким, т. е. $\tau \ll 1$. Тогда для определения суммарного лучистого потока к поверхности «эффективного» тела (поверхности контактного разрыва) можно использовать предельное выражение, полученное в [10]. Из (6)

$$Q_c = \Pi_{\infty} b k \pi R^3 \left(\frac{\tau}{2}\right)^{(m-2)} I, \quad I = \int_0^1 (1 - \xi) \eta \eta_{\xi}^m d\xi,$$

$$m = 2(n + 4) + 3, \quad k = (n + 4)^{-1}, \quad \eta = y/R, \quad \xi = x/l.$$

Здесь x , y — координаты соответственно вдоль направления движения набегающего потока газа и перпендикулярно ему; l — длина «эффективного» тела; R — радиус его миделя. Остальные величины определены в [10], где найдены оптимальные аэродинамические формы в классе тонких степенных тел при различных изопериметрических условиях. Эти результаты полностью применимы в нашем случае для «эффективного» тела. Форма истинного тела рассчитывается с учетом данных [10], толщины слоя вдува по формуле (3) и баланса энергии

$$(7) \quad q_c(\xi) \exp(-2\tau_c(\xi)) = G_w(\xi) H_{\text{эф}}.$$

Для степенных законов вдува и степенных тел

$$y(x) = kx^{\beta}, \quad 1/2 \leq \beta \leq 1, \quad G_w(x) = ax^{\mu}, \quad y'_x = k\beta x^{\beta-1}, \quad p(x) = y'^2$$

выражение для z_c упрощается. При заменах $t/x = v$, $\alpha = (1 - \beta) \times \times (2(\gamma - 1)/\gamma)$, вычисляя интегралы, имеем

$$z_c = \frac{2a}{\sqrt{h_w} k^2 \beta^2 \sqrt{\alpha}} x^{\mu+3-2\beta} \left\{ 1 - \frac{\beta + \mu + \alpha}{3} + \dots \right\}.$$

n	λ	R, l			V, l			S, l		
		α _{opt}	β	μ	α _{opt}	β	μ	α _{opt}	β	μ
0	3,33	0,979	0,984	0,055	0,927	0,945	0,183	0,911	0,933	0,223
4	6,00	0,984	0,996	0,024	0,957	0,989	0,065	0,948	0,987	0,078
8	8,67	0,988	0,998	0,016	0,969	0,995	0,040	0,963	0,994	0,048

Из условия баланса (7) энергии на поверхности тела в первом приближении получим $q_c(\xi) = G(\xi)H_{эф}$. Используя зависимость $q_c(x) \approx (y'_x)^\lambda$ из [2], находим соотношения между показателями $\lambda(\beta - 1) = \mu$, $\lambda = (2/3)(n + 5)$, $\mu + 3 - 2\beta = \alpha_{opt}$.

В таблице представлены значения μ и β , отвечающие разным λ и α_{opt} для различных изопериметрических условий, когда заданы радиус и длина тела, объем и длина тела, площадь смачиваемой поверхности и длина.

Из расчетов следует, что с ростом λ показатель μ , характеризующий распределение вдува, снижается по абсолютной величине. Отметим, что форма оптимального тела близка к конической. Тело при заданных S, l наиболее затупленное, а при заданных R, l наиболее заостренное. В носке тела $G_w \rightarrow \infty$, что связано с нарушением предположения о тонкости тела, однако это не мешает выполнить расчет аэродинамических характеристик тела.

Решение задачи о максимальной оптической толщине слоя вдува. Рассмотрим следующую задачу. Найти оптимальные функции $\eta(\xi)$ и $G(\xi)$, которые обеспечивают максимальную оптическую толщину $\tau_c(l)$ при заданном расходе вдуваемого газа $R_1 = \text{const}$.

Используя (3) и (4), а также необходимые условия существования экстремума, получим, что решением уравнения Эйлера является конус. При этом из-за линейной зависимости $\tau_c(l)$ от $G(\xi)$ вид последней из уравнения Эйлера не находится. Если предположить $G(\xi) = \text{const}$, то ее значение можно определить из заданного расхода, а решение уравнений Эйлера находится в параметрическом виде. Решение этой задачи просто найти для степенных законов вдува и степенных тонких тел. Функционал $\tau_c(l)$ имеет вид

$$\tau_c(l) = B \frac{a l^{\mu-2\beta+3}}{k^2 \beta^2} \int_0^1 \frac{v^{\mu+\beta} v^{\frac{\gamma-1}{\gamma}(1-\beta)}}{\sqrt{1 - v^{\frac{2(\gamma-1)}{\gamma}(\beta-1)}}} dv \quad (v = l/\xi, B = k_c \sqrt{\delta l}).$$

Используя разложения в ряд, получим приближенное выражение

$$(8) \quad \tau_c(l) = \frac{B a l^{\mu+3-2\beta}}{\beta^2 k^2} \frac{2}{\sqrt{\alpha}} \left(1 - \frac{\mu + \beta + \alpha}{3} \right) \quad (\alpha = (2(\gamma-1)/\gamma)(1-\beta)).$$

Полный расход вещества через боковую поверхность

$$(9) \quad 2\pi k a l^{\mu+\beta+1} / (\mu + \beta + 1) = R_1.$$

При заданном значении β условие максимума $\tau_c(l)$ из (8) и (9) достигается при $\mu_{opt} = (1 - \beta)/\gamma$. Достаточное условие существования экстремума $\partial^2 \tau_c / \partial \mu^2 = -2/3$ подтверждает, что указанное значение μ обеспечивает максимум функционалу $\tau_c(l)$. Если μ и β произвольны, то $\tau_c(l)$ имеет максимум при $\mu = (1 - \beta)/\gamma$, а β определяется из необходимого условия существования экстремума $\tau_c(l)$: $\beta / \sqrt{1 - \beta(4 - 3\beta - 3\beta^2 - \beta^3)} = 0$. Это уравнение имеет корни $\beta_1 = 0$ и $\beta_{2,3} = 5^{1/3} - 1$. У первого корня, evidentemente, нет реального физического смысла, а у второго $\beta_2 = 0,73$ есть оптимальное значение показателя вдува $\mu_{opt} \approx 0,2$.

Выше получены простейшие решения. Более полное решение поставленных вариационных задач можно найти известными численными методами [11—13].

ЛИТЕРАТУРА

1. Левин В. А., Пилюгин Н. Н. Оптимальные аэродинамические формы по радиационному теплообмену // Актуальные проблемы механики.— М.: Изд-во МГУ, 1984.
2. Пилюгин Н. Н., Тирский Г. А. Основы динамики излучающего газа.— М.: Изд-во МГУ, 1979.
3. Кочанов В. Г., Левин В. А., Пилюгин Н. Н. Влияние формы тела на лучистый теплообмен в водородогелиевой атмосфере // Аннотации докл. VII Всесоюз. конф. по тепломассообмену.— Минск, 1984.
4. Биберман Л. М., Бронин С. Я. и др. Влияние газообразных продуктов разрушения теплозащитного покрытия на теплообмен в окрестности критической точки затупленного тела // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1978.— № 3.
5. Кочанов В. Г. Влияние формы тела на аэродинамический нагрев при движении с большими сверхзвуковыми скоростями: Автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук.— Томск, 1985.
6. Гершбейн Э. А., Суходольская Э. Я. и др. О движении тел в атмосфере Юпитера с учетом изменения их массы и формы под действием аэродинамического нагрева // Космич. исслед.— 1978.— Т. 16, вып. 3.
7. Мирский В. П. Течение вязкого излучающего газа около затупленного тела при интенсивном испарении: Автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук.— М., 1979.
8. Гершбейн Э. А., Пилюгин Н. Н., Тирский Г. А. Гиперзвуковое обтекание затупленных тел произвольной формы вязким излучающим газом при наличии сильного вдува инородных газов // Докл. на XXIV Междунар. астронавтическом конгр.— Баку, 1973.
9. Гершбейн Э. А. Теория гиперзвукового вязкого ударного слоя при больших числах Рейнольдса и при сильном вдуве инородных газов // ПММ.— 1974.— Т. 38, № 6.
10. Деев А. А., Левин В. А., Пилюгин Н. Н. Форма тонкого тела с минимальным радиационным тепловым потоком к его поверхности при различных изопериметрических условиях // Аэродинамика гиперзвуковых течений при наличии вдува/Под. ред. Г. А. Тирского.— М.: Изд-во МГУ, 1979.
11. Миеле А. Теория оптимальных аэродинамических форм.— М.: Мир, 1969.
12. Пшеничный Б. П., Редковский Н. Н. Некоторые методы безусловной минимизации // ЖВММФ.— 1979.— Т. 19, № 5.
13. Васильев Ф. П. Численные методы решения экстремальных задач.— М.: Наука, 1980.

Поступила 29/XII 1987 г.

УДК 541.24 : 532.5 : 621.372.8

ТЕЧЕНИЕ ХИМИЧЕСКИ НЕРАВНОВЕСНЫХ ГАЗОВЫХ СМЕСЕЙ СО СПОНТАННОЙ КОНДЕНСАЦИЕЙ ПРИ МАЛЫХ ЧИСЛАХ МАХА

В. Н. Васильев, А. Н. Воробьев, Г. Н. Дульнев,
С. Э. Хоружников
(Ленинград)

Медленные течения многокомпонентных химически реагирующих газовых смесей со спонтанной конденсацией продуктов реакций являются основой парофазных методов осаждения, нашедших широкое применение в промышленности (например, [1—3]). В [4] предложен метод получения уравнений для существенно дозвуковых потоков неравновесных газовых смесей при наличии произвольных конечных изменений плотности, идеи которого использованы в [5] для исследования течений с равновесной конденсацией продуктов реакций.

В настоящей работе проведено обобщение модели [5] и учтена кинетика конденсации для определения концентрации частиц конденсата и их диаметра, а также обсуждаются постановка задачи о моделировании MCVD-метода получения заготовок волоконно-оптических световодов, численный метод ее решения и результаты исследования особенностей газодинамики и массообмена.

1. Основная система уравнений динамики многокомпонентной двухфазной смеси, моделирующая методы химического парофазного осаждения, записывается в односкоростном и однотемпературном приближении, которое обосновано малыми размерами частиц конденсата ($\sim 5 \cdot 10^{-8}$ м). Дальнейшее упрощение проводится по двум малым параметрам, характерным для условий осаждения (см. [1—3]): числу Маха (характерная среднемаховая скорость смеси ≤ 1 м/с) и объемной доле конденсата.